

# Statistik für Digital Humanities

## Repeated Measures ANOVA (GLM 4/5)

Dr. Jochen Tiepmar

Institut für Informatik  
Abteilung Computational Humanities  
**Universität Leipzig**

27. Januar 2020

[Letzte Aktualisierung: 02/02/2020, 11:35]

# ANOVA bei Messwiederholungsdesigns

Bekannt:

- (einfaktorielle) ANOVA: Experiment durch Veränderung einer unabhängigen Variable (Gruppenzuordnung)
- ANCOVA: Experiment durch Veränderung einer unabhängigen Variable (Gruppenzuordnung) unter Eliminierung einer Variable außerhalb des Experiments
- Mehrfaktorielle ANOVA: Experiment durch Veränderung mehrerer unabhängigen Variablen (Gruppenzuordnungen)

Jetzt:

- Abhängige ANOVA: Experiment durch Veränderung einer abhängigen Variable , die nicht das Outcome ist

# Wiederholung ANOVA

- $H_0$  = Alle Mittelwerte sind gleich / sehr ähnlich
- Omnibus Test: Zeigt Effekt an, aber nicht wo er passiert ist
  - $\overline{X_1} = \overline{X_2} \neq \overline{X_3}$
  - $\overline{X_1} \neq \overline{X_2} = \overline{X_3}$
  - $\overline{X_1} \neq \overline{X_2} \neq \overline{X_3}$
- Berechnung:
  - F-Ratio  $F = \frac{MQE}{MQR} = \frac{\text{Systematische Variation}}{\text{Unsystematische Variation}}$
  - $MQE = \frac{SQE}{k-1}$
  - $MQR = \frac{SQR}{n-k}$
  - $k$  = Anzahl der Gruppen

# Wiederholung Messdesign

- Gruppendesign GLM 1 bis 3
  - Verschiedene Probanden in Gruppen
  - Gleichzeitige Messung möglich
  - Unabhängiges Design
- Messwiederholungsdesign heute
  - Gleiche Probanden
  - Wiederholte Messung
  - Abhängiges Design

# ANOVA bei Messwiederholungsdesigns

- $H_0$  = Alle Mittelwerte sind gleich / sehr ähnlich
- Dieselben Probanden in jeder Gruppe
- Omnibus Test: Zeigt Effekt an, aber nicht wo er passiert ist
  - $\overline{X_1} = \overline{X_2} \neq \overline{X_3}$
  - $\overline{X_1} \neq \overline{X_2} = \overline{X_3}$
  - $\overline{X_1} \neq \overline{X_2} \neq \overline{X_3}$

# Sphärizität

Problem:

- ANOVA ist parametrisch
- Dieselben Probanden in jeder Gruppe
- → Ergebnisse der Gruppen sind abhängig voneinander

Lösung Sphärizität:

- Verhältnis zwischen Gruppenpaaren ungefähr gleich
- Stärke der Abhängigkeit ist etwa gleich für alle Probanden
- Varianz der Differenzen zwischen den Paaren verschiedener Gruppen müssen ungefähr gleich sein
  - → Erst ab 3 Gruppen relevant!

# Beispiel Sphärizität

Gruppe A	Gruppe B	Gruppe C	A-B	A-C	B-C
10	12	8	-2	-2	4
15	15	12	0	3	3
25	30	20	-5	5	10
35	30	28	5	7	2
30	27	20	3	10	7
		Var:	15.7	10.3	10.7

- Lokale Sphärizität gegeben bei B-C und A-C
- Gegebene Abweichung der Sphärizität noch im Rahmen
- Signifikanztest möglich mit Mauchly's Test: Signifikant ( $p < 0.05$ ) → signifikante Unterschiede → Sphärizität verletzt
- Mehr dazu und zu den Konsequenzen im Begleitmaterial

# Beispiel Sphärizität

- Lokale Sphärizität gegeben bei B-C und A-C
- Gegebene Abweichung der Sphärizität noch im Rahmen
- Signifikanztest möglich mit Mauchly's Test: Signifikant ( $p < 0.05$ ) → signifikante Unterschiede → Sphärizität verletzt
- Mehr dazu und zu den Konsequenzen im Begleitmaterial

## Umgang mit verletzter Sphärizität

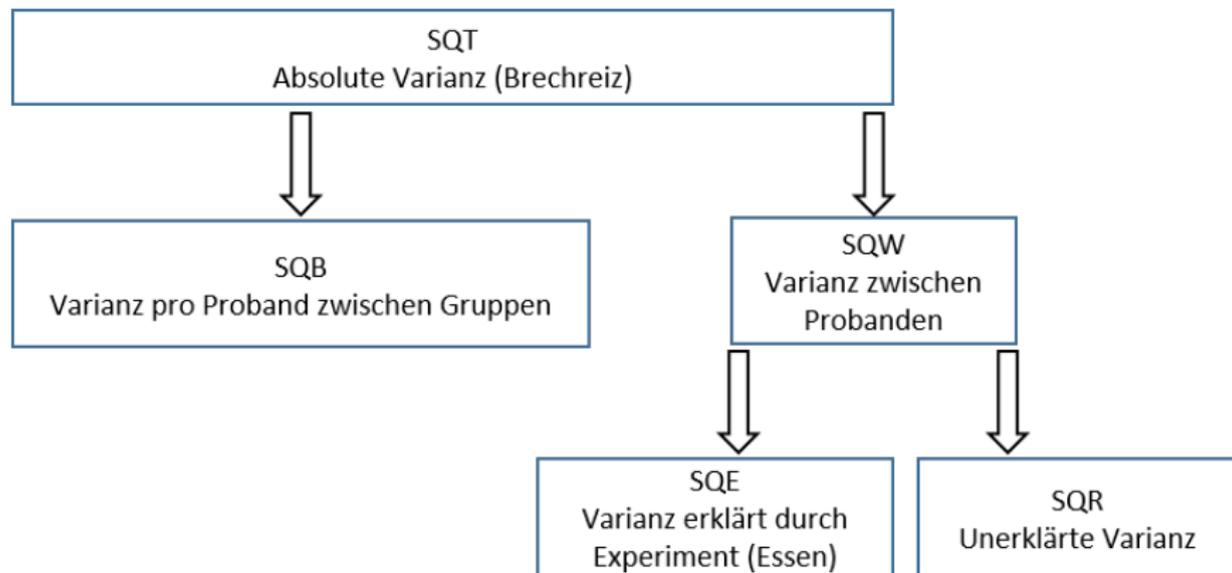
- F-Werte der Tabelle können nicht mehr genutzt werden
- Greenhouse-Geisser- oder Huynh-Feldt- Korrektur oder Durchschnitt beider
- MANOVA oder Multilevel Linear Models benötigen keine Sphärizität

# Messwiederholungs-ANOVA

Beispiel Dschungelcamp: Pro Promi Sekunden bis zum Auslösen des Brechreizes bei Verzehr von...

Promi	Maden	Kuhhoden	Rosenkohl	Fischaugen	Mean	$s^2$
1	8	7	1	6	5.50	9.67
2	9	5	2	5	5.25	8.25
3	6	2	3	8	4.75	7.58
4	5	3	1	9	4.50	11.67
5	8	4	5	8	6.25	4.25
6	7	5	6	7	10.3	0.92
7	10	2	7	2	10.3	15.58
8	12	6	8	1	10.3	20.92
Mean	8.13	4.25	4.13	5.75		

# Messwiederholungs-ANOVA



# Berechnung der Varianzen

Promi	Maden	Kuhhoden	Rosenkohl	Fischaugen	Mean	$s^2$
1	8	7	1	6	5.50	9.67
2	9	5	2	5	5.25	8.25
...	...	...	...	...	...	...

$$SQT = 253.89, MQT = 8.19, SQE = 83.13, MQE = 27.71$$

Jetzt neu:

- **Within-Participant Summenquadrate**

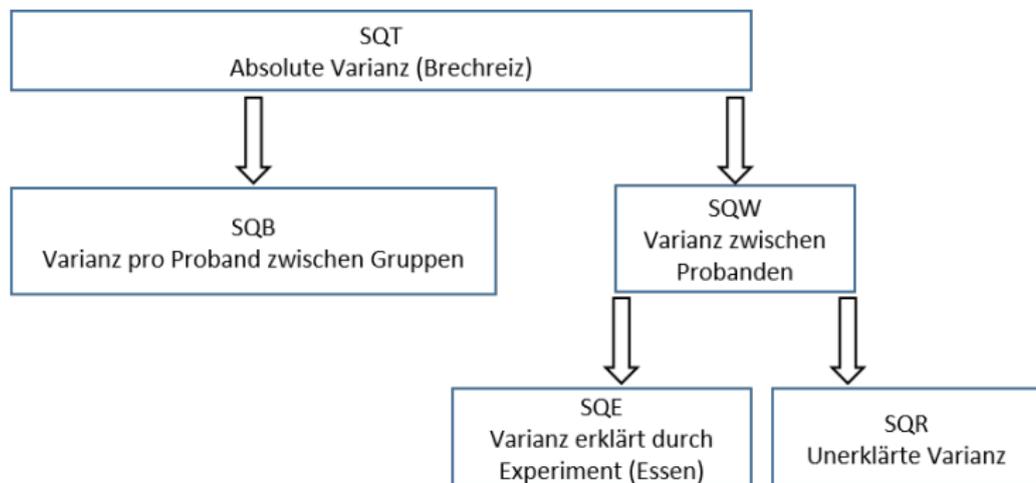
$$SQW = \sum s_p^2 (n_p - 1) \text{ mit } p = \text{Proband/Person}$$
$$= 9.67 * (4 - 1) + 8.25 * (4 - 1) + \dots = 236.50$$

- **Between-Participant Summenquadrate**

$$SQB = SQT - SQW = 253.89 - 236.50 = 17.39$$

- $SQR = SQB - SQE = 17.39 - 10.06 = 7.33$ ,  $MQR = \frac{SQR}{(n-1)-(k-1)} = 7.3033$

# SQB vs SQW



- **Within-Participant Summenquadrate**

$SQW$  = Individuelle Abweichung zwischen den Gruppen  $SQW(\text{ahrheit})$

- **Between-Participant Summenquadrate**

$SQB$  = Varianz erklärt durch individuelle Toleranz/Veranlagung, Experiment  
 $SQB(\text{ias})$

# F-Ratio

Genau wie bei unabhängiger ANOVA

$$- \text{F-Ratio } F = \frac{MQE}{MQR} = \frac{\text{Systematische Variation}}{\text{Unsystematische Variation}}$$

Interpretation:

- Je höher  $F$ , desto besser das Modell
- $F < 1 \rightarrow$  Unsystematische Variation ist größer als Systematische Variation
- $F < F_{kr}$  aus Tabelle  $\rightarrow H_0$  kann nicht abgewiesen werden  $\rightarrow$  Alle Mittelwerte sind gleich / sehr ähnlich
- $df(\text{Numerator}) = k - 1$
- $df(\text{Denominator}) = n - k$

Abhängige t-Tests bei Kontrastierung und Post Hoc Analysen verwenden

# Mehrfaktorielle Abhängige ANOVA

Drink	Bier		Wein		Wasser	
Probant	Glas	Flasche	Glas	Flasche	Glas	Flasche
1	22	23	44	44	45	55
2	11	2	3	44	55	44

Kurz: Abhängige ANOVA (diese Vorlesung) für jeden Prädiktor und deren Interaktion.

Anschauungsbeispiel im Moodle.

# Repeated Measures ANOVA in R

## 2 Ansätze

- via `ezANOVA(...)`  
leichter aber Sphärizität wichtig
- Multilevel Linear Model via  
`lme(...)`

Codebeispiele und Daten im Moodle

# Effektstärke

$$\omega^2 = \frac{[\frac{k-1}{n*k} * (MQE - MQR)]}{MQR + \frac{MQB - MQR}{k} + [\frac{k-1}{n*k} * (MQE - MQR)]}$$

Guidelines für  $\omega^2$  (Kirk, R.E.(1996) Practical Significance: A concept whose time has come, *Educational and Psychological Measurements*, 56(5), 746-759.)

- .01 → gering
- .06 → moderat
- .14 → stark
- sehr kontextabhängig

# Zusammenfassung

- Repeated Measures ANOVA: Experiment durch Veränderung einer abhängigen Variable
- Spärizität
  - Korrektur möglich mit Greenhouse-Geisser oder Huynh-Feldt
  - Alternativ MANOVA oder Multilevel Lineare Modelle
- Within-Participant Summenquadrat *SQW*
- Between-Participant Summenquadrat *SQB*
- ANOVA durchführen
  - F-Ratio interpretieren
  - Kontrastierung, Post Hoc Tests
  - Effektstärke
- Robust: Wilcox (2005)