Algorithmen und Datenstrukturen II
SS 2019 – Serie 4

14 (9 Punkte) Flüsse

Ein Flussnetzwerk mit der Knotenmenge $\{q, a, b, c, d, s\}$ habe genau die Kanten

$$(q, b, 6),\ (q, d, 9),\ (b, a, 4),\ (c, b, 4),\ (d, b, 5),\ (a, s, 4),\ (d, c, 6),\ (c, s, 9),$$

wobei jedes 3-Tupel (v, w, κ) die Kante (v, w) und deren Kapazität $c((v, w)) = \kappa$ definiere. Wie üblich bezeichne q die Quelle und s die Senke des Netzwerks.

Weiterhin sei f ein Fluss mit den Werten

$$f((q, d)) = 7, f((c, b)) = 2, f((d, c)) = 6, f((a, s)) = 3.$$

a) Berechnen Sie die Werte von f für die übrigen Kanten, so dass f ein gültiger Fluss ist. Zeichnen Sie das gegebene Flussnetzwerk und beschriften Sie jede Kante mit den zugehörigen Werte von f und c. (2 Punkte)

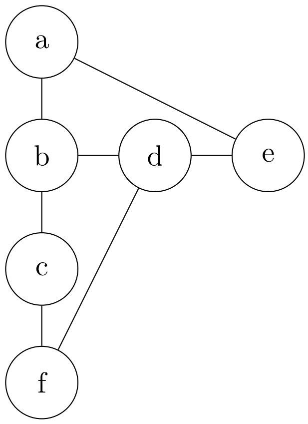
b) Zeichnen Sie den Restgraphen des Flussnetzwerks mit seinen Kantengewichten. (3 Punkte)

c) Geben Sie alle Erweiterungspfade und das jeweilige Minimum der verfügbaren Restkapazität an. (2 Punkte)

d) Fügen Sie einen Erweiterungspfad mit grösster minimaler Restkapazität zu f hinzu und geben Sie die veränderten Flusswerte an. (2 Punkte)

15 (5 Punkte) Matching

Gegeben sei der folgende ungerichtete Graph G:



Geben Sie in einer Tabelle mit ja oder nein an, ob es sich bei den in a), b) und c) gegebenen Kantenmengen um ein Matching, ein Maximales Matching und/oder ein Perfektes Matching handelt. (3 Punkte)

a) (b,d), (c,f), (e,a)

b) (a,b), (c,f)

c) (a,b), (c,f), (d,f)

d) Ermöglicht der Graph ein Perfektes, aber nicht Maximales Matching. Begründen Sie Ihre Antwort bzw. geben Sie das Matching an. (1 Punkt)

e) Ist der Graph bipartit? Begründen Sie die Antwort. (1 Punkt)

16 (4 Punkte) Genetische Algorithmen

Gegeben seien die beiden Individuen Ute und Ulf.
Ute: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Ulf: 9, 8 ,7, 6, 5, 4, 3, 2, 1

Rekombinieren Sie die beiden Individuen durch

a) 1 Punkt Crossover mit k=4

b) uniform Crossover mit dem Tauschvektor (*, -, *, -, -, -, *, -, -)
* = tauschen

c) elementweise Mittelwertbildung

d) elementweise Konvexe Kombination mit p=0.8

17 (3 Punkte) Randomisierte Algorithmen

Gegeben sei die folgende Fitnesslandschaft mit einer Lösungsmenge X mit den Parametern x_n und y_m:

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
x_1	9	8	1	3	4	7
x_2	5	3	2	3	5	6
x_3	4	1	1.5	1	3	4
x_4	7	5	3	2	5	5
x_5	8	4	2	1	0	7
x_6	4	3	5	2	1	8

Im Folgenden soll ein Algorithmus so optimiert werden, dass die Fitness maximiert wird, wobei als Move die Änderung eines Parameters um 1 Schritt erlaubt ist (Nachbarschaft). Geben Sie als Positionsbeschreibung jeweils den passenden Fitnesswert an, also bspw 7 für die Position $\{x_1, y_6\}$.

a) Geben Sie alle Lösungswege für Gradient Descent Walks ausgehend von $\{x_3,y_3\}$ an (starten Sie also bei der Zelle mit dem Wert 1.5).

b) Geben Sie alle Lösungswege für Adaptive Walks ausgehend von $\{x_3,y_3\}$ an.

18 (4 Punkte) Metropolis Walk

Ein Objekt x_0 einer Fitness-Landschaft habe die Nachbarn x_1 und x_2. Die Fitnessfunktion f auf diesen Objekten sei gegeben durch

Objekt x	x_0	x_1	x_2
Fitness f(x)	3	6	1

Dabei soll die Fitnessfunktion minimiert werden. Betrachten Sie einen Metropolis-Walk ausgehend von x_0.

a) Sei zunächst $T = 1$. Geben Sie für $y = x_1$ und $y = x_2$ jeweils die in Schritt (2) bestimmte Wahrscheinlichkeit an, mit der der Move $x_0 \to y$ akzeptiert wird. Berechnen Sie diese auf zwei Nachkommastellen gerundet. (1 Punkt)

b) Sei nun $T = 6$. Geben Sie wieder die Akzeptanz-Wahrscheinlichkeiten für $x_0 \to x_1$ und $x_0 \to x_2$ auf zwei Nachkommastellen gerundet an. (1 Punkt)

c) Welche der Begriffe "Uniform Random Walk", "Non-Uniform Random Walk", "Gradient-Descent", "Simulated Annealing", "Adaptive Walk" beschreibt die Arbeitsweise des Metropolis-Walk wenn die Temperatur T

   i) schrittweise von einem hohen Wert reduziert wird (geht gegen 0.)

   ii) sehr klein gewählt wird (nahe 0).

   Erschliessen Sie sich ggf. die Bedeutung der Begriffe. (2 Punkte)