ADS: Algorithmen und Datenstrukturen 2

Teil 1

Prof. Dr. Gerhard Heyer

Institut für Informatik
Abteilung Automatische Sprachverarbeitung
Universität Leipzig

11. April 2018

[Letzte Aktualisierung: 11/04/2018, 11:17]

Ankündigungen im Netz

Übungsaufgaben, Vorlesungsfolien, Termin- und Raumänderungen, ...

http://adsprak.informatik.uni-leipzig.de

Erreichbar über

http://asv.informatik.uni-leipzig.de/ss18/

$\rightarrow$ Lehre $\rightarrow$ Algorithmen und Datenstrukturen 2

Anmeldung für Vorlesungen und Übungen

Bitte befolgen Sie die Regeln

1. Melden Sie sich zur **Vorlesung** im **AlmaWeb** an.
2. Melden Sie sich zu einer der **Übungen** im **AlmaWeb** an.
3. Beachten Sie die Anmeldefristen!

Achtung!

- Ohne Anmeldung haben sie **keinen** Platz in einer der Übungen.
- Falls Sie sich **nicht rechtzeitig im AlmaWeb** angemeldet haben, so ist das Studienbüro ihr Ansprechpartner, **nicht** wir.
- Wechsel in andere Übungsgruppe nur mit Tauschpartner – um den **Sie** sich kümmern müssen.

Übungsaufgaben

- Abzugeben sind Lösungen zu fünf Aufgabenblättern.
- Termine

Aufgabenblatt	1	2	3	4	5+6
Ausgabe	18.04.	02.05.	16.05.	30.05.	13.06.
Abgabe	25.04.	09.05.	23.05.	30.05.	20.06.

- Lösungen sind **spätestens direkt vor** Beginn der Vorlesung im Hörsaal abzugeben. Spätere Abgaben werden **nicht** gewertet
- Lösungen werden bewertet und in der auf den Abgabetermin folgenden Übungsstunde zurückgegeben.

Übungstermine

Vorläufige Termine der Übungsgruppen

Tag	Uhrzeit	Raum	Übungsleiter
Di	09:15 - 10:45	SG 3-13	Sven Findeiß
Di	11:15 - 12:45	SG 3-13	Sven Findeiß
Di	11:15 - 12:45	SG 3-11	Martin Reckziegel
Mi	11:15 - 12:45	SG 3-13	Thomas Efer
Mi	11:15 - 12:45	Härtelstraße 16-18, S 109	Manuela Geiß
Mi	13:15 - 14:45	SG 3-13	Thomas Efer
Mi	13:15 - 14:45	Härtelstraße 16-18, S 109	Manuela Geiß
Mi	15:15 - 16:45	Härtelstraße 16-18, S 109	Manuela Geiß
Mi	17:15 - 18:45	Härtelstraße 16-18, S 109	Manuela Geiß
Do	13:15 - 14:45	SG 3-11	Martin Reckziegel
Do	13:15 - 14:45	SG 3-13	Christian Kahmann

Klausur

Zulassungsvoraussetzungen

- rechtzeitige(!) Modul- UND Prüfungsanmeldung in `AlmaWeb`
- Erreichen von 50% der Punkte in den Übungsaufgaben

Übungsmodalitäten

- Team-Arbeit bei den Übungsblättern ist prinzipiell gestattet, ABER:
- jeder sollte alle abgegeben Lösungen erklären können;
- jeder muß eine eigene Abgabe haben;
- markieren Sie Gruppenarbeiten;
- keine Kopien von Ausarbeitungen;
- Abgabe in Papierform, keine Möglichkeit per email abzugeben;
- Lösungen links oben tackern; kein: kleben, vernähen, Büroklammern, schweißen, sonstwas;
- Lose Blätter können Punkteverlust bedeuten;
- Name, Matrikelnummer und Übungsgruppe auf jedes Blatt.

Abgabe vor der Vorlesung, sortiert nach Übungsgruppen

Wenn Sie direkt vor der Vorlesung nicht abgeben können:

- geben Sie die Abgabe einem einem Ihrer Kommilitonen mit zur Abgabe direkt vor der Vorlesung
- oder werfen Sie die Abgabe bis spätestens 16 Uhr (sechzehn Uhr) am Vortag in den Briefkasten der Abteilung *Automatische Sprachverarbeitung* in der 5. Etage im Augusteum, Raum A514.

Spätere Abgaben werden nicht gewertet!

Zusammenfassung

http://adsprak.informatik.uni-leipzig.de/

Kontaktadresse

adshelp@informatik.uni-leipzig.de

Überblick

Einführung in allgemeine *Entwurfsprinzipien* für Algorithmen, die sich für viele Problemstellungen anwenden lassen.

- Greedy-Algorithmen
- Dynamische Programmierung
- Probabilistische und heuristische Algorithmen (für NP-schwierige Probleme)

Anwendungsschwerpunkte

- Datenkompression
- Graphen und Netzwerke
- Rucksackproblen, Travelling Salesman, ...

Datenkompression

Bisheriges Hauptziel bei der Formulierung von Algorithmen

- schnelle Verarbeitung von Daten
- Effizienz bezüglich *Zeit*-Komplexität

Jetzt:

- *Speicher*-effiziente *Kodierung* (Darstellung)
- Datenkompression

Datenkompression

Zwei grundsätzlich unterschiedliche Typen der Kompression

- **verlustfrei** (lossless)
  Codierung eindeutig umkehrbar.
- **verlustbehaftet** (lossy)
  Originaldaten können i.A. nicht eindeutig aus der komprimierten Codierung zurückgewonnen worden.
  Beispiele: JPEG, MPEG (mp3)

Kompressionsverfahren: Übersicht

- **Lauflängenkodierung:** Aufeinanderfolgende identische Zeichen werden zusammengefasst.
- **Huffman-Kodierung:** Häufiger auftretende Zeichen werden mit weniger Bits codiert.
- **LZW, LZ77, gzip:** Mehrfach auftretende Zeichen*folgen* werden indiziert (*Wörterbuch*/*Codetabelle*), um dann durch ein einzelnes Zeichen dargestellt zu werden.

Allgemeines Prinzip:
Ausnutzen von **Redundanz**
(Abweichungen von zufälliger Zeichenfolge, wiederkehrende Muster)

Lauflängencodierung

- Einfachster Typ von Redundanz:
  Läufe (runs) = lange Folgen sich wiederholender Zeichen.
- Beispiel:
  AAAABBBAABBBBBCCCCCCCCDABCBAAABBBBCCCD.
- Ersetze jeden Run durch seine Länge und das wiederholte Zeichen:
  4A3B2A5B8CDABCB3A4B3CD
- Lohnt sich nur für Läufe mit Länge > 2.

Wie können wir Text-Zeichen von Längenangaben unterschieden? Insbesondere, wenn alle Zeichen (auch Ziffern) im zu codierenden Text vorkommen dürfen.

Lauflängencodierung: Codierung mit Escape-Zeichen

- Wähle als **Escape-Zeichen** ein Zeichen Q, das in der Eingabe wahrscheinlich nur selten auftritt.
- Jedes Auftreten dieses Zeichens besagt, dass die folgenden beiden Buchstaben ein Paar (Zähler, Zeichen) bilden.
- Ein solches Tripel wird als *Escape-Sequenz* bezeichnet.
- Zählerwert i wird durch i-tes Zeichen des Alphabets dargestellt.
- Codierung erst für Läufe ab Länge 4 sinnvoll.
- Auftreten des Escape-Zeichens Q selbst muss speziell codiert werden, z.B. als Run der Länge 1 oder Q␣ (␣=Leerzeichen), etc.
- Beispiel:

Text	AAAABBBAABBBBBCCCCCCCCDABCQC.
Codierung	**Q**DABBBAA**Q**EB**Q**HCDABC**Q**␣C

Lauflängencodierung: Spezialfall "Binäre Daten"

Für Sequenzen von Bitwerten $\in \{0, 1\}$:

- Beobachtung: Läufe von 0 und 1 wechseln sich ab.
- Nutze das aus: gebe nur noch Lauflängen an.
- Beispiel:

Sequenz	000111011110110011111
Kodierung	3 3 1 4 1 2 3 5

Was ist, wenn die Sequenz mit 1 beginnt?

Codierung mit variabler Länge

- Ansatzpunkt für Kompression: In Sprache kommen Zeichen mit unterschiedlicher Häufgkeit vor, z.B. **E** häufiger als **Y**.
- Beispiel: ABRACADABRA
- Standardcodierung (unkomprimiert) mit 5 Bits pro Zeichen:
  00001 00010 10010 00001 00011 00001 00100 00001 00010 10010 00001
- Häufgkeit der Buchstaben:

A	B	C	D	R
5	2	1	1	2

- **Idee:** verwende für häufige Zeichen kurze Bitsequenzen, für seltene dafür längere. Minimiere so die Gesamtzahl der benötigten Bits.

Wie kann man, trotz unterschiedlich langer Bitfolgen, erkennen welche Bits welches Zeichen codieren?

Problem: Mehrdeutigkeit

Gegeben sei folgende Codierung mit 0 und 1 (bzw. kurz oder lang wie im Morsealphabet):

$E = 0$

$T = 1$

$A = 01$

Was bedeutet 0101?

Buchstabenkombination ETA AA ETET AET

Ohne Sonderzeichen keine eindeutige Zerlegung!

Codierung mit variabler Länge: Präfixcodes

Präfixcode (Präfix-freier Code)

- Kein Codewort ist Präfix eines anderen Codeworts.
- Durch Präfix-Freiheit: Codierung eindeutig umkehrbar.
- Im Beispiel (ABRACADABRA):

Buchstabe	A	B	C	D	R
Häufigkeit	5	2	1	1	2
Code	0	100	1010	1011	11

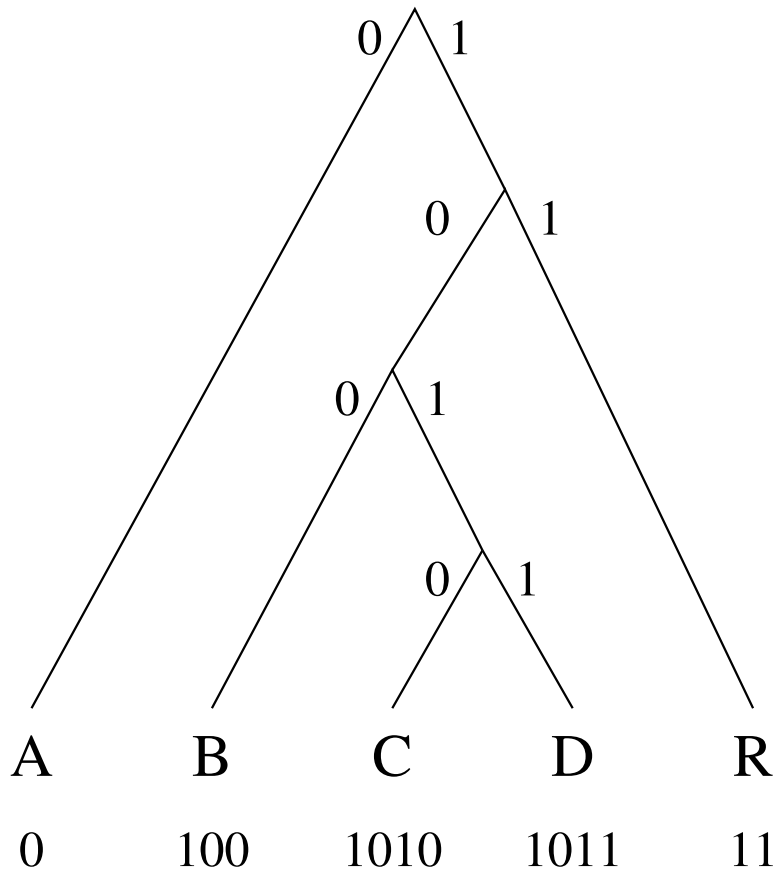
Codierung:

```
01001101010010110100110
AB  R AC   AD   AB  R A
```

Codierung mit variabler Länge: Tries

Binärer Präfixcode lässt sich durch Binärbaum (Trie) darstellen:

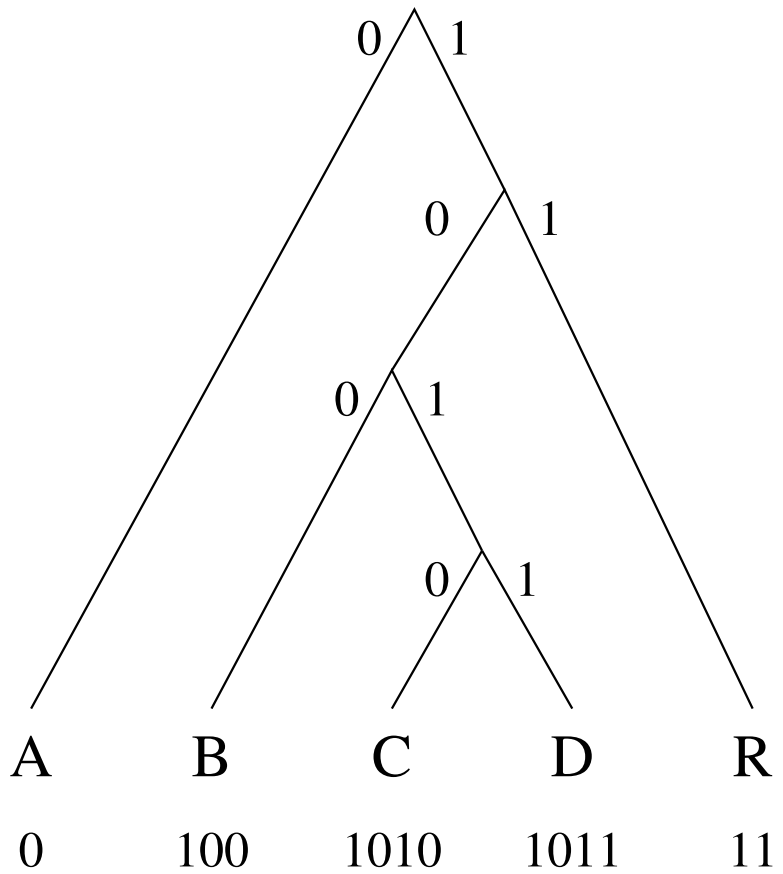
- **Blätter** = zu codierende Zeichen
- Zur **Codierung eines Zeichens**: laufe von Wurzel zum Blatt des Zeichens und gebe Kantenlabel aus (0 bei Verzweigung nach links; 1, nach rechts)
- Übliche Bezeichnung: **Trie** (dazu später mehr)



Dekodierung

Gegeben: Bitsequenz und Präfixcode als Trie

1. Beginne bei Wurzel im Baum
2. Wiederhole bis zum Ende der Bitsequenz
   1. Lies nächstes Bit. Bei 0 verzweige nach links im Baum, sonst nach rechts.
   2. Falls erreichter Knoten ein Blatt ist, gib das Zeichen des Blatts aus und springe zurück zur Wurzel.



Der Huffman-Code

Der *Huffman-Code* ist ein präfix-freier Code mit variabler Länge, der die unterschiedlichen Zeichen-Häufigkeiten ausnutzt und systematisch erzeugt werden kann.

Erzeugung des Huffman-Codes

Schritt 1: Zähle Häufigkeit der Zeichen in der zu codierenden Zeichenfolge

Das folgende Programm ermittelt die Buchstaben-Häufigkeiten einer Zeichenfolge a und trägt diese in ein Feld `count` ein.

```
for ( i = 0 ; i <= 26 ; i++ ) count[i] = 0;
for ( i = 0 ; i < a.length ; i++ ) count[index(a[i])]++;
```

Dabei liefert `index(c)` den Index eines Zeichens c:
`index`(A)=1, `index`(B)=2, ...; `index`(␣):=0

Huffman-Code: Beispiel

"A SIMPLE STRING TO BE ENCODED USING
A MINIMAL NUMBER OF BITS"

Dazugehörige Häufigkeits-Tabelle

	_	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
count[k]	11	3	3	1	2	5	1	2	0	6	0	0	2	4	5	3	1	0	2	4	3	2	0	0	0	0	0

Huffman-Code: Erzeugung des Tries

Schritt 2: Aufbau des Tries (entsprechend den Häufigkeiten)

Für jedes Zeichen mit Häufigkeit$\neq 0$, erzeuge einen Baum jeweils mit dem Zeichen als einzigem Knoten.

Schritt 3: Kombiniere iterativ die Bäume mit kleinsten Häufigkeiten

- Wähle zwei Bäume mit minimalen Häufigkeiten (Die Häufigkeit eines Baums ist die Summe der Häufigkeiten aller seiner Zeichen. Während der Erzeugung speichern wir Häufigkeit jedes Baums ab.)
- Verwende hierfür als Zwischenstruktur einen *MinHeap*
- Erzeuge neuen Knoten, der diese beiden Bäume als Nachfolger hat
- Iteriere Schritt 3 bis alle Knoten miteinander zu einem einzigen Baum verbunden sind.

Am Ende sind Zeichen mit geringen Häufigkeiten weit unten im Baum; Zeichen mit großen Häufigkeiten nah an der Wurzel.

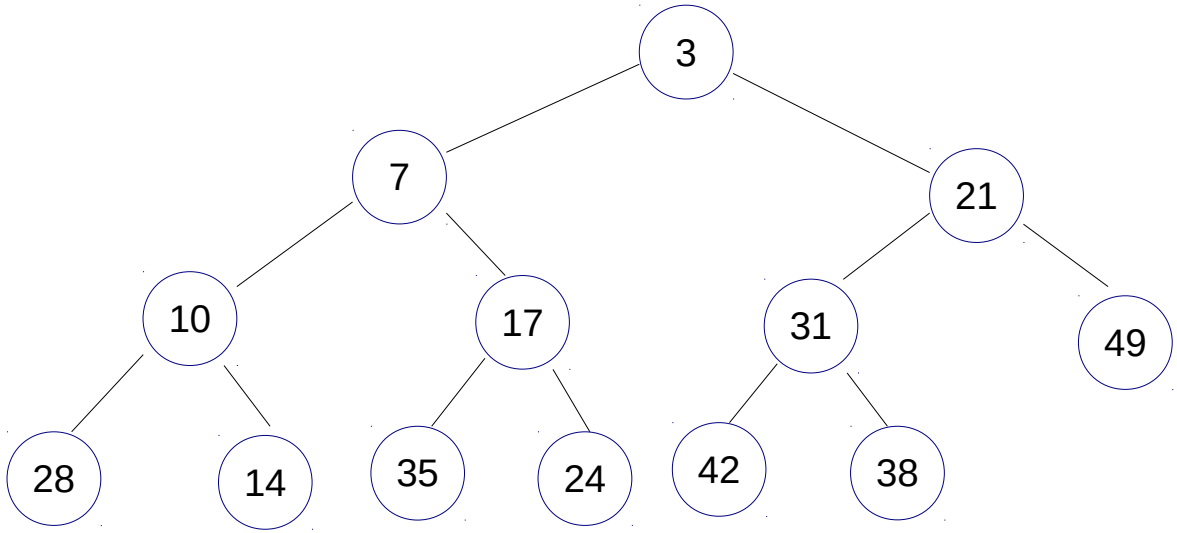
Kurze Erinnerung: Heap

- Datenstruktur Heap („Halde“) als Spezialfall eines binären Baumes
- **Ein Heap ist ein Binärbaum**, der
  - die Heapeingenschaft hat (Kinder sind größer/kleiner als der Vater)
  - bis auf die letzte Ebene vollständig besetzt ist
  - höchstens eine Lücke in der letzten Ebene hat, die ganz rechts liegt
- Heaps i. A. genutzt, um den Datentyp *Vorrangwarteschlange* (engl. „priority queue“) zu implementieren
- Folgende Operationen sollen dabei unterstützt werden:
  - Lesen des Objektes mit der kleinsten/größten Priorität
  - Löschen des Objektes mit der kleinsten/größten Priorität
  - Einfügen eines neuen Elements mit beliebiger Priorität

Anmerkungen

Aus der Definition folgt, dass

- ein Teilbaum eines Heaps wiederum ein Heap ist
- in einem beliebigen Pfad im Heap die Elemente sortiert sind
- Je nach dem, ob bei der Sortierung die Eigenschaft *größer* oder *kleiner* betrachtet wird, spricht man von *minHeap* oder *maxHeap*



Priority Queues

Typische Operationen auf Priority Queues:

- isempty, insert, readmin, delmin

Für das **Einfügen:**

- hänge das einzufügende Element an den freien Knoten der vorletzten Ebene
- stelle die Heap-Eigenschaft wieder her

Für das **Entnehmen** eines minimalen/maximalen Elements:

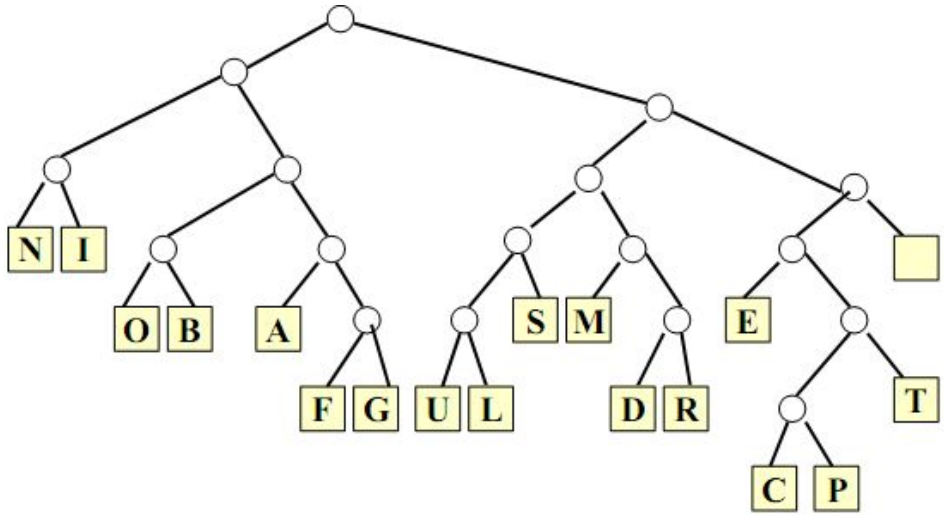
- lösche das Wurzelelement
- füge das letzte Blatt an der Wurzel ein
- stelle die Heap-Eigenschaft wieder her *(heapify)*

Aufwand:

- Min-Lesen O(1)
- Min-Löschen O(log n)
- Einfügen O(log n)

Trie für die Huffman-Codierung von “A SIMPLE STRING ...”

	_	A	B	C	D	E	F	G	I	L	M	N	O	P	R	S	T	U
k	0	1	2	3	4	5	6	7	9	12	13	14	15	16	18	19	20	21
count[k]	11	3	3	1	2	5	1	2	6	2	4	5	3	1	2	4	3	2

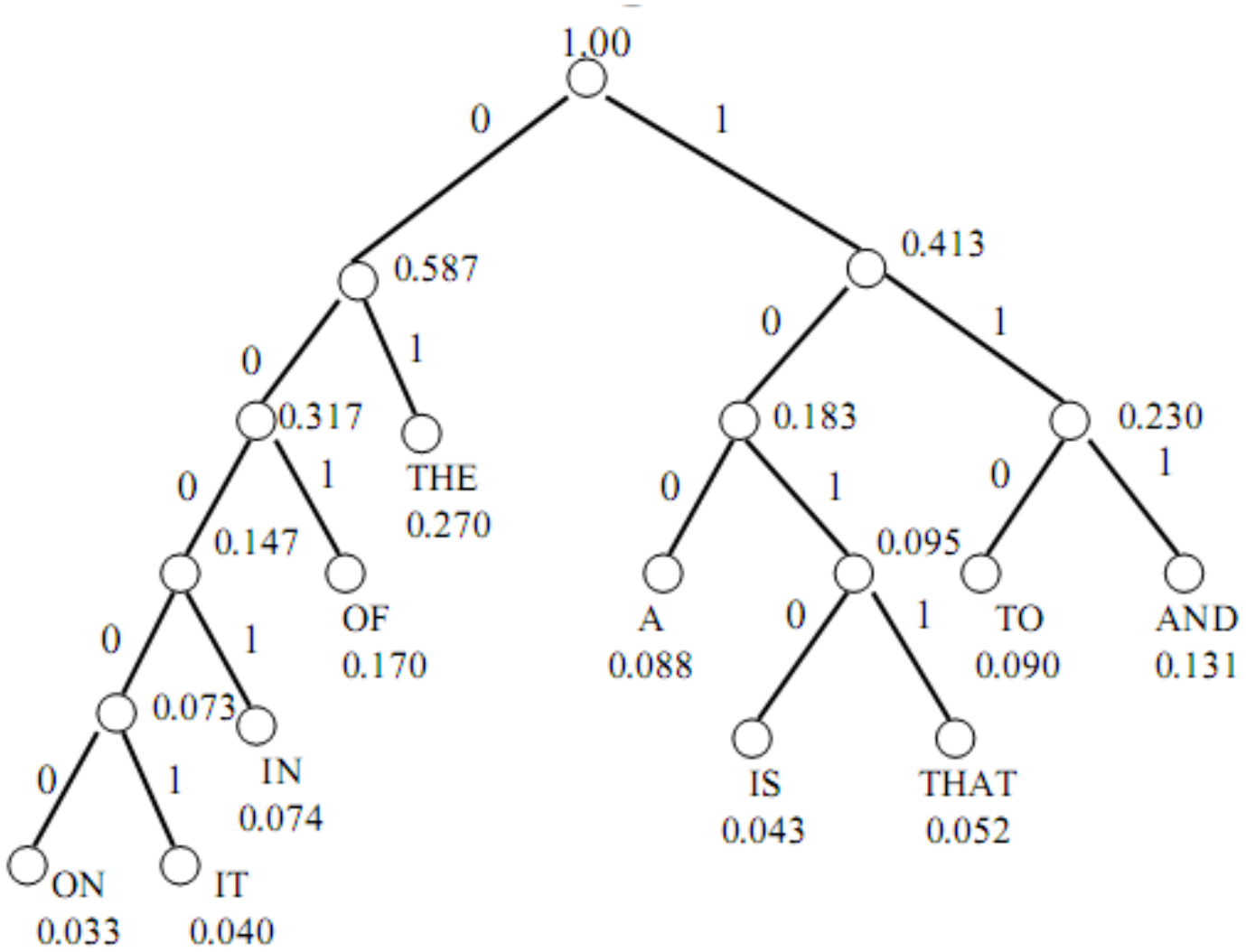


Ableitung des eigentlichen Codes aus dem Trie: Kantenlabel 0 nach links und 1 nach rechts, lese Code eines Zeichens auf Pfad von Wurzel zu Zeichen ab.

Huffman-Codierung für Wörter der Englischen Sprache

Codierungs-Einheit	Wahrscheinlichkeit des Auftretens	Code-Wert	Code-Länge
the	0.270	01	2
of	0.170	001	3
and	0.137	111	3
to	0.099	110	3
a	0.088	100	3
in	0.074	0001	4
that	0.052	1011	4
is	0.043	1010	4
it	0.040	00001	5
on	0.033	00000	5

Huffman-Codierungs-Baum für englische Wörter



Häufigkeitsverteilung deutscher Bigramme

en	4.47	*nw*	0.55	*ab*	0.25	*nm*	0.16
er	3.40	*us*	0.54	*il*	0.25	*pe*	0.16
ch	2.80	*nn*	0.53	*mm*	0.25	*rl*	0.16
nd	2.58	*nt*	0.52	*nz*	0.25	*sm*	0.16
ei	2.26	*ta*	0.51	*sg*	0.25	*sp*	0.16
de	2.14	*eg*	0.50	*sw*	0.25	*th*	0.16
in	2.04	*eh*	0.50	*rn*	0.24	*wo*	0.16
es	1.81	*zu*	0.50	*ro*	0.24	*af*	0.15
te	1.78	*al*	0.49	*ea*	0.23	*lu*	0.15
ie	1.76	*ed*	0.48	*fr*	0.23	*mu*	0.15
un	1.73	*ru*	0.48	*sd*	0.23	*no*	0.15
ge	1.68	*rs*	0.47	*tt*	0.23	*nv*	0.15
st	1.24	*ig*	0.45	*tw*	0.23	*rf*	0.15
ic	1.19	*ts*	0.45	*gr*	0.22	*ut*	0.15
he	1.17	*ma*	0.43	*tz*	0.22	*br*	0.14
ne	1.17	*sa*	0.43	*fe*	0.21	*ez*	0.14
se	1.17	*wa*	0.43	*gt*	0.21	*ho*	0.14
ng	1.07	*ac*	0.42	*rh*	0.21	*ka*	0.14
re	1.07	*eu*	0.42	*ds*	0.20	*os*	0.14
au	1.04	*so*	0.41	*du*	0.20	*bl*	0.13
di	1.02	*ar*	0.40	*mi*	0.20	*dw*	0.13
be	0.96	*tu*	0.40	*nb*	0.20	*ep*	0.13
ss	0.94	*ck*	0.37	*nk*	0.20	*hm*	0.13

Häufigkeitsverteilung deutscher Trigramme

ein	1.22	*ese*	0.27	*hre*	0.18	*nne*	0.14	*auc*	0.11
ich	1.11	*auf*	0.26	*hei*	0.18	*nes*	0.14	*als*	0.11
nde	0.89	*ben*	0.26	*lei*	0.18	*ond*	0.14	*alt*	0.11
die	0.87	*ber*	0.26	*nei*	0.18	*oen*	0.14	*eic*	0.11
und	0.87	*eit*	0.26	*nau*	0.18	*sdi*	0.14	*esc*	0.11
der	0.86	*ent*	0.26	*sge*	0.18	*sun*	0.14	*enh*	0.11
che	0.75	*est*	0.26	*tte*	0.18	*von*	0.14	*eil*	0.11
end	0.75	*sei*	0.26	*wei*	0.18	*bei*	0.13	*fen*	0.11
gen	0.71	*and*	0.25	*abe*	0.17	*chl*	0.13	*gan*	0.11
sch	0.66	*ess*	0.25	*chd*	0.17	*chn*	0.13	*hte*	0.11
cht	0.61	*ann*	0.24	*des*	0.17	*chw*	0.13	*iea*	0.11
den	0.57	*esi*	0.24	*nte*	0.17	*ech*	0.13	*ieb*	0.11
ine	0.53	*ges*	0.24	*rge*	0.17	*edi*	0.13	*nli*	0.11
nge	0.52	*nsc*	0.24	*tes*	0.17	*enk*	0.13	*rda*	0.11
nun	0.48	*nwi*	0.24	*uns*	0.17	*eun*	0.13	*rsc*	0.11
ung	0.48	*tei*	0.24	*vor*	0.17	*enz*	0.13	*std*	0.11
das	0.47	*eni*	0.23	*dem*	0.16	*hau*	0.13	*sst*	0.11
hen	0.47	*ige*	0.23	*hin*	0.16	*ite*	0.13	*tre*	0.11
ind	0.46	*aen*	0.22	*her*	0.16	*ief*	0.13	*uss*	0.11
enw	0.45	*era*	0.22	*lle*	0.16	*imm*	0.13	*all*	0.10
ens	0.44	*ern*	0.22	*nan*	0.16	*ihr*	0.13	*aft*	0.10
ies	0.44	*rde*	0.22	*tda*	0.16	*iss*	0.13	*bes*	0.10
ste	0.44	*ren*	0.22	*tel*	0.16	*kei*	0.13	*dei*	0.10
ten	0.44	*tun*	0.22	*ueb*	0.16	*mei*	0.13	*erf*	0.10
ere	0.43	*ing*	0.21	*ang*	0.15	*nsi*	0.13	*ess*	0.10
lic	0.42	*sta*	0.21	*cha*	0.15	*nem*	0.13	*esw*	0.10

Künstliche Sprache (nach Kumpfmüller)

Einergruppen (Buchstabenhäufigkeit)

EME GKNEET ERS TITBL BTZENFNDGBGD EAI E LASZ
BETEATR IASMIRCH EGEOM

Zweiergruppen (Paarhäufigkeit)

AUSZ KEINU WONDINGLIN DUFRN ISAR STEISBERER ITEHM
ANORER

Dreiergruppen

PLANZEUNDGES PHIN INE UNDEN ÜBBEICHT GES AUF ES SO
UNG GAN DICH WANDERSO

Vierergruppen

ICH FOLGEMÄSZIG BIS STEHEN DISPONIN SEELE NAMEN

Fragen zur Kompression

- Welche Arten von Redundanz können Lauflängencodierung und Huffmancodierung ausnutzen bzw. nicht ausnutzen?
- Welches Verfahren sollte wann benutzt werden?
- Welches Verfahren ist gut für Text?
- Sind Kombinationen, d.h. die Hintereinanderausführung von Kompressions-Verfahren sinnvoll?

- Verschiedene Kompressionsverfahren arbeiten unterschiedlich gut bei Daten unterschiedlichen Typs (Bilder, numerische Daten, Text).
- Schlussfolgerung: Wir interessieren uns für weitere Verfahren.

Die LZ-Familie von Kompressionsalgorithmen

LZ77, LZ78, LZW, ...

Nutze unterschiedliche Häufigkeit von *Zeichenfolgen* aus.

Grundlegende Idee: verwende ein "Wörterbuch" von Zeichenfolgen, so dass häufige Zeichenfolgen durch Verweise auf das Wörterbuch platzsparend codiert werden können. (LZ78,LZW: explizites Wörterbuch; LZ77: implizit, "sliding window")

Text-Beispiel: RABARBABARBARABARBARBARENBART[1]

Grundsätzlicher Konflikt: Je grösser das Wörterbuch, desto

+ mehr und längere Zeichenfolgen können durch Verweise codiert werden
- mehr Platzbedarf pro Verweis
- mehr Platzbedarf für Wörterbuch
- höhere Laufzeit und Platzbedarf für Kompression und Dekompression

[1] in kompressionsfreundlich-reformierter Rechtschreibung

Historischer Exkurs (LZ-Familie)

1977	Abraham Lempel und Jacob Ziv erfinden den Kompressionsalgorithmus LZ77
1983	Terry A. Welch (Sperry Corporation - später Unisys) patentiert LZW (Variante von LZ78)
1987	CompuServe veröffentlicht GIF als freie und offene Spezifikation (Version 87a)
1989	Vorstellung von GIF 89a
1993	Unisys informiert CompuServe über die Verwendung ihres patentierten LZW-Algorithmus in GIF
1994	Unisys gibt öffentlich bekannt, Gebühren für die Verwendung des LZW-Algorithmus einzufordern
1995	die PNG Gruppe wird gegründet, erste PNG Bilder werden ins Netz gestellt, die PNG-Spezifikation 0.92 steht im W3C
1997	PNG-Unterstützung in Netscape 4.04 und IE 4.0