Universität Leipzig Institut für Informatik Automatische Sprachverarbeitung	**Algorithmen und Datenstrukturen II** SS 2018 – Serie 4		
Prof. Dr. Gerhard Heyer	Ausgabe am 30.05.2018	Abgabe am 06.06.2018	Seite 1/2

Algorithmen und Datenstrukturen II
SS 2018 – Serie 4

14 (10 Punkte) Flüsse

Ein Flussnetzwerk mit der Knotenmenge $\{q, a, b, c, d, s\}$ habe genau die Kanten

$$(q, b, 8),\ (q, a, 7),\ (b, d, 5),\ (c, d, 4),\ (b, a, 3),\ (a, c, 10),\ (c, s, 6),\ (d, s, 9),$$

wobei jedes 3-Tupel (v, w, κ) die Kante (v, w) und deren Kapazität $c(v, w) = \kappa$ definiere. Wie üblich bezeichne q die Quelle und s die Senke des Netzwerks.
Weiterhin sei f ein Fluss mit den Werten

$$f(q, a) = 4, f(b, a) = 1, f(c, d) = 3, f(d, s) = 6.$$

a) Berechnen sie die Werte von f für die übrigen Kanten, so dass f ein gültiger Fluss ist. Zeichnen sie das gegebene Flussnetzwerk und beschriften sie jede Kante mit den zugehörigen Werten von c und f. (3 Punkte)

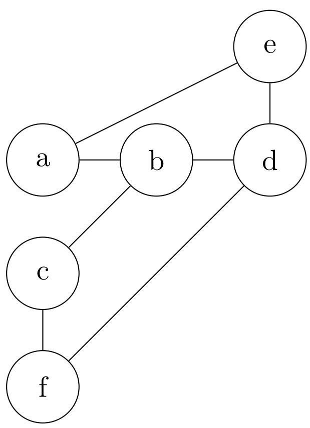
b) Zeichnen sie den Restgraphen des Flussnetzwerks mit seinen Kantengewichten. (3 Punkte)

c) Geben sie alle Erweiterungspfade und das jeweilige Minimum der verfügbaren Restkapazität an. (2 Punkte)

d) Fügen sie den zunehmenden Weg mit grösster minimaler Restkapazität zu f hinzu und geben sie die veränderten Flusswerte an. (2 Punkte)

15 (5 Punkte) Matching

Gegeben sei der folgende ungerichtete Graph G:



Geben Sie in einer Tabelle mit ja oder nein an, ob es sich bei den in a), b) und c) gegebenen Kantenmengen um ein Matching, ein Maximales Matching und/oder ein Perfektes Matching handelt.

a) (a,b)

b) (a,b), (c,f), (e,d)

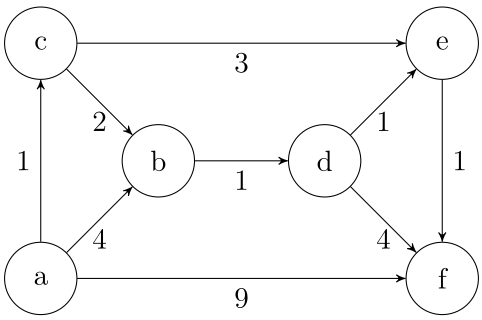
c) (a,b), (d,e), (d,f)

d) Ermöglicht der Graph ein Perfektes, aber nicht Maximales Matching. Begründen Sie Ihre Antwort bzw. geben Sie das Matching an.

e) Ist der Graph bipartit? Begründen Sie die Antwort.

16 (10 Punkte) Kürzeste Wege

Gegeben sei der folgende gewichtete gerichtete Graph $G = (V, E, w)$.



(a) Benutzen sie den Dijkstra-Algorithmus, um die Längen der kürzesten Pfade von Knoten a zu allen anderen Knoten zu berechnen. Geben sie direkt nach jeder Extraktion eines Knotens aus der Queue die aktuellen Werte $D[a], \ldots, D[f]$ an. Geben sie dann noch diese Werte nach Abschluss der Berechnung an. (4 Punkte)

b) Der Graph H entstehe aus G durch Hinzunahme der Kante $x = (e, b)$ mit dem Gewicht $w(x) = -2$. Benutzen sie den Bellman-Ford-Algorithmus, um im Graphen H die Längen der kürzesten Pfade von Knoten a zu allen anderen zu berechnen. In der inneren Schleife werden die Kanten in lexikographischer Ordnung abgearbeitet, also (a, b), (a, c), (a, f), (b, d), (c, b), (c, e), usw.

Geben sie nach jedem Durchlauf der inneren Schleife die jeweils bearbeitete Kante und die aktuellen Werte $D[i]$ für alle Knoten $i \in \{a, \ldots, f\}$ an. Beenden sie ihre Auflistung nach zwei Durchläufen der äusseren Schleife. (4 Punkte)

c) Reduzieren Sie das Gewicht der in b) hinzugefügten Kante um 1. Was ergibt sich für die kürzesten Wege von a zu allen anderen Knoten in H'? Begründen sie ihre Antwort. (2 Punkte)