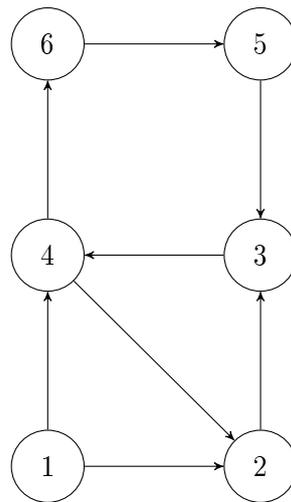


Universität Leipzig Institut für Informatik Automatische Sprachverarbeitung	Algorithmen und Datenstrukturen II SS 2018 – Serie 3		
Prof. Dr. Gerhard Heyer	Ausgabe am 16.05.2018	Abgabe am 23.05.2018	Seite 1/3

Algorithmen und Datenstrukturen II SS 2018 – Serie 3

9 (4 Punkte) Graphdurchlauf

Gegeben sei der Graph

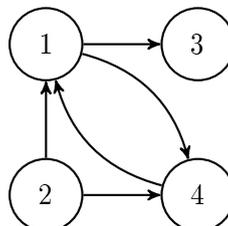


Führen Sie die folgenden Durchläufe aus und geben Sie die Knoten in der Reihenfolge an, in der sie aufgefunden werden. Besteht die Wahl zwischen mehreren Fortsetzungsknoten, sollen diese Knoten in aufsteigender Reihenfolge besucht werden. Zeichnen sie jeweils den durch die Abarbeitung entstehenden Teilgraph.

- (2 Punkte) einen Tiefendurchlauf, beginnend bei Knoten 1
- (2 Punkte) einen Breitendurchlauf, beginnend bei Knoten 1

10 (3 Punkte) Transitiv Hülle

Gegeben sei der Graph



- Bestimmen sie die reflexive transitive Hülle mit Hilfe des in der Vorlesung beschriebenen Warshall-Algorithmus. Zeichnen sie den resultierenden Graphen und halten Sie sich eng an das in der Vorlesung vorgestellte Vorgehen. (2 Punkte)

Universität Leipzig Institut für Informatik Automatische Sprachverarbeitung	Algorithmen und Datenstrukturen II SS 2018 – Serie 3		
Prof. Dr. Gerhard Heyer	Ausgabe am 16.05.2018	Abgabe am 23.05.2018	Seite 2/3

- (b) Entfernen Sie genau eine Kante des ursprünglich in a) bearbeiteten Graphen, so dass die Anzahl der mittels Warshall-Algorithmus bestimmten reflexiven transitiven Hüllen maximiert wird und geben Sie die entsprechende Anzahl an. (1 Punkt)
Hinweis: Überlegen Sie genau, welche Eigenschaften das Ergebnis des Warshall-Algorithmus hat.

11 (3 Punkte) Topologische Sortierung

$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ sei die Knotenmenge eines gerichteten Graphen G . Geben Sie jeweils die maximale Anzahl an topologischen Sortierungen der mit den folgenden Kantenmengen beschriebenen Graphen an:

- (a) $E = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)\}$
(b) $E = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 2)\}$
(c) $E = \{(3, 4), (4, 1), (1, 2), (4, 2)\}$

Hinweis: Es sollen keine Topologischen Sortierungen aufgelistet werden.

12 (8 Punkte) Mengensysteme

- (a) Gegeben sind die Menge $E = \{a, b, c, d, e\}$ und die folgenden Mengen von Mengen:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= \{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, c\}, \{a, d\} \} \\ \mathcal{M}_2 &= \{ \emptyset, \{a\}, \{b, e\}, \{c\}, \{d\}, \{a, d, e\} \} \\ \mathcal{M}_3 &= \{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{c, d\} \} \\ \mathcal{M}_4 &= \{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\} \} \\ \mathcal{M}_5 &= \{ \{a\}, \{b\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, d\} \} \end{aligned}$$

Geben Sie für jedes $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ an, ob (E, \mathcal{M}_i) ein Mengensystem, ein Unabhängigkeitssystem, ein Matroid ist. Schreiben Sie Ihr Ergebnis in Form einer Tabelle mit Einträgen ja/nein, wobei jedes i eine Spalte und jede der drei Eigenschaften eine Zeile bekommt. (5 Punkte)

- (b) Verändern Sie die in a) definierte Menge E so, dass nur \mathcal{M}_4 ein Mengensystem ist. (1 Punkt)
(c) Geben Sie für die Fälle aus a), in denen ein Unabhängigkeitssystem, aber kein Matroid vorliegt, eine Gewichtsfunktion an, bei der der in der Vorlesung beschriebene kanonische Greedy-Algorithmus keine optimale Lösung findet. Die Gewichtsfunktion soll nur Werte in $\{1, 2, 3, 4\}$ annehmen. (2 Punkte)

Universität Leipzig Institut für Informatik Automatische Sprachverarbeitung	Algorithmen und Datenstrukturen II SS 2018 – Serie 3		
Prof. Dr. Gerhard Heyer	Ausgabe am 16.05.2018	Abgabe am 23.05.2018	Seite 3/3

13 (7 Punkte) Starke Zusammenhangskomponenten

Der gerichtete Graph G sei durch die folgende Kantenliste definiert.

6, 9, 1, 3, 2, 1, 2, 6, 3, 2, 3, 4, 5, 4, 5, 6, 6, 4, 6, 5

- a) Benutzen sie den Tarjan-Algorithmus beginnend beim Knoten 1, um die starken Zusammenhangskomponenten von G zu berechnen. In der FOREACH-Schleife innerhalb von Tarjan-visit werden die Kindknoten u des aktuellen Knotens v in aufsteigender Reihenfolge der Indizes bearbeitet. Geben sie in der Reihenfolge der Abarbeitung des Algorithmus an:
- jeweils nach Beendigung der FOREACH Schleife: v , $in[v]$ und $l[v]$
 - die jeweiligen Ausgaben der starken Zusammenhangskomponenten.
- (5 Punkte)
- b) Zeichnen sie G und dessen Komponentengraphen G^* . Benennen sie dabei die starken Zusammenhangskomponenten von G mit a, b, \dots , in der Reihenfolge, in der sie vom Tarjan-Algorithmus im vorigen Aufgabenteil ausgegeben werden. (2 Punkte)