Modellierung nachhaltiger Systeme und Semantic Web

Systeme und Entwicklung

Vorlesung im Modul 10-202-2330 im Master und Lehramt Informatik sowie im Modul 10-202-2309 im Master Informatik

Prof. Dr. Hans-Gert Gräbe

http://informatik.uni-leipzig.de/~graebe

Modellierung von Systemen

Zwei Fragestellungen:

(1) Neues System bauen

(2) Bestehendes System umbauen

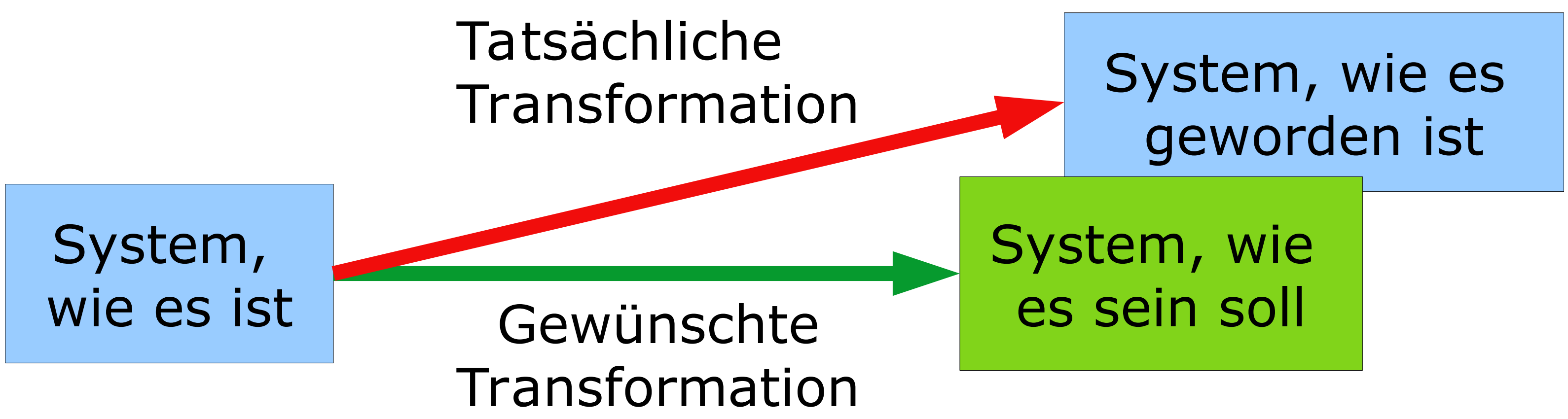
(1) kann als Spezialfall von (2) aufgefasst werden, da jeder Bedarf nach einem neuen System mit wenigstens *groben Vorstellungen* über jenes neue System kommt, also auch unter (1) eine wenigstens *grobe Beschreibungsform* des zu schaffenden Systems existiert.

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

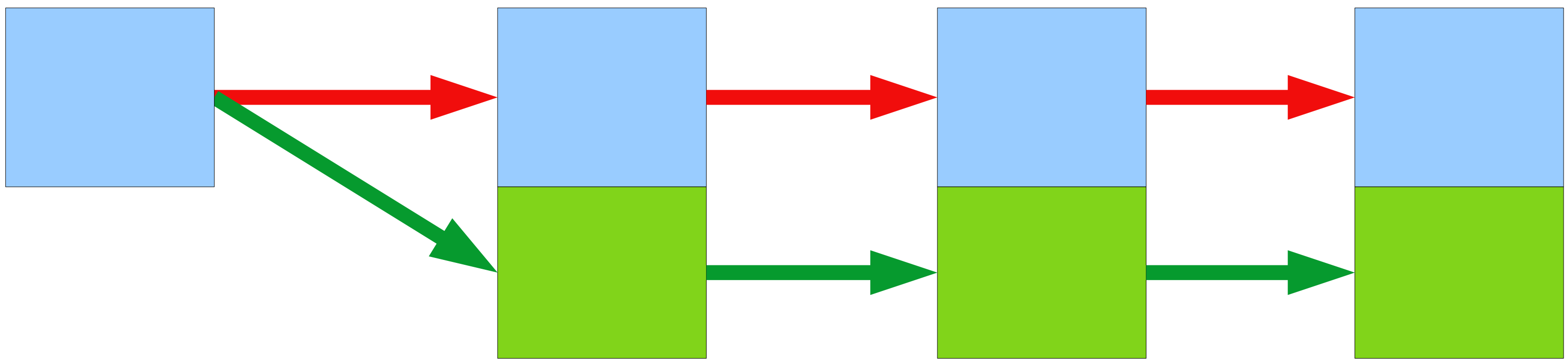
Modellierung von Systemen

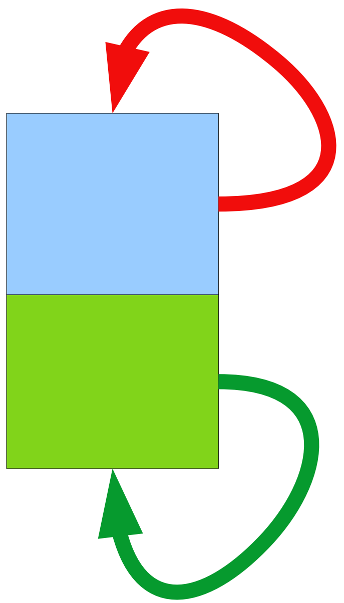
Dieses grundlegende Schema passt nicht nur auf technische Systeme, sondern auch auf die Modellierung sozialer, sozio-ökologischer und kultureller Systeme, ist also hinreichend universell.

Wie entwickelt sich ein solches System in der Zeit?



Entwicklung von Systemen





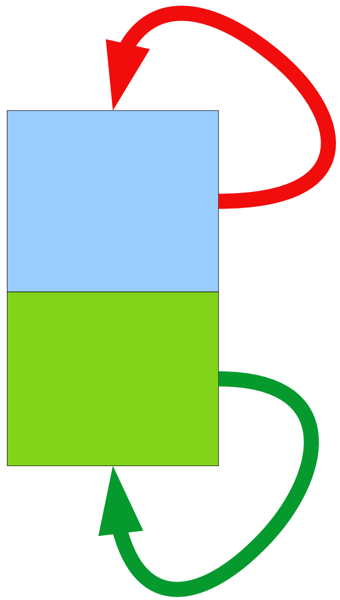
Getaktete Entwicklung als in der Zeit unterschiedene *Versionen* desselben Systems.

Kann aber zugleich aufgefasst werden als *zeitliche Entwicklung* desselben Systems.

Getaktetes Management versus adaptives Management.

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme

Die Entwicklung eines Systems kann deshalb als Widerspruch zwischen einer *Ideallinie der Entwicklung* und einer *Reallinie der Entwicklung* gefasst werden.



Dieser Gedanke findet sich im TRIZ-Konzept des *Idealen Endresultats* (IER) wieder.

In der (mathematischen) *Theorie Dynamischer Systeme* (TDS) wird die Systementwicklung als Fortschreibung von Zuständen gefasst, was sich durch Funktionen f(t) mit Werten in einem Phasenraum beschreiben lässt.

Das *Idealverhalten* wird durch mathematische Zusammenhänge, etwa Differentialgleichungen, beschrieben, deren *invarianten Lösungen* eine Teilstruktur stabiler Zustände (*Trajektorien*) im Phasenraum beschreiben.

Diese Differentialgleichungen und Trajektorien sind Teil der *Beschreibungsform* des Systems und damit bereits durch *Reduktion auf Wesentliches* entstanden.

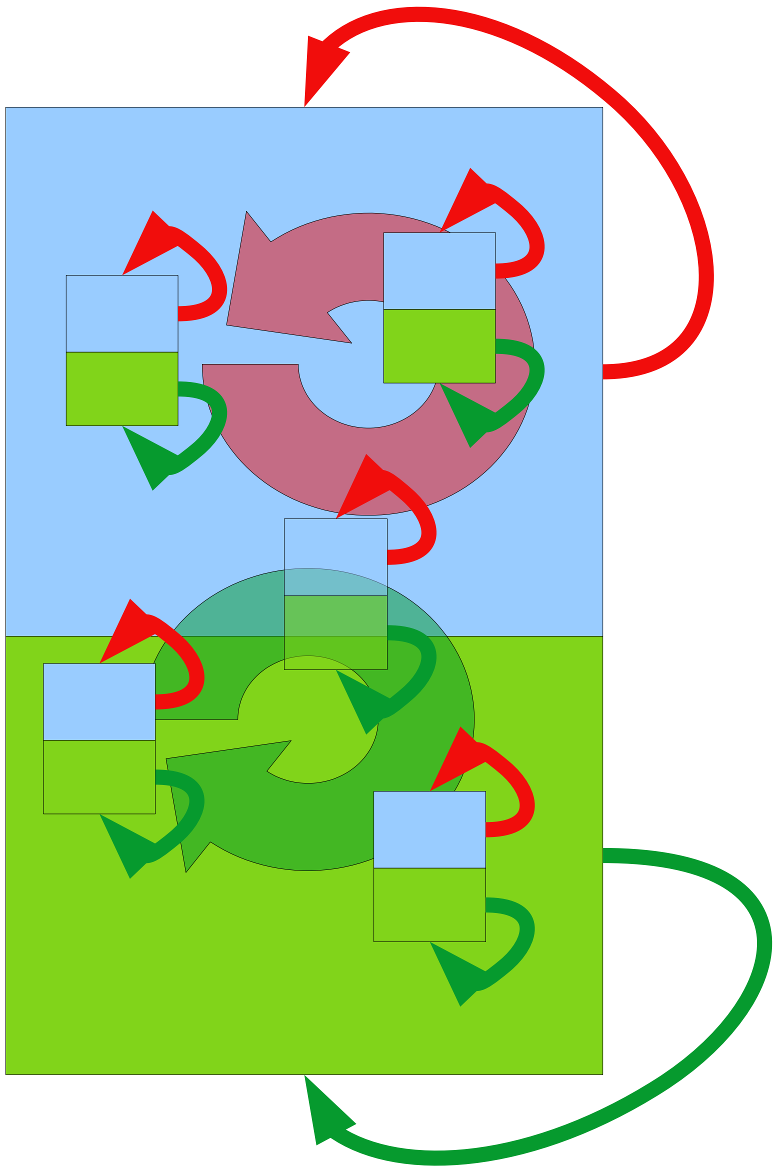
Bei der Modellierung wird davon ausgegangen, dass alles Wesentliche berücksichtigt ist, d.h. dass sich die *reale zeitliche Entwicklung r(t)* des Systems von der *idealen zeitlichen Entwicklung f(t)* nur durch eine kleine Differenz d(t)=r(t)-f(t) unterscheidet, die *für das ausgewählte Wesentliche unwesentlich ist*.

Während f(t) eine *quantitative Vorhersage* der Entwicklung des Systems ermöglicht, ist die Aussage, dass d(t) „klein“ ist bzw. „gedämpft wird“, eine *qualitative Aussage* der Beschreibungsform.

Oft beschränkt man sich auch bei f(t) auf eine *qualitative Aussage* über die genaue Lage der Trajektorien als Invarianten im Lösungsraum und damit auf die Aussage, dass r(t) um diese Trajektorien gedämpft oszilliert. Diese Trajektorien ziehen die Realzustände scheinbar „magisch“ an und werden deshalb auch als *Attraktoren* bezeichnet.

So bewegt sich etwa die Erde auf einer Ellipsenbahn um die Sonne in dem Sinne, dass reale Abweichungen von dieser Bahn immer wieder kompensiert werden.

UNIVERSITÄT LEIPZIG
Institut für Informatik
Betriebliche Informationssysteme



Entwicklung

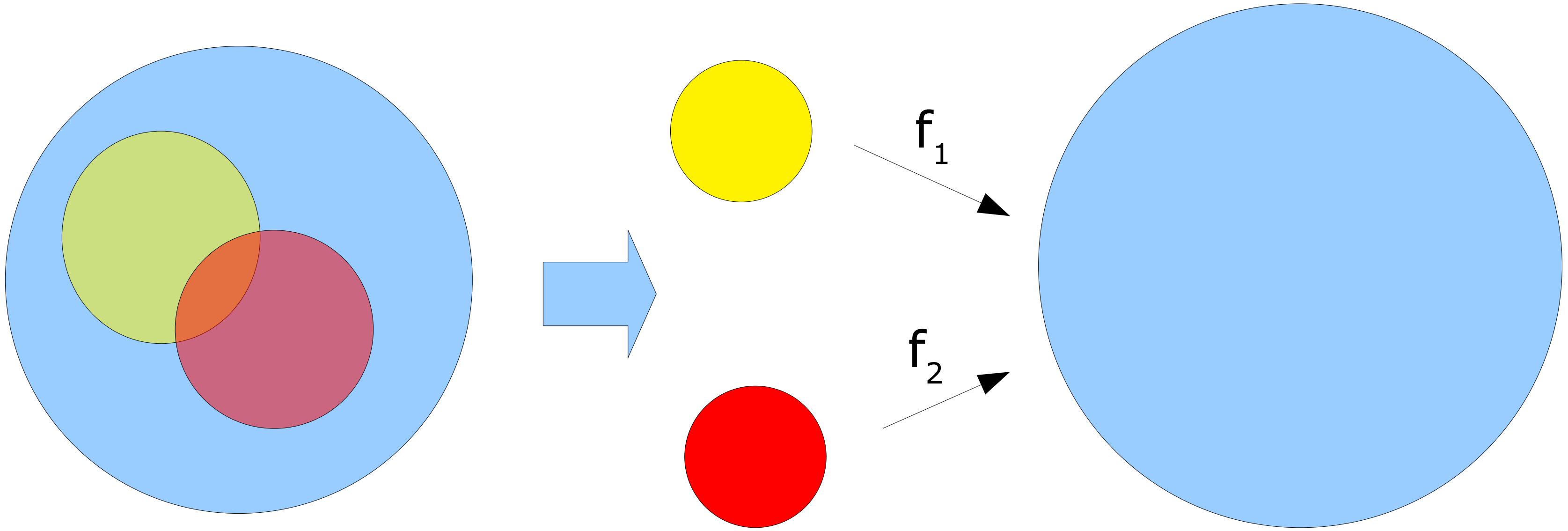
- vom System selbst,
- der Komponenten im System und
- der Beziehungen im System

Wir wollen uns aber zunächst noch genauer anschauen, wie kompliziert Trajektorien sein können.

Einschub TDS.md

Immersive und submersive Systemtheorien

In welchen Strukturen kann man komplexere Relationen von Systemen innerhalb von Obersystemen untersuchen?



Mathematische Formulierung der Fragestellung

Gesucht sind $f_1 : S_1 \to S$, $f_2 : S_2 \to S$.

Gibt es für diese Konstellation ein **universelles kategorielles Objekt,** d.h. ein universelles U und universelle Abbildungen $p_1 : S_1 \to U$, $p_2 : S_2 \to U$, so dass sich *für jedes Tripel (f_1, f_2, S)* die obige Konstellation als

$f_1 = f \circ p_1 : S_1 \to U \to S$, $f_2 = f \circ p_2 : S_2 \to U \to S$

für ein geeignetes $f = f_1 \oplus f_2 : U \to S$ schreiben lässt. U heißt in dem Fall **direkte Summe** und man schreibt $U = S_1 \coprod S_2$.

$$
\begin{tikzcd}
S_1 \arrow[dr, "f_1"] & \\
& S \\
S_2 \arrow[ur, "f_2"] &
\end{tikzcd}
\quad \Longrightarrow \quad
\begin{tikzcd}
S_1 \arrow[dr, "p_1"] & & \\
& U \arrow[r, "f"] & S \\
S_2 \arrow[ur, "p_2"] & &
\end{tikzcd}
$$

Mathematische Kategorien

Die meisten mathematischen Modelle bewegen sich in konkreten **Kategorien**, zum Beispiel der Kategorie der Mengen, der Vektorräume, der Faserbündel, der algebraischen Varietäten usw.

Jede solche Kategorie zeichnet sich dadurch aus, dass dort die Begriffe **Objekt** und **Morphismus** eine klare Bedeutung haben.

Morphismen zwischen Vektorräumen sind zum Beispiel operationstreue Abbildungen, also lineare Abbildungen, die sich für endlichdimensionale Vektorräume durch Matrizen beschreiben lassen.

Nicht in jeder Kategorie existieren solche universellen Objekte.

Anmerkung: Die Konstruktion lässt sich leicht auf endlich viele S_i und sogar auf unendlich viele S_i, $i \in I$, verallgemeinern, und so ist es in der Mathematik auch gemeint.

Kategorie der Mengen

In dieser Kategorie existieren direkte Summen U sowohl für endliche als auch unendliche Indexmengen I. Dies ist gerade **die disjunkte Vereinigung** der Mengen S_i.

Die Abbildungen p_i sind gerade die Einbettungen $p_i : S_i \rightarrow U$ der Teilmengen in deren disjunkte Vereinigung.

Die Abbildung $f : U \rightarrow S$ ergibt sich wie folgt: Für jedes $a \in U$ existieren genau ein i und ein $a' \in S_i$ mit $a=p_i(a')$. Setze $f(a)=f_i(a')$.

Ist $|S_1| = a$, $|S_2| = b$, so ist $|S_1 \coprod S_2| = a+b$.

Das Ganze ist nicht mehr als die Summe seiner Teile.

Alle Pfeile umdrehen (TRIZ Prinzip 13)

Gesucht sind $f_1 : S_1 \leftarrow S$, $f_2 : S_2 \leftarrow S$.

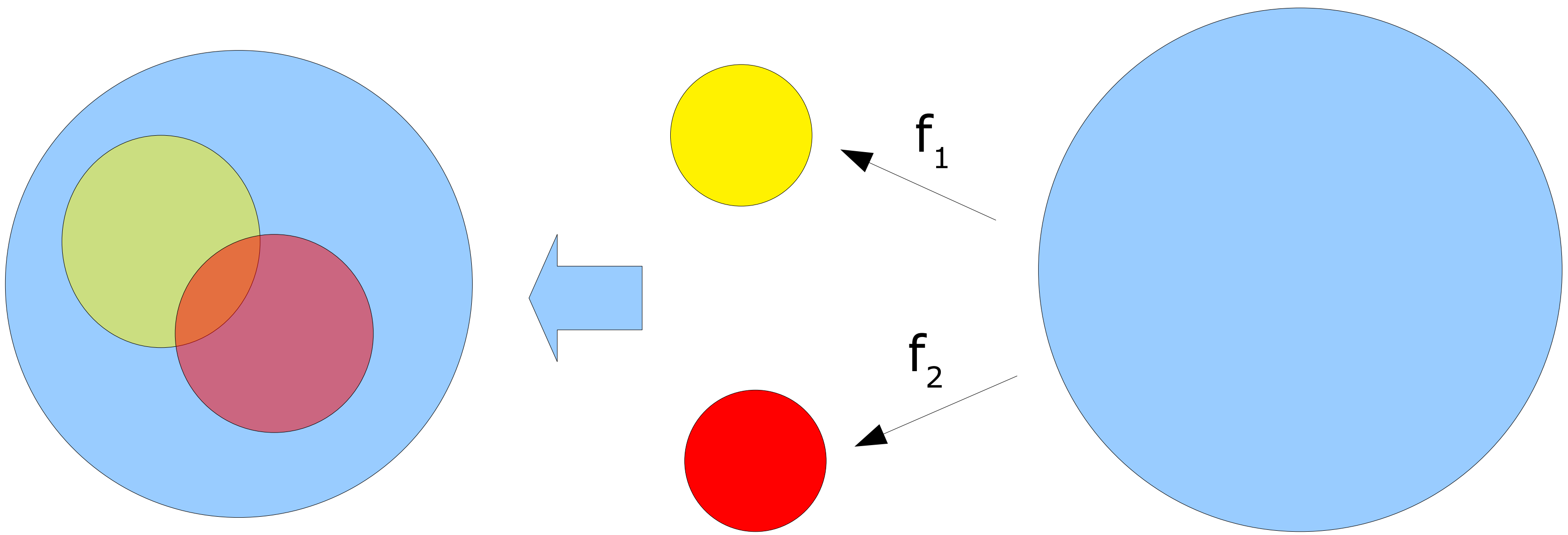
Gibt es für diese Konstellation ein **universelles kategorielles Objekt,** d.h. ein universelles U und universelle Abbildungen $p_1 : S_1 \leftarrow U$, $p_2 : S_2 \leftarrow U$, so dass sich *für jedes Tripel (f_1, f_2, S)* die obige Konstellation als

$$f_1 = p_1 \circ f : S_1 \leftarrow U \leftarrow S,\ f_2 = p_2 \circ f : S_2 \leftarrow U \leftarrow S$$

für ein geeignetes $f = f_1 \otimes f_2 : S \rightarrow U$ schreiben lässt. U heißt in dem Fall **direktes Produkt** und man schreibt $U = S_1 \prod S_2$.

$$\begin{tikzcd} S_1 & \\ & S \arrow[ul, "f_1"'] \arrow[dl, "f_2"] \\ S_2 & \end{tikzcd} \quad \Longrightarrow \quad \begin{tikzcd} S_1 & & \\ & U \arrow[ul, "p_1"'] \arrow[dl, "p_2"] & S \arrow[l, "f"'] \\ S_2 & & \end{tikzcd}$$

Wie ändert sich dabei die Perspektive auf den Systembegriff?



Kategorie der Mengen

In dieser Kategorie existieren direkte Produkte U sowohl für endliche als auch unendliche Indexmengen I. Dies ist gerade **das karthesische Produkt**.

Die Abbildungen p_i sind gerade die Projektionen $p_i : U \rightarrow S_i$ des Produkts auf die einzelnen Komponenten.

Die Abbildung $f : S \rightarrow U$ ergibt sich wie folgt: Für jedes $a \in S$ ist $f(a) = (f_i(a)) \in U$.

Ist $|S_1| = a$, $|S_2| = b$, so ist $|S_1 \prod S_2| = a \cdot b$.

Das Ganze ist deutlich mehr als die Summe seiner Teile, der größte Teil der „Information" ist relationaler Natur.

Submersive und immersive Systemtheorien

Systemtheorien machen selten einen Unterschied zwischen diesen beiden Zugängen.

Zur Unterscheidung der Zugänge bezeichnet man Systemtheorien, in denen das erste Modellierungsprinzip dominiert, als **immersive Systemtheorien**. Man erkennt sie daran, dass ihre Konstruktionen wesentlich auf Einbettungen (Immersionen) aufbauen.

Systemtheorien, die auf dem zweiten Modellierungsprinzip aufbauen, bezeichnet man als **submersive Systemtheorien**. Man erkennt sie daran, dass ihre Konstruktionen wesentlich auf Projektionen (Submersionen) aufbauen und damit auf Prozessen gestaffelter Komplexitätsreduktion.

Die Theorie dynamischer Systeme ist eine submersive Systemtheorie.