

Übungsaufgaben zur Lehrveranstaltung
Automatentheorie

Serie 10

Hausaufgabe 10.1 (8 Punkte)

Welche der folgenden Strukturen bilden einen Semiring? Begründen Sie Ihre Antwort.

- (a) $([-1, 1], \max, \oplus)$ wobei $x \oplus y = \max\{-1, \min\{1, x + y\}\}$,
- (b) $([0, 1], \max, \odot)$ wobei $x \odot y = \max\{0, x + y - 1\}$ für $x, y \in [0, 1]$,
- (c) $(\mathbb{N}_0, \text{kgV}, \text{ggT})$ wobei $m \text{ kgV } n$ das kleinste gemeinsame Vielfache und $m \text{ ggT } n$ der größte gemeinsame Teiler von $m, n \in \mathbb{N}_0$ ist,
- (d) $(\mathcal{P}(X), \cap, \Delta)$ für die Potenzmenge \mathcal{P} einer Menge X und die *symmetrische Differenz* $X \Delta Y = (X \cup Y) \setminus (X \cap Y)$,

Hausaufgabe 10.2 (4 Punkte)

Seien A ein Alphabet und $(S, +, \cdot, 0, 1)$ ein Semiring. Ein gewichteter Automat $\mathcal{A} = (Q, \text{in}, \text{wt}, \text{out})$ über A und S heißt *deterministisch*, falls

- es für jedes Paar $(p, a) \in Q \times A$ höchstens ein $q \in Q$ mit $\text{wt}(p, a, q) \neq 0$ gibt und
- es höchstens ein $q \in Q$ mit $\text{in}(q) \neq 0$ gibt.

Zeigen Sie, dass das Verhalten $s: A^* \rightarrow \mathbb{N}_0, w \mapsto |w|$

- (a) von einem deterministischen gewichteten Automaten über A und dem Semiring $(\mathbb{N}_0 \cup \{-\infty\}, \max, +, -\infty, 0)$ erkannt wird.
- (b) zwar von einem gewichteten Automaten über A und $(\mathbb{N}_0, +, \cdot, 0, 1)$ erkannt wird, aber von keinem deterministischen gewichteten Automaten über A und dem Semiring $(\mathbb{N}_0, +, \cdot, 0, 1)$ erkannt wird.

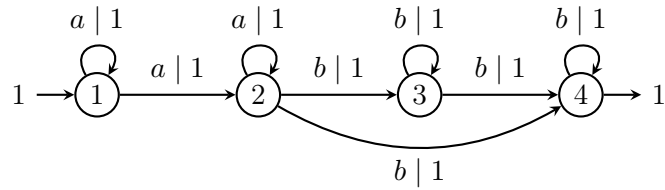
Seminaraufgabe 10.3

Geben Sie jeweils einen gewichteten Automaten \mathcal{A} über dem Alphabet $A = \{a, b\}$ und dem Semiring $(\mathbb{N}_0 \cup \{-\infty\}, \max, +, -\infty, 0)$ mit dem folgenden Verhalten an.

- (a) $||\mathcal{A}||(w) = \max\{n \in \mathbb{N}_0 \mid w \in A^* a^n A^*\}$
- (b) $||\mathcal{A}||(w) = \max\{|u|_a + |v|_b \mid w = uv\}$

Seminaraufgabe 10.4

Bestimmen Sie das Verhalten des folgenden gewichteten Automaten über dem Alphabet $A = \{a, b\}$ und dem Semiring $(\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1)$.



Seminaraufgabe 10.5

Sei $A = \{a, b\}$ ein Alphabet. Geben Sie eine Funktion $s: A^* \rightarrow \mathbb{Q}$ an, die nicht von einem gewichteten Automaten über A und dem Semiring $(\mathbb{Q}, +, \cdot, 0, 1)$ erkannt wird.

Termine:

- Die Hausaufgaben können in Gruppen zu je zwei Personen bearbeitet werden. Alle abgegebenen Aufgaben müssen vorgerechnet werden können.
- Die Abgabe der Hausaufgaben erfolgt am 17.01.2020 entweder vor der Vorlesung oder bis 12:00 Uhr mittags im Briefkasten „Automatentheorie“ (Poststelle im Augusteum, Raum A514, 5. Etage). Beschriften Sie bitte *jedes* Lösungsblatt mit Name(n) und Matrikelnummer(n).
- Die Seminaraufgaben werden in der Übung am 13.01.2020 besprochen.