Gábor Braun
gabor.braun@informatik.uni-leipzig.de
`http://www.informatik.uni-leipzig.de/~braun/`

Übungsblatt 5 zur Vorlesung „Automatentheorie“

Abgabetermin der H-Aufgaben: **bis 13 Uhr am 27. November** im Postfach „Übungsaufgaben Automatentheorie“ in **A 514** in Neues Augusteum.

H 5-1 Bestimmen Sie das syntaktische Monoid der folgenden Sprachen:

(a) $\{(n,n) : n \in \mathbb{N}\}$ im Monoid $(\mathbb{N},+)^2$

(b) $\{3\}$ im Monoid $(\mathbb{Z},+)$

(c) $\{n \in \mathbb{N} : n \leq 2 \vee n \geq 8\}$ im Monoid $(\mathbb{N}, \max)$

(d) $\{\epsilon\}$ im Monoid $\{a,b\}^*$

(e) $(AA)^*$ im Monoid $\{a,b\}^*$

(f) $\{w \in A^* : |w|_a = |w|_b\}$ im Monoid $\{a,b\}^*$

Zur Erinnerung: $|w|_a$ bezeichnet die Anzahl des Vorkommens von a im Wort w.

H 5-2 Welche der folgenden Monoide sind aperiodisch?

(a) $(\mathbb{N},+)$

(b) $(\mathbb{N}, \max)$

(c) $(\{1,2\}^{\{1,2\}}, \circ)$, also das Monoid von Selbstabbildungen der Menge $\{1,2\}$.

(d) $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z},+)$, die Gruppe der Restklassen modulo n mit Addition.

H 5-3 Seien X und Y aperiodische Sprachen, und $n = i(X) + i(Y) + 1$. Weiterhin seien x, y und z Wörter, so dass $xy^{n+1}z \in XY$. Beweisen Sie, dass $xy^nz \in XY$ gilt.

Die folgenden Aufgaben müssen nicht abgegeben werden, dennoch sollen Sie sie zur Übung bearbeitet haben.

S 5-1 Zeigen Sie, dass die Sprache $\{ab, ba\}^*$ über dem Alphabet $\{a,b\}$ sternfrei ist.

S 5-2 Beweisen Sie, dass die Sprache

$$\{(a^nb^n, n) : n \in \mathbb{N}\} \subseteq \{a,b\}^* \times (\mathbb{N},+)$$

im gegebenen Monoid nicht rational ist, obwohl sie der Durchschnitt von zwei rationalen Sprachen ist, und auch ihr Komplement rational ist.