

## Übungsblatt 10 zur Vorlesung „Automatentheorie“

Abgabetermin der H-Aufgaben: **bis 13 Uhr am 15. Januar** im Postfach „Übungsaufgaben Automatentheorie“ in **A 514** in Neues Augusteum.

Außer in Aufgabe H 10-2 sei das Alphabet  $\{a, b\}$ .

H 10-1 Finden Sie rationale Ausdrücke für die (hier wiederholten) Potenzreihen aus H 8-3 über den folgenden Semiringen  $K$ :

a)  $(\|\mathcal{A}\|, w) = \min\{|w|, 2|w|_b\}$  über  $K = (\mathbb{N} \cup \{\infty\}, \min, +, \infty, 0)$ ,

b)  $(\|\mathcal{A}\|, w)$  ist die Anzahl der Teilwörter  $aba$  über  $K = (\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1)$  und  $K = (\mathbb{N} \cup \{-\infty\}, \max, +, -\infty, 0)$ ,

c)  $(\|\mathcal{A}\|, w) = 2|w|_a - 3|w|_b$  über  $K = (\mathbb{Z}, +, \cdot, 0, 1)$  und  $K = (\mathbb{Z} \cup \{\infty\}, \min, +, \infty, 0)$ .

H 10-2 Sei  $A$  ein Alphabet. Zeigen Sie, dass die Potenzmenge  $P(A^*)$  von  $A^*$  einen Semiring bildet, mit Vereinigung  $\cup$  als Addition und mit Konkatenation  $\cdot$  von Sprachen als Multiplikation. Welche Elemente sind die Null und die Eins?

Geben Sie einen gewichteten Automaten an, der die Potenzreihe  $\sum_{w \in A^*} \{w\}w$  erkennt. Geben Sie auch einen rationalen Ausdruck für diese Potenzreihe an.

H 10-3 Finden Sie einen gewichteten Automaten mit nur *zwei* Zuständen über den Semiringen  $(\mathbb{Z}, +, \cdot, 0, 1)$  und  $(\mathbb{Z} \cup \{-\infty\}, \max, +, -\infty, 0)$  mit dem folgenden Verhalten  $S$ :

$$(S, a^{n_1} b a^{n_2} b \dots b a^{n_k}) = \sum_{i=1}^k (-1)^i n_i, \quad n_1, \dots, n_k \geq 0, \quad k \geq 1.$$

Finden Sie auch rationale Ausdrücke für  $S$  über den beiden Semiringen.

Die folgende Aufgabe muss ohne Abgabe zur Übung bearbeitet werden.

S 10-1 Beweisen Sie, dass die Potenzreihe  $S: \{a, b\}^* \rightarrow (\mathbb{R}, +, \cdot, 0, 1)$  nicht erkennbar ist, wobei  $(S, w)$  die Länge des längsten Teilworts von  $w$  ist, das nur aus  $a$ 's besteht.