

## Übungsblatt 8 zur Vorlesung „Automatentheorie“

Abgabetermin der H-Aufgaben: **bis 13 Uhr am 18. Dezember** im Postfach „Übungsaufgaben Automatentheorie“ in **A 514** in Neues Augusteum.

Zur Erinnerung:  $|w|_a$  bezeichnet die Anzahl der  $a$ 's im Wort  $w$ .

H 8-1 Geben Sie Automaten an, die die folgenden Sprachen erkennen:

$$L(x \in X), \quad L(X \subseteq Y), \quad L(\forall y(y \in Y \rightarrow y \leq x)).$$

H 8-2 Beweisen Sie, dass die Struktur  $(K^{n \times n}, +, \cdot, 0, E)$  einen Semiring ist, wobei die Trägermenge aus aller  $n \times n$  Matrizen über einem beliebigen Semiring  $K$  besteht. Die Operationen sind die üblichen Matrixoperationen, und  $E$  bezeichnet die Einheitsmatrix.

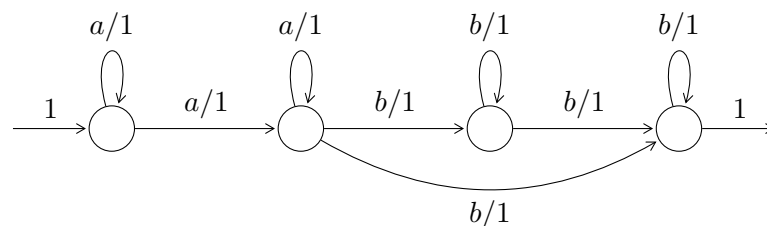
H 8-3 Finden Sie gewichtete Automaten  $\mathcal{A}$  mit den gegebenen Verhalten und über den gegebenen Semiringen  $K$  und dem Alphabet  $\{a, b\}$ :

a)  $(\|\mathcal{A}\|, w) = \min\{|w|, 2|w|_b\}$  über  $K = (\mathbb{N} \cup \{\infty\}, \min, +, \infty, 0)$ ,

b)  $(\|\mathcal{A}\|, w)$  ist die Anzahl der Teilwörter  $aba$  über  $K = (\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1)$  und  $K = (\mathbb{N} \cup \{-\infty\}, \max, +, -\infty, 0)$ ,

c)  $(\|\mathcal{A}\|, w) = 2|w|_a - 3|w|_b$  über  $K = (\mathbb{Z}, +, \cdot, 0, 1)$  und  $K = (\mathbb{Z} \cup \{\infty\}, \min, +, \infty, 0)$ .

H 8-4 Bestimmen Sie das Verhalten des gewichteten Automaten über dem Alphabet  $\{a, b\}$  und dem Semiring  $(\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1)$ .



Die folgende Aufgabe muss ohne Abgabe zur Übung bearbeitet werden.

S 8-1 Sei  $\mathcal{A}$  ein gewichteter Automat über  $(\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1)$  und dem Alphabet  $A$ . Zeigen Sie, dass die Sprache

$$\{w \in A^* : (\|\mathcal{A}\|, w) \neq 0\}$$

erkennbar ist.