Vorlesung “Formale Argumentation”

2. Argumentation Frameworks and Semantics – Teil 1

Ringo Baumann
Professur für Formale Argumentation
und Logisches Schließen

11. April 2024
Leipzig

Abstrakte Argumentation Frameworks (AFs)

- Phan Minh Dung, 1995
  “On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n- person games”
- (nicht monotoner) Formalismus der Wissensrepräsentation

Abstrakte Argumentation Frameworks (AFs)

- Phan Minh Dung, 1995
  “On the acceptability of arguments and its fundamental role in nonmonotonic reasoning, logic programming and n- person games”
- (nicht monotoner) Formalismus der Wissensrepräsentation
- repräsentiert Argumente und Attacken als gerichteten Graph
- abstrahiert von innerer Struktur der Argumente, sowie den Gründen für die Attacken

Abstrakte Argumentation Frameworks (AFs)

Sei $\mathcal{U} = \{a_1, a_2, a_3, \ldots\}$ eine Menge von Argumenten.
(sog. *Hintergrunduniversum*)

Definition

Ein *Argumentation Framework (AF)* ist ein Paar $F = (A, R)$ mit

- $A \subseteq \mathcal{U}$ und (Argumente)
- $R \subseteq A \times A$. (Attackrelation)

Abstrakte Argumentation Frameworks (AFs)

Sei $\mathcal{U} = \{a_1, a_2, a_3, \ldots\}$ eine Menge von Argumenten.
(sog. *Hintergrunduniversum*)

Definition

Ein *Argumentation Framework (AF)* ist ein Paar $F = (A, R)$ mit

- $A \subseteq \mathcal{U}$ und (Argumente)
- $R \subseteq A \times A$. (Attackrelation)

Mit $\mathcal{F} = \{F \mid F \text{ ist ein AF}\}$ bezeichnen wir die Menge aller AFs.

AFs - Beispiele

Mengentheoretische Repräsentation von $F_1 = (A, R)$ durch

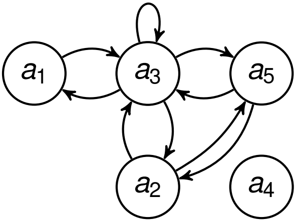
- $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$
- $R = \{(a_1, a_3), (a_2, a_3)(a_2, a_5)(a_3, a_1), (a_3, a_2), (a_3, a_3), (a_3, a_5), (a_5, a_2), (a_5, a_3)\}$

AFs - Beispiele

Mengentheoretische Repräsentation von $F_1 = (A, R)$ durch

- $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$
- $R = \{(a_1, a_3), (a_2, a_3)(a_2, a_5)(a_3, a_1), (a_3, a_2), (a_3, a_3), (a_3, a_5), (a_5, a_2), (a_5, a_3)\}$

Graphische Repräsentation von $F_1 = (A, R)$ durch



AFs - Beispiele

F_1 ist eine abstrakte Repräsentation eines Szenarios. Es entsteht zum Beispiel durch Instanziierung.

1. Knowledge Base

$r_1:$	$\Rightarrow a$
$r_2:$	$a \Rightarrow b$
$r_3:$	$b \rightarrow \mathit{not}\ a$
$r_4:$	$\rightarrow c$
$r_5:$	$c \Rightarrow \mathit{not}\ b$

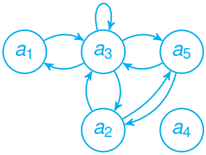
2. Arguments

$a_1:$	$[r_1 \mid a]$
$a_2:$	$[a_1, r_2 \mid b]$
$a_3:$	$[a_2, r_3 \mid \mathit{not}\ a]$
$a_4:$	$[r_4 \mid c]$
$a_5:$	$[a_4, r_5 \mid \mathit{not}\ b]$

3. Conflicts

$c_1:$	a_1 attacks a_3
$c_2, c_3:$	a_2 attacks a_3, a_5
$c_4, c_5, c_6, c_7:$	a_3 attacks a_1, a_2, a_3, a_5
	a_4 attacks no-one
$c_8, c_9:$	a_5 attacks a_2, a_3

4. Instantiation



AFs - Beispiele

F_1 ist eine abstrakte Repräsentation eines Szenarios. Es entsteht zum Beispiel durch Instanziierung.

1. Knowledge Base

$r_1 : \quad \Rightarrow a$
$r_2 : \quad a \Rightarrow b$
$r_3 : \quad b \rightarrow not\ a$
$r_4 : \quad \rightarrow c$
$r_5 : \quad c \Rightarrow not\ b$

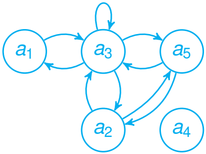
2. Arguments

$a_1 : \quad [r_1 \mid a]$
$a_2 : \quad [a_1, r_2 \mid b]$
$a_3 : \quad [a_2, r_3 \mid not\ a]$
$a_4 : \quad [r_4 \mid c]$
$a_5 : \quad [a_4, r_5 \mid not\ b]$

3. Conflicts

$c_1 :$ a_1 attacks a_3
$c_2, c_3 :$ a_2 attacks a_3, a_5
$c_4, c_5, c_6, c_7 :$ a_3 attacks a_1, a_2, a_3, a_5
a_4 attacks no-one
$c_8, c_9 :$ a_5 attacks a_2, a_3

4. Instantiation



5. Resolving

$E_1 = \{a_1, a_2, a_4\}$
$E_2 = \{a_1, a_4, a_5\}$

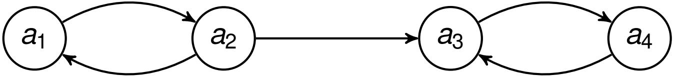
6. Conclusion

$E_1 = \{a, b, c\}$
$E_2 = \{a, c, not\ b\}$

Conc = {a,c}

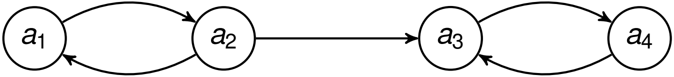
AFs - Beispiele

- Graphische Repräsentation von F_2 durch



AFs - Beispiele

- Graphische Repräsentation von F_2 durch

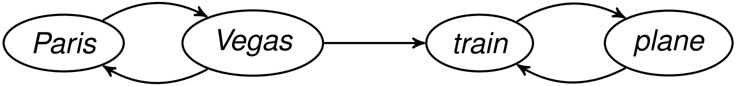


- F_2 könnte eine Urlaubsplanung repräsentieren:

  “Sie wollen entweder nach Paris (a_1) oder nach Vegas (a_2). Des Weiteren wissen Sie noch nicht, ob Sie ausschließlich mit dem Zug (a_3) oder nur per Flugzeug (a_4) reisen wollen. Vegas ist nicht mit dem Zug erreichbar ((a_2, a_3)).”

AFs - Beispiele

- Graphische Repräsentation von F_2 durch



- F_2 könnte eine Urlaubsplanung repräsentieren:

  "Sie wollen entweder nach Paris (a_1) oder nach Vegas (a_2). Des Weiteren wissen Sie noch nicht, ob Sie ausschließlich mit dem Zug (a_3) oder nur per Flugzeug (a_4) reisen wollen. Vegas ist nicht mit dem Zug erreichbar ((a_2, a_3))."

Syntax und Semantik

1. Aussagenlogik
   - Syntax:

Syntax und Semantik

1. Aussagenlogik
   - Syntax: $T_1 = \{a_1 \vee a_2\}$, $T_2 = \{a_1, a_1 \to a_2\}$ (sog. *Theorien*)
   - Semantik:

Syntax und Semantik

1. Aussagenlogik
   - Syntax: $T_1 = \{a_1 \vee a_2\}$, $T_2 = \{a_1, a_1 \rightarrow a_2\}$ (sog. *Theorien*)
   - Semantik: $Mod(T_1) = \{\{a_1\}, \{a_2\}, \{a_1, a_2\}\}$,
     $Mod(T_2) = \{\{a_1, a_2\}\}$ (sog. *Modelle*)
   - formal:

Syntax und Semantik

1. Aussagenlogik
   - Syntax: $T_1 = \{a_1 \vee a_2\}$, $T_2 = \{a_1, a_1 \to a_2\}$ (sog. *Theorien*)
   - Semantik: $Mod(T_1) = \{\{a_1\}, \{a_2\}, \{a_1, a_2\}\}$,
     $Mod(T_2) = \{\{a_1, a_2\}\}$ (sog. *Modelle*)
   - formal: sei $\mathcal{T} = \{T \mid T \text{ ist Theorie}\}$

     $$Mod : \mathcal{T} \to 2^{2^{\mathcal{U}}} \qquad T \mapsto Mod(T) = \{E \mid E \text{ ist Modell von } T\}$$

2. Abstract Argumentation
   - Syntax:

Syntax und Semantik

1. Aussagenlogik
   - Syntax: $T_1 = \{a_1 \vee a_2\}$, $T_2 = \{a_1, a_1 \to a_2\}$ (sog. *Theorien*)
   - Semantik: $Mod(T_1) = \{\{a_1\}, \{a_2\}, \{a_1, a_2\}\}$,
     $Mod(T_2) = \{\{a_1, a_2\}\}$ (sog. *Modelle*)
   - formal: sei $\mathcal{T} = \{T \mid T \text{ ist Theorie}\}$

$$Mod : \mathcal{T} \to 2^{2^{\mathcal{U}}} \qquad T \mapsto Mod(T) = \{E \mid E \text{ ist Modell von } T\}$$

2. Abstract Argumentation
   - Syntax: F_1, F_2 (sog. *AFs*)
   - Semantik:

Syntax und Semantik

1. Aussagenlogik
   - Syntax: $T_1 = \{a_1 \vee a_2\}$, $T_2 = \{a_1, a_1 \rightarrow a_2\}$ (sog. *Theorien*)
   - Semantik: $Mod(T_1) = \{\{a_1\}, \{a_2\}, \{a_1, a_2\}\}$,
     $Mod(T_2) = \{\{a_1, a_2\}\}$ (sog. *Modelle*)
   - formal: sei $\mathcal{T} = \{T \mid T \text{ ist Theorie}\}$

$$Mod : \mathcal{T} \rightarrow 2^{2^{\mathcal{U}}} \qquad T \mapsto Mod(T) = \{E \mid E \text{ ist Modell von } T\}$$

2. Abstract Argumentation
   - Syntax: F_1, F_2 (sog. *AFs*)
   - Semantik: $\sigma(F_1)$, $\sigma(F_2)$ (sog. *Extensionen*)
   - formal: sei $\mathcal{F} = \{F \mid F \text{ ist ein AF}\}$

$$\sigma : \mathcal{F} \rightarrow 2^{2^{\mathcal{U}}} \qquad F \mapsto \sigma(F) = \{E \mid E \text{ ist Extension von } F\}$$

Konfliktfreiheit

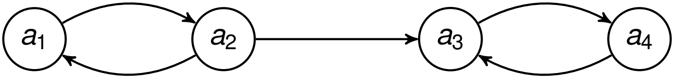
Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. Eine Menge $E \subseteq A$ heißt *konfliktfrei* in F, sofern $E \times E \cap R = \emptyset$.
Wir setzen $cf(F) = \{E \mid E \text{ konfliktfrei in } F\} \subseteq 2^A$.

Konfliktfreiheit

Definition

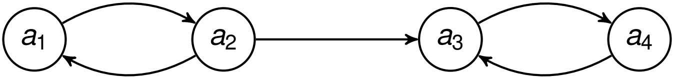
Sei $F = (A, R)$ ein AF. Eine Menge $E \subseteq A$ heißt *konfliktfrei* in F, sofern $E \times E \cap R = \varnothing$.
Wir setzen $cf(F) = \{E \mid E \text{ konfliktfrei in } F\} \subseteq 2^A$.



Konfliktfreiheit

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. Eine Menge $E \subseteq A$ heißt *konfliktfrei* in F, sofern $E \times E \cap R = \emptyset$.
Wir setzen $cf(F) = \{E \mid E \text{ konfliktfrei in } F\} \subseteq 2^A$.

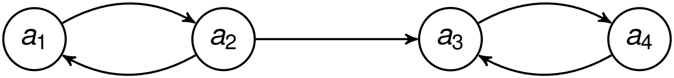


- $2^A = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_3\}, \{a_2, a_4\}, \{a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3\}, \{a_1, a_2, a_4\}, \{a_1, a_3, a_4\}, \{a_2, a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3, a_4\}\}$

Konfliktfreiheit

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. Eine Menge $E \subseteq A$ heißt *konfliktfrei* in F, sofern $E \times E \cap R = \varnothing$.
Wir setzen $cf(F) = \{E \mid E \text{ konfliktfrei in } F\} \subseteq 2^A$.



- $2^A = \{\varnothing, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_3\}, \{a_2, a_4\}, \{a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3\}, \{a_1, a_2, a_4\}, \{a_1, a_3, a_4\}, \{a_2, a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3, a_4\}\}$

Konfliktfreiheit

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. Eine Menge $E \subseteq A$ heißt *konfliktfrei* in F, sofern $E \times E \cap R = \varnothing$.
Wir setzen $cf(F) = \{E \mid E \text{ konfliktfrei in } F\} \subseteq 2^A$.

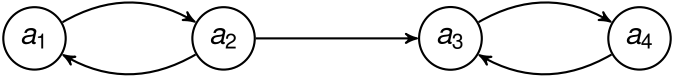
$$a_1 \rightleftarrows a_2 \rightarrow a_3 \rightleftarrows a_4$$

- $2^A = \{\varnothing, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\},$
  $\{a_2, a_3\}, \{a_2, a_4\}, \{a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3\}, \{a_1, a_2, a_4\},$
  $\{a_1, a_3, a_4\}, \{a_2, a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3, a_4\}\}$

Konfliktfreiheit

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. Eine Menge $E \subseteq A$ heißt *konfliktfrei* in F, sofern $E \times E \cap R = \varnothing$.
Wir setzen $cf(F) = \{E \mid E \text{ konfliktfrei in } F\} \subseteq 2^A$.

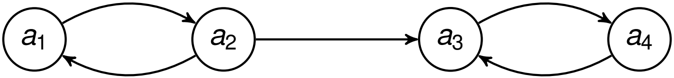


- $2^A = \{\varnothing, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_3\}, \{a_2, a_4\}, \{a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3\}, \{a_1, a_2, a_4\}, \{a_1, a_3, a_4\}, \{a_2, a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3, a_4\}\}$

Konfliktfreiheit

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. Eine Menge $E \subseteq A$ heißt *konfliktfrei* in F, sofern $E \times E \cap R = \varnothing$.
Wir setzen $cf(F) = \{E \mid E \text{ konfliktfrei in } F\} \subseteq 2^A$.

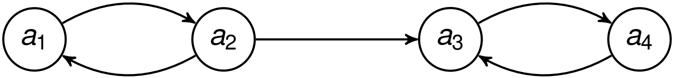


- $2^A = \{\varnothing, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_3\}, \{a_2, a_4\}, \{a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3\}, \{a_1, a_2, a_4\}, \{a_1, a_3, a_4\}, \{a_2, a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3, a_4\}\}$

Konfliktfreiheit

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. Eine Menge $E \subseteq A$ heißt *konfliktfrei* in F, sofern $E \times E \cap R = \emptyset$.
Wir setzen $cf(F) = \{E \mid E \text{ konfliktfrei in } F\} \subseteq 2^A$.

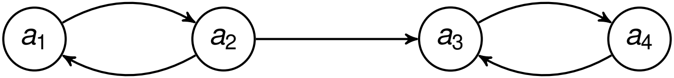


- $2^A = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_3\}, \{a_2, a_4\}, \{a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3\}, \{a_1, a_2, a_4\}, \{a_1, a_3, a_4\}, \{a_2, a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3, a_4\}\}$

Konfliktfreiheit

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. Eine Menge $E \subseteq A$ heißt *konfliktfrei* in F, sofern $E \times E \cap R = \emptyset$.
Wir setzen $cf(F) = \{E \mid E \text{ konfliktfrei in } F\} \subseteq 2^A$.



- $2^A = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_3\}, \{a_2, a_4\}, \{a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3\}, \{a_1, a_2, a_4\}, \{a_1, a_3, a_4\}, \{a_2, a_3, a_4\}, \{a_1, a_2, a_3, a_4\}\}$
- $cf(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$

Verteidigung

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$, eine Menge $E \subseteq A$ und ein Argument $x \in A$. E *verteidigt* x in F, sofern: $(y, x) \in R$ impliziert ein $e \in E$ mit $(e, y) \in R$.

Verteidigung

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$, eine Menge $E \subseteq A$ und ein Argument $x \in A$. E *verteidigt* x in F, sofern: $(y, x) \in R$ impliziert ein $e \in E$ mit $(e, y) \in R$.

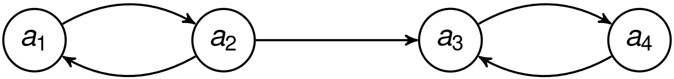
"Jeder Attackierer von x wird von einem Element aus E gegenattackiert."

Verteidigung

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$, eine Menge $E \subseteq A$ und ein Argument $x \in A$. E *verteidigt* x in F, sofern: $(y, x) \in R$ impliziert ein $e \in E$ mit $(e, y) \in R$.

"Jeder Attackierer von x wird von einem Element aus E gegenattackiert."



Richtig oder Falsch?

- $\{a_1\}$ verteidigt a_1
- $\{a_1\}$ verteidigt a_2
- $\{a_1, a_2\}$ verteidigt a_3
- $\{a_1, a_2, a_3\}$ verteidigt a_3

Verteidigung

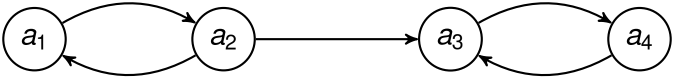
Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$ und zwei Mengen $E, S \subseteq A$.
E *verteidigt* S in F, sofern: E verteidigt jedes $x \in S$.

Verteidigung

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$ und zwei Mengen $E, S \subseteq A$.
E verteidigt S in F, sofern: E verteidigt jedes $x \in S$.



Richtig oder Falsch?

- $\{a_1\}$ verteidigt $\{a_1\}$
- $\{a_1\}$ verteidigt $\{a_1, a_2\}$
- $\{a_1, a_2, a_3\}$ verteidigt $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$
- $\{a_1, a_2, a_3\}$ verteidigt jedes $S \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$

Charakteristische Funktion $\mathcal{C}$

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. Dann ist $\mathcal{C}_F : 2^A \to 2^A$ mit

$$E \mapsto \mathcal{C}_F(E) = \{a \in A \mid E \text{ verteidigt } a \text{ in } F\}$$

die *charakteristische Funktion* von F.

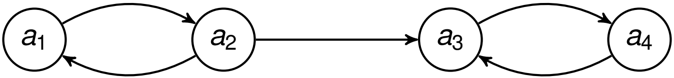
Charakteristische Funktion $\mathcal{C}$

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. Dann ist $\mathcal{C}_F : 2^A \to 2^A$ mit

$$E \mapsto \mathcal{C}_F(E) = \{a \in A \mid E \text{ verteidigt } a \text{ in } F\}$$

die *charakteristische Funktion* von F.



Es gilt:

- $\mathcal{C}_F(\{a_1\}) = \{a_1\}$
- $\mathcal{C}_F(\{a_2\}) = \{a_2, a_4\}$
- $\mathcal{C}_F(\{a_1, a_2\}) = \{a_1, a_2, a_4\}$

Charakteristische Funktion $\mathcal{C}$

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. Dann ist $\mathcal{C}_F : 2^A \to 2^A$ mit

$$E \mapsto \mathcal{C}_F(E) = \{a \in A \mid E \text{ verteidigt } a \text{ in } F\}$$

die *charakteristische Funktion* von F.

Proposition

$\mathcal{C}_F$ ist $\subseteq$-monoton.

Charakteristische Funktion $\mathcal{C}$

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. Dann ist $\mathcal{C}_F : 2^A \to 2^A$ mit

$$E \mapsto \mathcal{C}_F(E) = \{a \in A \mid E \text{ verteidigt } a \text{ in } F\}$$

die *charakteristische Funktion* von F.

Proposition

$\mathcal{C}_F$ ist $\subseteq$-monoton.

Proof.

Sei $E \subseteq E'$. Zz: $\mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(E')$.

Charakteristische Funktion $\mathcal{C}$

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. Dann ist $\mathcal{C}_F : 2^A \rightarrow 2^A$ mit

$$E \mapsto \mathcal{C}_F(E) = \{a \in A \mid E \text{ verteidigt } a \text{ in } F\}$$

die *charakteristische Funktion* von F.

Proposition

$\mathcal{C}_F$ ist $\subseteq$-monoton.

Proof.

Sei $E \subseteq E'$. Zz: $\mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(E')$. Sei dafür $a \in \mathcal{C}_F(E)$. Per Definition gilt,

Charakteristische Funktion $\mathcal{C}$

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. Dann ist $\mathcal{C}_F : 2^A \to 2^A$ mit

$$E \mapsto \mathcal{C}_F(E) = \{a \in A \mid E \text{ verteidigt } a \text{ in } F\}$$

die *charakteristische Funktion* von F.

Proposition

$\mathcal{C}_F$ ist $\subseteq$-monoton.

Proof.

Sei $E \subseteq E'$. Zz: $\mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(E')$. Sei dafür $a \in \mathcal{C}_F(E)$. Per Definition gilt, jedes $(y, a) \in R$ impliziert die Existenz eines $e \in E$ mit $(e, y) \in R$.

Charakteristische Funktion $\mathcal{C}$

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. Dann ist $\mathcal{C}_F : 2^A \to 2^A$ mit

$$E \mapsto \mathcal{C}_F(E) = \{a \in A \mid E \text{ verteidigt } a \text{ in } F\}$$

die *charakteristische Funktion* von F.

Proposition

$\mathcal{C}_F$ ist $\subseteq$-monoton.

Proof.

Sei $E \subseteq E'$. Zz: $\mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(E')$. Sei dafür $a \in \mathcal{C}_F(E)$. Per Definition gilt, jedes $(y, a) \in R$ impliziert die Existenz eines $e \in E$ mit $(e, y) \in R$. Da nun $E \subseteq E'$ angenommen, gilt auch $e \in E'$

Charakteristische Funktion $\mathcal{C}$

Definition

Gegeben ein AF $F = (A, R)$. Dann ist $\mathcal{C}_F : 2^A \to 2^A$ mit

$$E \mapsto \mathcal{C}_F(E) = \{a \in A \mid E \text{ verteidigt } a \text{ in } F\}$$

die *charakteristische Funktion* von F.

Proposition

$\mathcal{C}_F$ ist $\subseteq$-monoton.

Proof.

Sei $E \subseteq E'$. Zz: $\mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(E')$. Sei dafür $a \in \mathcal{C}_F(E)$. Per Definition gilt, jedes $(y, a) \in R$ impliziert die Existenz eines $e \in E$ mit $(e, y) \in R$. Da nun $E \subseteq E'$ angenommen, gilt auch $e \in E'$ und somit $a \in \mathcal{C}_F(E')$. □

Admissibility (Zulässigkeit)

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.

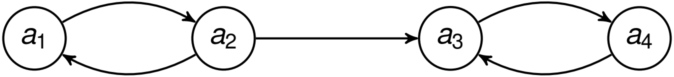
Admissibility (Zulässigkeit)

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



- $cf(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$

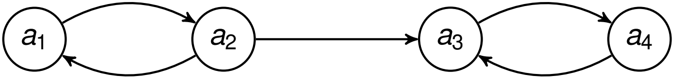
Admissibility (Zulässigkeit)

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



- $cf(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\},$
  $\{a_2, a_4\}\}$

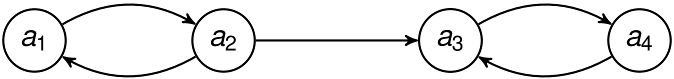
Admissibility (Zulässigkeit)

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



- $cf(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$

Des Weiteren wissen wir schon: $\mathcal{C}_F(\{a_1\}) = \{a_1\}$, $\mathcal{C}_F(\{a_2\}) = \{a_2, a_4\}$ und $\mathcal{C}_F(\{a_1, a_2\}) = \{a_1, a_2, a_4\}$.

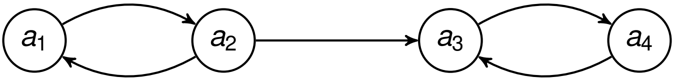
Admissibility (Zulässigkeit)

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



- $cf(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$

Des Weiteren wissen wir schon: $\mathcal{C}_F(\{a_1\}) = \{a_1\}$, $\mathcal{C}_F(\{a_2\}) = \{a_2, a_4\}$ und $\mathcal{C}_F(\{a_1, a_2\}) = \{a_1, a_2, a_4\}$.

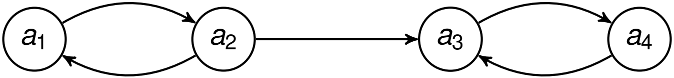
Admissibility (Zulässigkeit)

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



- $cf(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$

Des Weiteren wissen wir schon: $\mathcal{C}_F(\{a_1\}) = \{a_1\}$, $\mathcal{C}_F(\{a_2\}) = \{a_2, a_4\}$ und $\mathcal{C}_F(\{a_1, a_2\}) = \{a_1, a_2, a_4\}$.

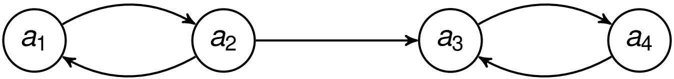
Admissibility (Zulässigkeit)

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



- $cf(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$

Des Weiteren wissen wir schon: $\mathcal{C}_F(\{a_1\}) = \{a_1\}$, $\mathcal{C}_F(\{a_2\}) = \{a_2, a_4\}$ und $\mathcal{C}_F(\{a_1, a_2\}) = \{a_1, a_2, a_4\}$.

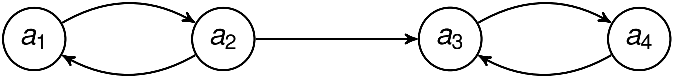
Admissibility (Zulässigkeit)

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



- $cf(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_3\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$
- $ad(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$

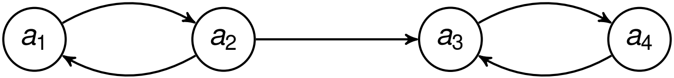
Das Bild einer Admissible Extension

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



Falls E admissible, ist es dann auch $\mathcal{C}_F(E)$?

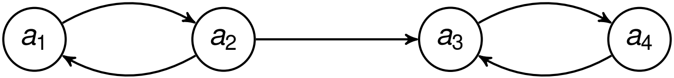
Das Bild einer Admissible Extension

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



Falls E admissible, ist es dann auch $\mathcal{C}_F(E)$?

- $ad(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$
-

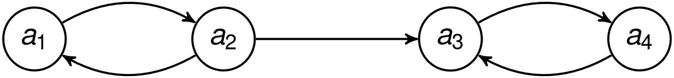
Das Bild einer Admissible Extension

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



Falls E admissible, ist es dann auch $\mathcal{C}_F(E)$?

- $ad(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$
- $\mathcal{C}_F(\emptyset)$

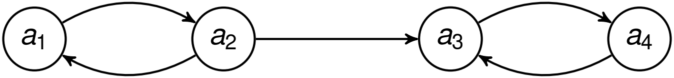
Das Bild einer Admissible Extension

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



Falls E admissible, ist es dann auch $\mathcal{C}_F(E)$?

- $ad(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$
- $\mathcal{C}_F(\emptyset) = \emptyset$ ✔

Das Bild einer Admissible Extension

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.

$$
\begin{tikzcd}
a_1 \arrow[r, bend left] & a_2 \arrow[l, bend left] \arrow[r] & a_3 \arrow[r, bend left] & a_4 \arrow[l, bend left]
\end{tikzcd}
$$

Falls E admissible, ist es dann auch $\mathcal{C}_F(E)$?

- $ad(F) = \{\varnothing, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$
- $\mathcal{C}_F(\{a_1\})$

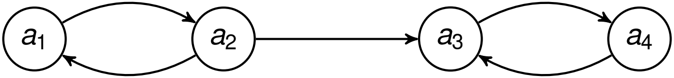
Das Bild einer Admissible Extension

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



Falls E admissible, ist es dann auch $\mathcal{C}_F(E)$?

- $ad(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$
- $\mathcal{C}_F(\{a_1\}) = \{a_1\}$ ✔

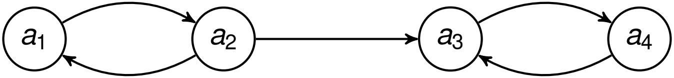
Das Bild einer Admissible Extension

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



Falls E admissible, ist es dann auch $\mathcal{C}_F(E)$?

- $ad(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$
- $\mathcal{C}_F(\{a_2\})$

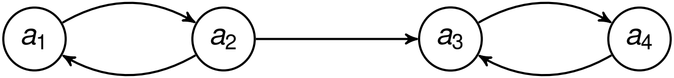
Das Bild einer Admissible Extension

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *admissible* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. ($E$ verteidigt alle ihre Argumente)

Wir setzen $ad(F) = \{E \mid E \text{ admissible in } F\} \subseteq cf(F)$.



Falls E admissible, ist es dann auch $\mathcal{C}_F(E)$?

- $ad(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$
- $\mathcal{C}_F(\{a_2\}) = \{a_2, a_4\}$ ✔

The Fundamental Lemma

Lemma

Gegeben ein AF F. Falls $E \in ad(F)$ und $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$, dann $E \cup A \in ad(F)$.

Proof.

Nach Definition müssen wir Konfliktfreiheit, d.h. $E \cup A \in cf(F)$ und Verteidigung, d.h. $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ zeigen.

The Fundamental Lemma

Lemma

Gegeben ein AF F. Falls $E \in ad(F)$ und $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$, dann $E \cup A \in ad(F)$.

Proof.

Nach Definition müssen wir Konfliktfreiheit, d.h. $E \cup A \in cf(F)$ und Verteidigung, d.h. $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ zeigen.

- Per Annahme $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$ und $E \in ad(F)$, also $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. Somit $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$.

The Fundamental Lemma

Lemma

Gegeben ein AF F. Falls $E \in ad(F)$ und $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$, dann $E \cup A \in ad(F)$.

Proof.

Nach Definition müssen wir Konfliktfreiheit, d.h. $E \cup A \in cf(F)$ und Verteidigung, d.h. $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ zeigen.

- Per Annahme $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$ und $E \in ad(F)$, also $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. Somit $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. Des Weiteren gilt, $\mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ da $\mathcal{C}_F$ $\subseteq$-monoton.

The Fundamental Lemma

Lemma

Gegeben ein AF F. Falls $E \in ad(F)$ und $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$, dann $E \cup A \in ad(F)$.

Proof.

Nach Definition müssen wir Konfliktfreiheit, d.h. $E \cup A \in cf(F)$ und Verteidigung, d.h. $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ zeigen.

- Per Annahme $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$ und $E \in ad(F)$, also $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. Somit $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. Des Weiteren gilt, $\mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ da $\mathcal{C}_F$ $\subseteq$-monoton. Folglich, $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$. (Verteidigung)
- Da $E \in ad(F)$ gilt auch $E \in cf(F)$.

The Fundamental Lemma

Lemma

Gegeben ein AF F. Falls $E \in ad(F)$ und $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$, dann $E \cup A \in ad(F)$.

Proof.

Nach Definition müssen wir Konfliktfreiheit, d.h. $E \cup A \in cf(F)$ und Verteidigung, d.h. $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ zeigen.

- Per Annahme $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$ und $E \in ad(F)$, also $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. Somit $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. Des Weiteren gilt, $\mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ da $\mathcal{C}_F$ $\subseteq$-monoton. Folglich, $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$. (Verteidigung)
- Da $E \in ad(F)$ gilt auch $E \in cf(F)$. Ang. $E \cup A \notin cf(F)$, dann gibt es drei Möglichkeiten zu betrachten:

The Fundamental Lemma

Lemma

Gegeben ein AF F. Falls $E \in ad(F)$ und $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$, dann $E \cup A \in ad(F)$.

Proof.

Nach Definition müssen wir Konfliktfreiheit, d.h. $E \cup A \in cf(F)$ und Verteidigung, d.h. $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ zeigen.

- Per Annahme $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$ und $E \in ad(F)$, also $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. Somit $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$. Des Weiteren gilt, $\mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ da $\mathcal{C}_F$ $\subseteq$-monoton. Folglich, $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$. (Verteidigung)
- Da $E \in ad(F)$ gilt auch $E \in cf(F)$. Ang. $E \cup A \notin cf(F)$, dann gibt es drei Möglichkeiten zu betrachten:
  1. es existieren ein $e \in E$ und $a \in A$ mit $(e, a) \in R$,
  2. es existieren ein $e \in E$ und $a \in A$ mit $(a, e) \in R$, oder
  3. es existieren $a, a' \in A$ mit $(a, a') \in R$

The Fundamental Lemma

Lemma

Gegeben ein AF F. Falls $E \in ad(F)$ und $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$, dann $E \cup A \in ad(F)$.

Proof.

- $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ (Verteidigung)
- Drei Möglichkeiten:
  1. Falls $(e, a) \in R$ muß ein $e' \in E$ existieren mit $(e', e) \in R$ da $a \in \mathcal{C}_F(E)$. W! zur Konfliktfreiheit von E.

The Fundamental Lemma

Lemma

Gegeben ein AF F. Falls $E \in ad(F)$ und $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$, dann $E \cup A \in ad(F)$.

Proof.

- $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ (Verteidigung)
- Drei Möglichkeiten:
  1. Falls $(e, a) \in R$ muß ein $e' \in E$ existieren mit $(e', e) \in R$ da $a \in \mathcal{C}_F(E)$. W! zur Konfliktfreiheit von E.
  2. Falls $(a, e) \in R$ muß ein $e' \in E$ existieren mit $(e', a) \in R$ da $E \in ad(F)$. Siehe Fall 1.

The Fundamental Lemma

Lemma

Gegeben ein AF F. Falls $E \in ad(F)$ und $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$, dann $E \cup A \in ad(F)$.

Proof.

- $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ (Verteidigung)
- Drei Möglichkeiten:
  1. Falls $(e, a) \in R$ muß ein $e' \in E$ existieren mit $(e', e) \in R$ da $a \in \mathcal{C}_F(E)$. W! zur Konfliktfreiheit von E.
  2. Falls $(a, e) \in R$ muß ein $e' \in E$ existieren mit $(e', a) \in R$ da $E \in ad(F)$. Siehe Fall 1.
  3. Falls $(a, a') \in R$ muß ein $e \in E$ existieren mit $(e, a) \in R$ da $a' \in \mathcal{C}_F(E)$. Siehe Fall 1.

(Konfliktfreiheit)

The Fundamental Lemma

Lemma

Gegeben ein AF F. Falls $E \in ad(F)$ und $A \subseteq \mathcal{C}_F(E)$, dann $E \cup A \in ad(F)$.

Proof.

- $E \cup A \subseteq \mathcal{C}_F(E \cup A)$ (Verteidigung)
- Drei Möglichkeiten:
  1. Falls $(e, a) \in R$ muß ein $e' \in E$ existieren mit $(e', e) \in R$ da $a \in \mathcal{C}_F(E)$. W! zur Konfliktfreiheit von E.
  2. Falls $(a, e) \in R$ muß ein $e' \in E$ existieren mit $(e', a) \in R$ da $E \in ad(F)$. Siehe Fall 1.
  3. Falls $(a, a') \in R$ muß ein $e \in E$ existieren mit $(e, a) \in R$ da $a' \in \mathcal{C}_F(E)$. Siehe Fall 1.

(Konfliktfreiheit)

☞ Falls E admissible, dann auch $\mathcal{C}_F(E)$. □

Möglichkeit der Iteration

- Wir wissen, daß admissible extensions immer existieren.

Möglichkeit der Iteration

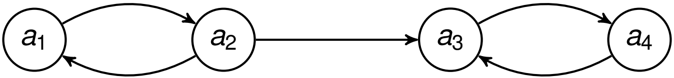
- Wir wissen, daß admissible extensions immer existieren.
- Das Fundamentallemma erlaubt uns immer neue admissible sets zu generieren. Betrachte für ein $E \in ad(F)$ die $\subseteq$-Kette:

$$E \subseteq \mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(\mathcal{C}_F(E)) \subseteq \mathcal{C}_F^3(E) \subseteq \mathcal{C}_F^4(E) \subseteq \dots$$

Möglichkeit der Iteration

- Wir wissen, daß admissible extensions immer existieren.
- Das Fundamentallemma erlaubt uns immer neue admissible sets zu generieren. Betrachte für ein $E \in ad(F)$ die $\subseteq$-Kette:

$$E \subseteq \mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(\mathcal{C}_F(E)) \subseteq \mathcal{C}_F^3(E) \subseteq \mathcal{C}_F^4(E) \subseteq \dots$$

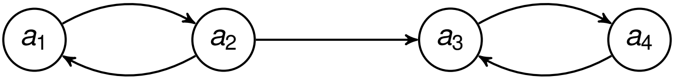


- für $E = \varnothing$ erhalten wir:

Möglichkeit der Iteration

- Wir wissen, daß admissible extensions immer existieren.
- Das Fundamentallemma erlaubt uns immer neue admissible sets zu generieren. Betrachte für ein $E \in ad(F)$ die $\subseteq$-Kette:

$$E \subseteq \mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(\mathcal{C}_F(E)) \subseteq \mathcal{C}_F^3(E) \subseteq \mathcal{C}_F^4(E) \subseteq \dots$$



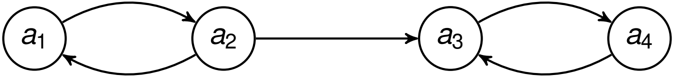
- für $E = \varnothing$ erhalten wir:

$$\varnothing = \mathcal{C}_F(\varnothing)$$

Möglichkeit der Iteration

- Wir wissen, daß admissible extensions immer existieren.
- Das Fundamentallemma erlaubt uns immer neue admissible sets zu generieren. Betrachte für ein $E \in ad(F)$ die $\subseteq$-Kette:

$$E \subseteq \mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(\mathcal{C}_F(E)) \subseteq \mathcal{C}_F^3(E) \subseteq \mathcal{C}_F^4(E) \subseteq \ldots$$



- für $E = \varnothing$ erhalten wir:

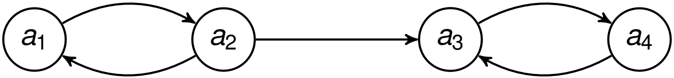
$$\varnothing = \mathcal{C}_F(\varnothing) \left(= \mathcal{C}_F^i(\varnothing) \text{ für alle } i \geq 2\right)$$

(Fixpunkt!)

Möglichkeit der Iteration

- Wir wissen, daß admissible extensions immer existieren.
- Das Fundamentallemma erlaubt uns immer neue admissible sets zu generieren. Betrachte für ein $E \in ad(F)$ die $\subseteq$-Kette:

$$E \subseteq \mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(\mathcal{C}_F(E)) \subseteq \mathcal{C}_F^3(E) \subseteq \mathcal{C}_F^4(E) \subseteq \dots$$

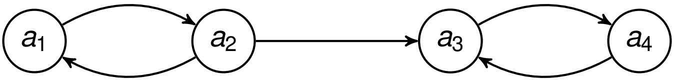


- für $E = \{a_2\}$ erhalten wir:

Möglichkeit der Iteration

- Wir wissen, daß admissible extensions immer existieren.
- Das Fundamentallemma erlaubt uns immer neue admissible sets zu generieren. Betrachte für ein $E \in ad(F)$ die $\subseteq$-Kette:

$$E \subseteq \mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(\mathcal{C}_F(E)) \subseteq \mathcal{C}_F^3(E) \subseteq \mathcal{C}_F^4(E) \subseteq \dots$$



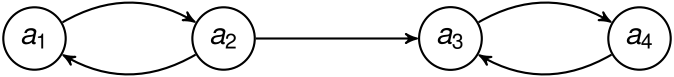
- für $E = \{a_2\}$ erhalten wir:

$$\{a_2\} \subseteq \mathcal{C}_F(\{a_2\}) = \{a_2, a_4\}$$

Möglichkeit der Iteration

- Wir wissen, daß admissible extensions immer existieren.
- Das Fundamentallemma erlaubt uns immer neue admissible sets zu generieren. Betrachte für ein $E \in ad(F)$ die $\subseteq$-Kette:

$$E \subseteq \mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(\mathcal{C}_F(E)) \subseteq \mathcal{C}_F^3(E) \subseteq \mathcal{C}_F^4(E) \subseteq \dots$$



- für $E = \{a_2\}$ erhalten wir:

$$\{a_2\} \subseteq \mathcal{C}_F(\{a_2\}) = \{a_2, a_4\} = \mathcal{C}_F(\{a_2, a_4\}) = \mathcal{C}_F^2(\{a_2\})$$

(Fixpunkt!)

Möglichkeit der Iteration

- Wir wissen, daß admissible extensions immer existieren.
- Das Fundamentallemma erlaubt uns immer neue admissible sets zu generieren. Betrachte für ein $E \in ad(F)$ die $\subseteq$-Kette:

$$E \subseteq \mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(\mathcal{C}_F(E)) \subseteq \mathcal{C}_F^3(E) \subseteq \mathcal{C}_F^4(E) \subseteq \dots$$

- Fixpunkte

Möglichkeit der Iteration

- Wir wissen, daß admissible extensions immer existieren.
- Das Fundamentallemma erlaubt uns immer neue admissible sets zu generieren. Betrachte für ein $E \in ad(F)$ die $\subseteq$-Kette:

$$E \subseteq \mathcal{C}_F(E) \subseteq \mathcal{C}_F(\mathcal{C}_F(E)) \subseteq \mathcal{C}_F^3(E) \subseteq \mathcal{C}_F^4(E) \subseteq \dots$$

- Fixpunkte sind in gewisserweise vollständig, denn sie verteidigen nicht nur alle ihre Elemente, **sondern** beinhalten auch alle die sie verteidigen

☞ Motivation für neue Semantik

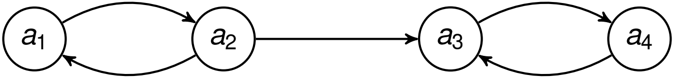
Completeness

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *complete* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E = \mathcal{C}_F(E)$. (E ist vollständig)

Wir setzen $co(F) = \{E \mid E \text{ complete in } F\} \subseteq ad(F)$.



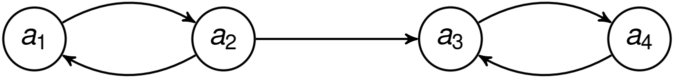
Completeness

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *complete* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E = \mathcal{C}_F(E)$. (E ist vollständig)

Wir setzen $co(F) = \{E \mid E \text{ complete in } F\} \subseteq ad(F)$.



- $ad(F) = \{\varnothing, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$

Completeness

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *complete* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E = \mathcal{C}_F(E)$. (E ist vollständig)

Wir setzen $co(F) = \{E \mid E \text{ complete in } F\} \subseteq ad(F)$.

$$
\begin{tikzcd}
a_1 \arrow[r, bend left] & a_2 \arrow[l, bend left] \arrow[r] & a_3 \arrow[r, bend left] & a_4 \arrow[l, bend left]
\end{tikzcd}
$$

- $ad(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$
- $\mathcal{C}_F(\emptyset) = \emptyset$ ✔

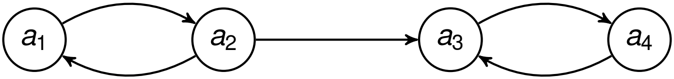
Completeness

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *complete* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E = \mathcal{C}_F(E)$. (E ist vollständig)

Wir setzen $co(F) = \{E \mid E \text{ complete in } F\} \subseteq ad(F)$.



- $ad(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$
- $\mathcal{C}_F(\{a_1\}) = \{a_1\}$ ✔

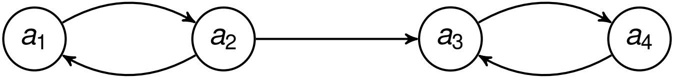
Completeness

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *complete* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E = \mathcal{C}_F(E)$. (E ist vollständig)

Wir setzen $co(F) = \{E \mid E \text{ complete in } F\} \subseteq ad(F)$.



- $ad(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$
- $\mathcal{C}_F(\{a_2\}) = \{a_2, a_4\} \neq \{a_2\}$ ✗

Completeness

Definition

Sei $F = (A, R)$ ein AF. $E \subseteq A$ heißt *complete* in F, sofern

- $E \in cf(F)$ (E ist konfliktfrei)
- $E = \mathcal{C}_F(E)$. (E ist vollständig)

Wir setzen $co(F) = \{E \mid E \text{ complete in } F\} \subseteq ad(F)$.

$$
\begin{tikzcd}
a_1 \arrow[r, bend left] & a_2 \arrow[l, bend left] \arrow[r] & a_3 \arrow[r, bend left] & a_4 \arrow[l, bend left]
\end{tikzcd}
$$

- $ad(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$
- $co(F) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_4\}, \{a_1, a_3\}, \{a_1, a_4\}, \{a_2, a_4\}\}$

Vorlesung “Formale Argumentation”

2. Argumentation Frameworks and Semantics – Teil 1

Ringo Baumann
Professur für Formale Argumentation
und Logisches Schließen

11. April 2024
Leipzig