Prof. Dr. Ringo Baumann
baumann@informatik.uni-leipzig.de

WS 2023/24
Übungsblatt 4
Ausgabe: 27.11.2023

Übungen zur Vorlesung „Nichtmonotones Schließen“
4. Übungsblatt

H 4-1. Das Paar $(\mathcal{V}, \mathcal{O})$
Sei $\mathcal{V} = \{v \mid v : \mathcal{A} \to \{0,1\}\}$ und $\mathcal{O}$ durch die Basis $\mathcal{B} = \{\mathrm{Mod}(\varphi) \mid \varphi \in \mathcal{F}\}$ induziert.

(a) Zeigen Sie, daß $(\mathcal{V}, \mathcal{O})$ tatsächlich ein topologischer Raum ist.

(b) Zeigen Sie, daß die Kompaktheit von $(\mathcal{V}, \mathcal{O})$, den Kompaktheitssatz der Aussagenlogik impliziert.

H 4-2. Formeldefinierbarkeit
Gegeben zwei Formelmengen T_1 und T_2 mit $\mathrm{Mod}(T_1) = \mathcal{V} \setminus \mathrm{Mod}(T_2)$. Zeigen Sie, daß $\mathrm{Mod}(T_1)$ und $\mathrm{Mod}(T_2)$ formeldefinierbar sind.

H 4-3. Theoriedefinierbarkeit
Gegeben zwei theoriedefinierbare Mengen W und V. Zeigen oder Widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) $W \cap V$ ist theoriedefinierbar.

(b) $W \cup V$ ist theoriedefinierbar.

H 4-4. Abzählbare Mengen und Definierbarkeit
Gegeben $v : \mathcal{A} \to \{0,1\}$ mit $v(p_i) = 1$ und $v_i : \mathcal{A} \to \{0,1\}$ mit $v_i(p_j) = 0$, falls $i = j$, sonst 1. Sei desweiteren $V = \{v\}$ und $W = \{v_i \mid i \in \mathbb{N}\}$. Zeigen oder Widerlegen Sie folgende Aussagen:

(a) V ist formeldefinierbar.

(b) $V \cup W$ ist theoriedefinierbar.

(c) W ist theoriedefinierbar.

Termine:

- Besprechung der Aufgaben am Freitag, 01.12.2023, 11:15 - 12:45, Raum: SG 3-10.