

Übungen zur Vorlesung „Nichtmonotones Schließen“ 2. Übungsblatt

H 2-1. Interpretations-induzierte Substitutionen

Gegeben eine Interpretation $v : \mathcal{A} \rightarrow \{0, 1\}$. Definiere eine uniforme Substitution

$$\sigma : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{F} \quad p \mapsto \begin{cases} \top, & v(p) = 1 \\ \perp, & \text{sonst} \end{cases}$$

Zeigen Sie per Induktion über den Formelaufbau, daß $\sigma(\varphi)$ tautologisch, falls $v(\varphi) = 1$ und $\sigma(\varphi)$ kontradiktorisch, falls $v(\varphi) = 0$.

H 2-2. Syntaxunabhängigkeit

Beweisen Sie, daß folgende Aussage für Pivotal-Assumption Konsequenz gilt:

$$\text{Cn}^K = \text{Cn}^{K'} \quad \text{gdw.} \quad K \equiv K'.$$

H 2-3. Abgeschlossenheit unter uniformer Substitution

Eine Menge $K \subseteq \mathcal{F}$ heißt *abgeschlossen unter uniformer Substitution*, falls mit $\varphi \in K$ auch $\sigma(\varphi) \in K$ für jede uniforme Substitution σ .

Zeigen Sie, daß für jede unter uniformer Substitution abgeschlossene Menge K gilt:

$$K \subseteq \text{TAUT} \quad \text{oder} \quad \text{Mod}(K) = \emptyset.$$

Was bedeutet dies für Cn^K ?

H 2-4. T-Konsistenz

Gegeben ein endliches K . Zeigen Sie, daß folgende Aussage gilt:

$$K \text{ ist } T\text{-konsistent} \quad \text{gdw.} \quad T \not\models \bigvee_{k \in K} \neg k.$$

Formulieren Sie eine analoge Aussage für unendliche K .

H 2-5. Default-Assumption Konsequenz

Gegeben $K = \{p \rightarrow q, q \rightarrow r, r \rightarrow \neg q\}$ und $T = \{p\}$. Beantworten Sie folgende Fragen/Aufgaben:

(a) Geben Sie die maximal T-konsistenten Teilmengen an.

(b) Überprüfen Sie, ob $\text{Cn}(T) \subsetneq \text{C}^K(T) \subsetneq \text{Cn}^K(T)$.

H 2-6. Syntaxabhängigkeit

Zeigen Sie, daß für Default-Assumption Konsequenz $K \equiv K'$ und gleichzeitig $\text{C}^K \neq \text{C}^{K'}$ möglich ist.

Termine:

- Besprechung der Aufgaben am Freitag, 03.11.2023, 11:15 - 12:45, Raum: SG 3-10.