

Übungen zur Vorlesung „Nichtmonotones Schließen“ 1. Übungsblatt

H 1-1. Kompaktheitssatz/Endlichkeitssatz

Beweisen Sie, daß folgende beide Aussagen i) und ii) äquivalent sind:

- i) $T \models \varphi$ gdw. es ex. endl. TM $T' \subseteq T$ mit $T' \models \varphi$
- ii) T erfüllbar gdw. jede endl. TM $T' \subseteq T$ ist erfüllbar

H 1-2. Disjunktion in der Prämisse

Beweisen Sie, daß folgende für die klassische Folgerungsrelation gilt:

Sofern $T \cup \{p\} \models \varphi$ und $T \cup \{q\} \models \varphi$, dann auch $T \cup \{p \vee q\} \models \varphi$.

H 1-3. Alternative Operatoren

Gegeben zwei Operatoren $Cn_1, Cn_2 : 2^{\mathcal{F}} \rightarrow 2^{\mathcal{F}}$ mit $Cn_1(T) = T$ (Identität) und $Cn_2(T) = \mathcal{F}$ (konstant \mathcal{F}). Beweisen oder Widerlegen Sie:

- (a) Cn_1 und Cn_2 sind Konsequenzoperatoren.
- (b) Cn_1 und Cn_2 sind tarskisch.
- (c) Cn_1 und Cn_2 erfüllen Disjunktion in der Prämisse (siehe H 1-2).

H 1-4. Definition Konsequenzoperator

Zeigen Sie, daß die Eigenschaften Inklusion, Idempotenz und Monotonie unabhängig sind. Definieren Sie dazu konkrete Operatoren $O : 2^{\mathcal{F}} \rightarrow 2^{\mathcal{F}}$, welche immer nur genau 2 der gegebenen Eigenschaften erfüllen.

H 1-5. Semantische und starke Äquivalenz

Zwei Formelmengen S und T heißen

- i) semantisch äquivalent (in Zeichen: $S \equiv T$) gdw. $\text{Mod}(S) = \text{Mod}(T)$
- ii) stark äquivalent (in Zeichen: $S \equiv_s T$) gdw. für jede Menge H gilt: $S \cup H \equiv T \cup H$

Beantworten Sie folgende Fragen/Aufgaben:

- (a) Erklären Sie semantische und starke Äquivalenz mit eigenen Worten.
- (b) Zeigen Sie, daß beide tatsächlich Äquivalenzrelationen sind.
- (c) Wenn $S \equiv_s T$, dann auch $S \equiv T$?
- (c) Wenn $S \equiv T$, dann auch $S \equiv_s T$?

Termine:

- Besprechung der Aufgaben am Freitag, 20.10.2023, 11:15 - 12:45, Raum: SG 3-10.