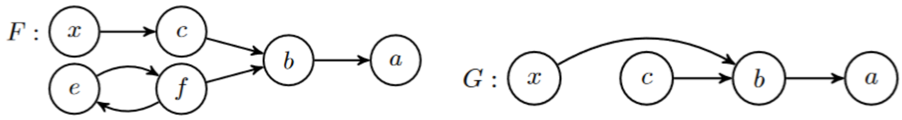
Prof. Dr. Ringo Baumann
baumann@informatik.uni-leipzig.de

SoSe 2024
Übungsblatt 1
Ausgabe: 16.04.2024

Übungen zur Vorlesung „Formale Argumentation“
1. Übungsblatt

H 1-1. Echtes Enthaltensein
Geben Sie ein AF F an, sodass $stb(F) \subset pr(F) \subset co(F) \subset ad(F) \subset cf(F)$.

H 1-2. Hassediagramme und Fixpunkte
Gegeben die beiden nachfolgenden AFs F und G.



(a) Geben Sie $(ad(F), \subseteq)$ und $(ad(G), \subseteq)$ als Hassediagramme an.

(b) Iterieren Sie $\mathcal{C}_F(\emptyset)$ und $\mathcal{C}_G(\emptyset)$ bis zum ersten Fixpunkt.

(c) Berechne $\mathcal{C}_F(\{c, f\})$ und $\mathcal{C}_F^2(\{c, f\})$.

(d) Was sind die $\subseteq$-größten Fixpunkte von $\mathcal{C}_F$ und $\mathcal{C}_G$?

H 1-3. Formale Eigenschaften von $\mathcal{C}_F$

(a) Beweisen oder Widerlegen Sie die folgenden Eigenschaften.

i) $E \subseteq \mathcal{C}_F(E)$ (Inklusion)

ii) $\mathcal{C}_F(E) = \mathcal{C}_F(\mathcal{C}_F(E))$ (Idempotenz)

iii) Falls $x \in \mathcal{C}_F(E)$, dann ex. endl. TM $E' \subseteq E$ mit $x \in \mathcal{C}_F(E')$ (Kompaktheit)

iv) Für jede ω-Kette $\mathcal{K} = \{E_i \mid E_i \subseteq E_{i+1}, i \in \mathbb{N}\}$ gilt $\mathcal{C}_F\left(\bigcup \mathcal{K}\right) = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} \mathcal{C}_F(E_i)$ (ω-Stetigkeit)

(b) Beweisen Sie, die folgenden Zusammenhänge

i) Falls $\mathcal{C}_F$ ω-stetig, dann $\mathcal{C}_F$ $\subseteq$-monoton.

ii) Falls $\mathcal{C}_F$ $\subseteq$-monoton und kompakt, dann $\mathcal{C}_F$ ω-stetig.

(c) Ein AF $F = (A, R)$ heißt *finitary*, falls für jedes $a \in A$ gilt: $|\{b \mid (b, a) \in R\}| \in \mathbb{N}$.

i) Falls F finitary, dann $\mathcal{C}_F$ kompakt.

ii) Falls F finitary, dann $\mathcal{C}_F$ ω-stetig.

H 1-4. Existenz von Preferred Extensions
Skizzieren Sie einen Beweis (ohne Verwendung des Lemmas von Zorn) für die Existenz von preferred extensions im Falle von endlichen AFs.

Termine:

– Besprechung der Aufgaben am Freitag, 19.04.2024, 9:15 - 10:45, Raum: SG 3-12.