

# Grundlagen der Technischen Informatik 1

WS 08/09

## Übungsblatt 3

### Aufgabe 1: Stromverbrauch einer Glühlampe

[2 Punkte]

An eine Batterie mit der Spannung  $U = 12\text{V}$  wird eine Glühlampe mit der Leistung  $P = 1\text{W}$  angeschlossen.

1. Welcher Strom fließt durch den Glühfaden?
2. Wie groß ist die Anzahl der Elektronen, die pro Sekunde den Glühfaden durchfließen, wenn die Ladung eines Elektrons  $Q_e = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{C}$  beträgt?

### Aufgabe 2: Reihenschaltung

[2 Punkte]

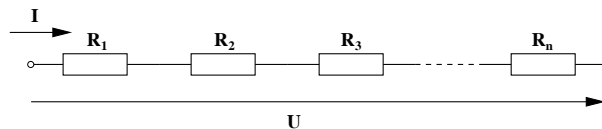


Abbildung 1: Reihenschaltung von  $n$  Widerständen.

1. Berechnen Sie den Gesamtwiderstand  $R_g = U/I$  und den Gesamtleitwert  $G_g = I/U$  einer Serienschaltung von Widerständen (siehe Abbildung 1), sowohl als Funktion der Widerstandswerte  $R_1, R_2 \dots R_n$  als auch der Leitwerte  $G_1 = 1/R_1, G_2 = 1/R_2 \dots G_n = 1/R_n$ .
2. Wie groß ist der Gesamtwiderstand  $R_g$  bei drei in Reihe geschalteten Widerständen mit den Werten:

$$R_1 = 1,2 \text{ k}\Omega; \quad G_2 = 1/R_2 = 4 \text{ mS}; \quad R_3 = 550 \Omega ?$$

Welcher Gesamtleitwert  $G_g$  ergibt sich?

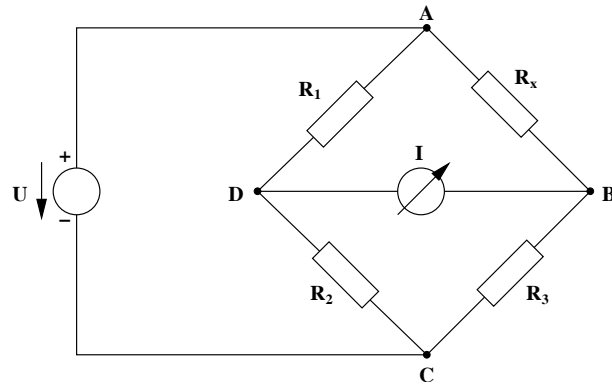


Abbildung 2: Wheatstone-Meßbrücke.

Die Wheatstone-Meßbrücke aus Abbildung 2 ist eine Schaltung zur genauen Bestimmung eines unbekannten Widerstands  $R_x$ : Durch Variation des regelbaren Widerstands  $R_3$  wird die Schaltung so eingestellt, daß durch das Strommeßgerät kein Strom mehr fließt. Mit dem eingestellten Widerstand  $R_3$  kann nun  $R_x$  bestimmt werden. Geben Sie einen allgemeinen Ausdruck für  $R_x$  in Abhängigkeit von  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  an.

In dieser Aufgabe sollen Sie schrittweise einen allgemein anwendbaren Algorithmus zur Maschenanalyse eines Widerstandsnetzwerkes durchführen. Dadurch lassen sich die Ströme und Spannungen in allen Zweigen des Netzwerkes bestimmen.

Um ein Netzwerk vollständig zu analysieren, muß ein Gleichungssystem aufgestellt werden, das aus mehreren Maschen gewonnen wird. Da es zahlreiche Möglichkeiten gibt, die Maschen zu wählen, verfährt man im allgemeinen wie folgt. Dieses Vorgehen führt auch immer zur minimalen Anzahl benötigter Maschen:

- Es wird ein *vollständiger Baum* über die Knoten des Netzwerkes gelegt. Hierbei ist wichtig:
  - Es handelt sich um einen *Baum*, d. h. es existieren keine Schleifen, somit kann in dem Baum kein Strom fließen.
  - Der Baum ist *vollständig*, d. h. alle Knoten sind enthalten.

Alle übrigen Verbindungsstrecken sind die *Verbindungsbranche*.

- Nimmt man zu dem Baum jeweils einen der Verbindungsbranche hinzu, so ergibt sich eine Masche, in welcher ein Maschenstrom fließen kann. Somit sind alle Maschen bestimmt. Die Richtung der Maschenströme wird frei gewählt.
- Man stellt nun für alle Maschen die Maschengleichungen nach der Kirchhoffschen Maschenregel auf. Durch Umsortieren nach den Maschenströmen ergibt sich ein Gleichungssystem der Form:

$$\begin{pmatrix} R_{ij} \end{pmatrix}_{n \times n} \begin{pmatrix} I_{M1} \\ \vdots \\ I_{Mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{M1} \\ \vdots \\ U_{Mn} \end{pmatrix}$$

Die Matrix  $R$  ist hierbei quadratisch und symmetrisch. Zur Probe können Sie überprüfen, daß die Diagonalelemente  $R_{ii}$  die Summe der Widerstände in der Masche  $i$  enthält. Die restlichen Elemente  $R_{ij}$  stellen die Widerstände dar, die von den Maschenströmen  $i$  und  $j$  durchflossen werden.  $U_{Mi}$  ist die negierte Summe der Spannungsquellen in der Masche  $i$  (Vorzeichen in Umlaufrichtung gezählt). Durch Auflösen des Gleichungssystems lassen sich alle Maschenströme berechnen.

- Der Strom in einem bestimmten Zweig im Netzwerk läßt sich nun einfach durch die vorzeichenrichtige Addition aller Maschenströme, die durch diesen Zweig fließen, bestimmen.

Wenden Sie diesen Algorithmus in der folgenden Aufgabenstellung auf das Widerstandsnetzwerk gemäß der Abbildung 3(a) (s. Rückseite) an:

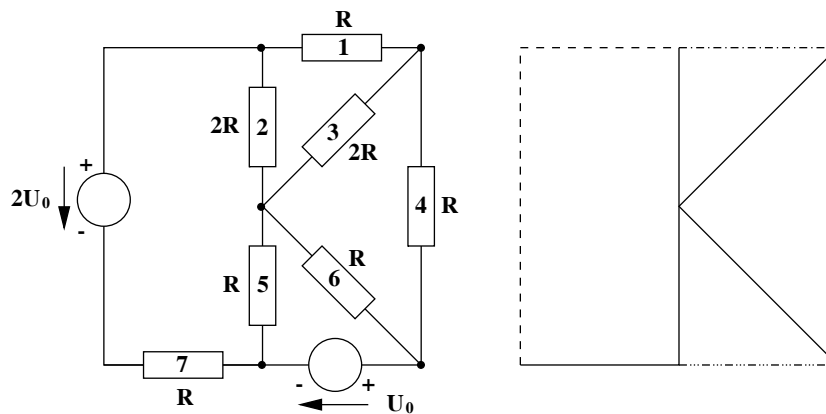


Abbildung 3: (a) Netzwerk (b) Baum (durchgehend) und Verbindungsbranche (gestrichelt)

1. Zeichnen Sie das Widerstandsnetzwerk aus Abbildung 3 ab und tragen Sie in verschiedenen Farben den Baum und die Verbindungszweige ein. Im allgemeinen ist es unerheblich, welcher der möglichen vollständigen Bäume gewählt wird, jedoch läßt es sich mit dem angegebenen Baum am einfachsten rechnen, da sich die wenigsten Überschneidungen der Maschen untereinander ergeben.
2. Zeichnen Sie die 4 Maschenströme  $I_{M1} \dots I_{M4}$  mitsamt der von ihnen frei gewählten Stromrichtung in ihre Zeichnung ein.
3. Stellen Sie für alle 4 Maschen die Maschengleichungen nach der Kirchhoffschen Maschenregel auf. Beachten Sie dabei die Vorzeichen und Richtungen der Maschenströme.
4. Lösen Sie das Gleichungssystem nach den Maschenströmen auf, die Sie zur Bestimmung von  $I_6$  und  $U_6$  am Widerstand 6 benötigen.
5. Berechnen Sie den Strom  $I_6$  und die Spannung  $U_6$  am Widerstand 6 allgemein in Abhängigkeit von  $R$  und  $U_0$  und für  $R = 470 \Omega, U_0 = 10 \text{ V}$ .