

Studentenmitteilung

1. Semester - WS 2007

Tel.: [49]-0341-97 32213

Johannissgasse 26 - Zimmer: Jo 04-47

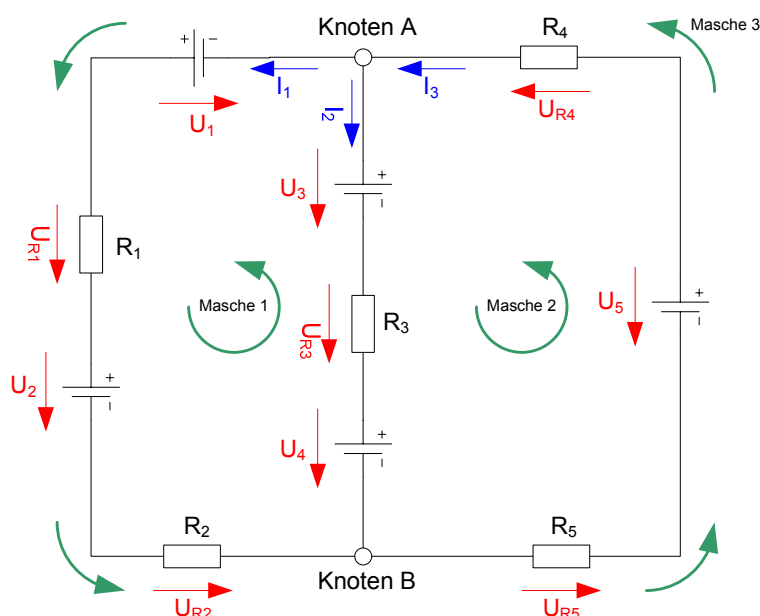
e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de

www: <http://www.informatik.uni-leipzig.de/~lieske>

Freitag, 19. Oktober 2007

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 1

Gegeben ist folgende Schaltung:



$R_1 = 3\text{k}\Omega$
$R_2 = 2\text{k}\Omega$
$R_3 = 3\text{k}\Omega$
$R_4 = 2\text{k}\Omega$
$R_5 = 1,5\text{k}\Omega$

$U_1 = 15\text{V}$
$U_2 = 25\text{V}$
$U_3 = 3\text{V}$
$U_4 = 2\text{V}$
$U_5 = 6\text{V}$

Das Ziel der Aufgabe ist die Bestimmung der Ströme I_{R1} bis I_{R5} , die durch die Widerstände R_1 bis R_5 fließen und die Spannungen U_{R1} bis U_{R5} , die über die Widerstände R_1 bis R_5 abfallen. Verwenden Sie zur Erstellung des Gleichungssystems die Maschen 1 und 2 sowie den Knoten A.

Aufgaben:

Gesamtpunktzahl: 30 Punkte

1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 2 auf. **4 Punkte**
2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf. **4 Punkte**
3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2. **5 Punkte**
4. Bestimmen Sie die Determinanten. **8 Punkte**
5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 . **3 Punkte**
6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R1} bis I_{R5} durch die Widerstände R_1 bis R_5 . **3 Punkte**
7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R1} bis U_{R5} über die Widerstände R_1 bis R_5 . **3 Punkte**

Benutzen Sie zur Lösung der Aufgabe die Determinantenmethode. Zuwiderhandlung wird mit Punktabzug geahndet.

Bemerkung:

Für alle Aufgaben gilt:

- 1. In allen Formeln mit Zahlen sind die Maßeinheiten mitzuschleifen.**
 - 2. Bei den Endergebnissen sind die Maßeinheiten zu verwenden, die, wenn vorhanden, aus einem Buchstaben bestehen. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.**
 - 3. Bei den Endergebnissen sind die $10^{\pm 3}$ Präfixe konsequent zu verwenden. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren. Präfixe nur verwenden, wenn eine Maßeinheit dahinter ist.**
 - 4. Alle Aufgaben auf insgesamt 4 Stellen genau berechnen, wenn in Aufgabe nicht anders angegeben.**
- In der Klausur ist kein Rechner erlaubt, dort sind es entsprechend weniger Stellen.**
- 5. Die Aufgaben sind zu nummerieren, auch die Teilaufgaben.**
 - 6. Der Rechenweg muß ersichtlich sein. Gegebenenfalls das Schmierblatt anheften.**
 - 7. Jedes Blatt ist wie folgt zu nummerieren Seite/Gesamtzahl der Seiten (z.B. Seite 6/8)**

Nichtbeachtung wird mit Punktabzug geahndet!

Präfixe zur Kennzeichnung des Vielfachen von gesetzlichen Einheiten (dezimal)		
Zeichen	Faktor	Bezeichnung
Y	10^{24}	Yotta
Z	10^{21}	Zetta
E	10^{18}	Exa
P	10^{15}	Peta
T	10^{12}	Tera
G	10^9	Giga
M	10^6	Mega
k	10^3	Kilo
m	10^{-3}	Milli
μ	10^{-6}	Mikro
n	10^{-9}	Nano
p	10^{-12}	Piko
f	10^{-15}	Femto
a	10^{-18}	Atto
z	10^{-21}	Zepto
y	10^{-24}	Yokto
Weniger gebräuchlich nur zu Information		
h	10^2	Hekto
da	10^1	Deka
d	10^{-1}	Dezi
c	10^{-2}	Zenti

Umgang mit den Präfixen am Beispiel einer 4stelligen Genauigkeit:

--- , - Präfix Maßeinheit

-- , -- Präfix Maßeinheit

-, --- Präfix Maßeinheit

Beispiele:

216,4 μ F; 33,45kHz; 2,456M Ω ; 7,482A

Lösung:

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 2 auf.

$$\begin{aligned} -U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} &= 0 \\ + U_3 + U_4 - U_5 + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} &= 0 \end{aligned}$$

2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf.

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten A und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2.

$$\begin{aligned} -U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} &= 0 \\ + U_3 + U_4 - U_5 + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} &= 0 \\ -I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} &= U_1 - U_2 + U_3 + U_4 \\ + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} &= -U_3 - U_4 + U_5 \\ -I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2) \cdot I_1 + (-R_3) \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 &= U_1 - U_2 + U_3 + U_4 \\ 0 \cdot I_1 + (R_3) \cdot I_2 + (R_4 + R_5) I_3 &= -U_3 - U_4 + U_5 \\ -I_1 + -I_2 + I_3 &= 0 \end{aligned}$$

4. Bestimmen Sie die Determinanten

$$(R) \cdot \vec{I} = \vec{E}'$$

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \\ E'_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (R_1 + R_2) & (-R_3) & 0 \\ 0 & (R_3) & (R_4 + R_5) \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 - U_2 + U_3 + U_4 \\ -U_3 - U_4 + U_5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (3k\Omega + 2k\Omega) & (-3k\Omega) & 0k\Omega \\ (0k\Omega) & (3k\Omega) & (2k\Omega + 1,5k\Omega) \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15V - 25V + 3V + 2V \\ -3V - 2V + 6V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5k\Omega & -3k\Omega & 0k\Omega \\ 0k\Omega & 3k\Omega & 3,5k\Omega \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5V \\ 1V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 5k\Omega & -3k\Omega & 0k\Omega \\ 0k\Omega & 3k\Omega & 3,5k\Omega \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Zeile entwickelt :

$$D = 5k\Omega \cdot (3k\Omega \cdot 1 - 3,5k\Omega \cdot [-1]) - [-3k\Omega] \cdot (0k\Omega \cdot 1 - 3,5k\Omega \cdot [-1]) + (0) \cdot (0k\Omega \cdot [-1] - 3k\Omega \cdot [-1])$$

$$= 5k\Omega \cdot (3k\Omega + 3,5k\Omega) + 3k\Omega \cdot (0k\Omega + 3,5k\Omega) + (0k\Omega) \cdot (0k\Omega + 3k\Omega)$$

$$= 32,5[k\Omega]^2 + 10,5[k\Omega]^2 = 35[k\Omega]^2 = 43 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2} = 43 \frac{MV^2}{A^2}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} -5V & -3k\Omega & 0k\Omega \\ 1V & 3k\Omega & 3,5k\Omega \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Spalte entwickelt :

$$\begin{aligned} D_1 &= -5V \cdot (3k\Omega \cdot 1 - 3,5k\Omega \cdot [-1]) - [1V] \cdot (-3k\Omega \cdot 1 - 0k\Omega \cdot [-1]) + 0k\Omega V \\ &= -5V \cdot (6,5k\Omega) - 1V \cdot (-3k\Omega) = -32,5k\Omega V + 3k\Omega V = -29,5k\Omega V = -29,5 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A} = -29,5 \frac{kV^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 5k\Omega & -5V & 0k\Omega \\ 0k\Omega & 1V & 3,5k\Omega \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Spalte entwickelt :

$$\begin{aligned} D_2 &= 5k\Omega \cdot (1V \cdot 1 - 3,5k\Omega \cdot [0]) - 0 + (-1)(-5V \cdot 3,5k\Omega - (-0k\Omega) \cdot [1V]) \\ &= 5k\Omega V + 17,5k\Omega V = 22,5k\Omega V = 22,5 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A} = 22,5 \frac{kV^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 5k\Omega & -3k\Omega & -5V \\ 0k\Omega & 3k\Omega & 1V \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Spalte entwickelt :

$$\begin{aligned} D_3 &= 5k\Omega \cdot (3k\Omega \cdot 0 - [1V] \cdot [-1]) - 0 + (-1) \cdot ([-3k\Omega \cdot 1V] - [-5V] \cdot [3k\Omega]) \\ &= 5k\Omega \cdot (1V) + (-1) \cdot (-3k\Omega V + 15k\Omega V) = 5k\Omega V - 12k\Omega V \\ &= -7k\Omega V = -7 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A} = -7 \frac{kV^2}{A} \end{aligned}$$

5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 .

$$I_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-29,5 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{43 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = -0,6860 mA = -686,0 \mu A$$

$$I_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{22,5 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{43 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = 0,5233 mA = 523,3 \mu A$$

$$I_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{-7 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{43 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = -0,1628 mA = -162,8 \mu A$$

Probe:

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

$$= -(-686 \mu A) - (523,3 \mu A) + (-162,8) = 686 \mu A - 523,3 \mu A - 162,8 \mu A = -0,1 \mu A \approx 0$$

6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R1} bis I_{R5} durch die Widerstände R_1 bis R_6 .

$$I_{R1} = I_1 = -686,0 \mu A$$

$$I_{R2} = I_1 = -686,0 \mu A$$

$$I_{R3} = I_2 = 523,3 \mu A$$

$$I_{R4} = I_3 = -162,8 \mu A$$

$$I_{R5} = I_3 = -162,8 \mu A$$

7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R1} bis U_{R6} über die Widerstände R_1 bis R_5 .

$$U_{R1} = I_{R1} \cdot R_1 = -686,0 \mu A \cdot 3 k\Omega = -2,058 V$$

$$U_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = -686,0 \mu A \cdot 2 k\Omega = -1,372 V$$

$$U_{R3} = I_{R3} \cdot R_3 = 523,3 \mu A \cdot 3 k\Omega = 1,570 V$$

$$U_{R4} = I_{R4} \cdot R_4 = -162,8 \mu A \cdot 2 k\Omega = -0,3256 V = -325,6 mV$$

$$U_{R5} = I_{R5} \cdot R_5 = -162,8 \mu A \cdot 1,5 k\Omega = -0,2442 V = -244,2 mV$$

Probe:

$$-U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} = 0$$

$$= -15V + 25V - 3V - 2V + [-2,058V] + [-1,372V] - 1,570V$$

$$= +5V - 5V = 0V$$

$$+U_3 + U_4 - U_5 + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} = 0$$

$$= 3V + 2V - 6V + 1,570V + [-0,3256V] + [-0,2442V] = 0$$

$$= -1V + 1,0002V = 0,0002V \approx 0V$$