

Studentenmitteilung

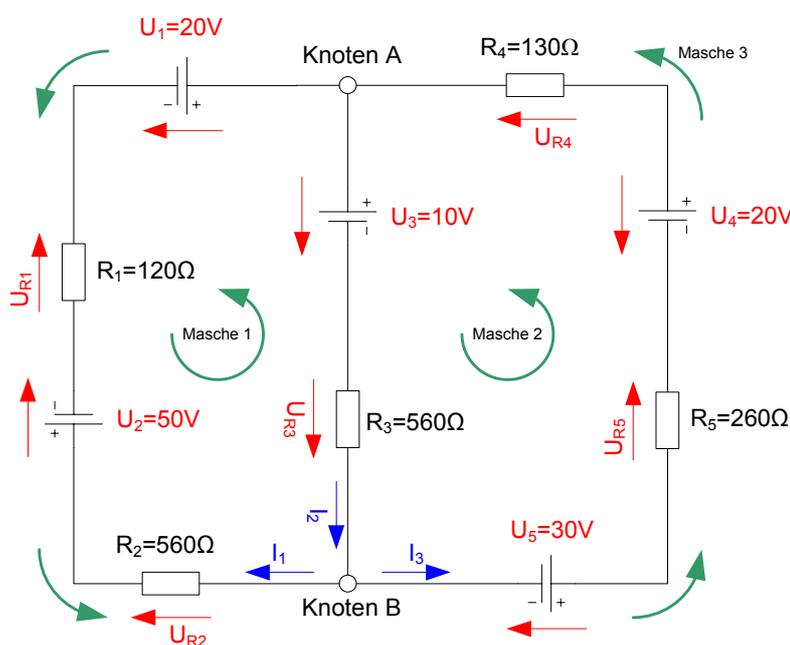
1. Semester - WS 2005

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 1

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

Gegeben ist folgende Schaltung:



Maschen: 1,2
Knoten: B

$R_1 = 120\Omega$
 $R_2 = 560\Omega$
 $R_3 = 560\Omega$
 $R_4 = 130\Omega$
 $R_5 = 260\Omega$

$U_1 = 20V$
 $U_2 = 50V$
 $U_3 = 10V$
 $U_4 = 20V$
 $U_5 = 30V$

Das Ziel der Aufgabe ist die Bestimmung der Ströme I_{R_1} bis I_{R_5} , die durch die Widerstände R_1 bis R_5 fließen und die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_5} , die über die Widerstände R_1 bis R_5 abfallen. Verwenden Sie zur Erstellung des Gleichungssystems die Maschen 1 und 2 sowie den Knoten B.

Aufgaben:

Gesamtpunktzahl: 30 Punkte

1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 2 auf. **4 Punkte**
2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten B auf. **4 Punkte**
3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2. **5 Punkte**
4. Bestimmen Sie die Determinanten. **8 Punkte**
5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 . **3 Punkte**
6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R_1} bis I_{R_5} durch die Widerstände R_1 bis R_5 . **3 Punkte**
7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 . **3 Punkte**

Benutzen Sie zur Lösung der Aufgabe die Determinantenmethode. Zuwiderhandlung wird mit Punktabzug geahndet.

Bemerkung:

Für alle Aufgaben gilt:

1. In allen Formeln mit Zahlen sind die Maßeinheiten mitzuschleifen.
2. Bei den Endergebnissen sind die Maßeinheiten zu verwenden, die, wenn vorhanden, aus einem Buchstaben bestehen. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.
3. Bei den Endergebnissen sind die $10^{\pm 3}$ Präfixe konsequent zu verwenden. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren. Präfixe nur verwenden, wenn eine Maßeinheit dahinter ist.
4. Alle Aufgaben auf insgesamt 4 Stellen genau berechnen, wenn in Aufgabe nicht anders angegeben.
5. Die Aufgaben sind zu nummerieren, auch die Teilaufgaben.
6. Der Rechenweg muß ersichtlich sein. Gegebenenfalls das Schmierblatt anheften.
7. Jedes Blatt ist wie folgt zu nummerieren Seite/Gesamtzahl der Seiten (z.B. Seite 6/8)

Nichtbeachtung wird mit Punktabzug geahndet!

Präfixe zur Kennzeichnung des Vielfachen von gesetzlichen Einheiten (dezimal)		
Zeichen	Faktor	Bezeichnung
Y	10^{24}	Yotta
Z	10^{21}	Zetta
E	10^{18}	Exa
P	10^{15}	Peta
T	10^{12}	Tera
G	10^9	Giga
M	10^6	Mega
k	10^3	Kilo
m	10^{-3}	Milli
μ	10^{-6}	Mikro
n	10^{-9}	Nano
p	10^{-12}	Piko
f	10^{-15}	Femto
a	10^{-18}	Atto
z	10^{-21}	Zepto
y	10^{-24}	Yokto
Weniger gebräuchlich nur zu Information		
h	10^2	Hekto
da	10^1	Deka
d	10^{-1}	Dezi
c	10^{-2}	Zenti

Umgang mit den Präfixen am Beispiel einer 4stelligen Genauigkeit:

--- , - Präfix Maßeinheit

-- , -- Präfix Maßeinheit

-, --- Präfix Maßeinheit

Beispiele:

216,4 μ F; 33,45kHz; 2,456M Ω ; 7,482A

Lösung:

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 2 auf.

$$\begin{aligned}U_1 - U_2 - U_3 - U_{R1} - U_{R2} - U_{R3} &= 0 \\U_3 - U_4 - U_5 + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} &= 0\end{aligned}$$

2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten B auf.

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten B und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2.

$$\begin{aligned}U_1 - U_2 - U_3 - U_{R1} - U_{R2} - U_{R3} &= 0 \\U_3 - U_4 - U_5 + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} &= 0 \\-I_1 + I_2 - I_3 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-U_{R1} - U_{R2} - U_{R3} &= -U_1 + U_2 + U_3 \\+ U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} &= -U_3 + U_4 + U_5 \\-I_1 + I_2 - I_3 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(-R_1 - R_2) \cdot I_1 + (-R_3) \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 &= -U_1 + U_2 + U_3 \\0 \cdot I_1 + (R_3) \cdot I_2 + (R_4 + R_5) \cdot I_3 &= -U_3 + U_4 + U_5 \\-I_1 + I_2 - I_3 &= 0\end{aligned}$$

4. Bestimmen Sie die Determinanten

$$(\mathbf{R}) \cdot \vec{I} = \vec{E}'$$

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \\ E'_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (-R_1 - R_2) & (-R_3) & 0 \\ 0 & R_3 & (R_4 + R_5) \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_1 + U_2 + U_3 \\ -U_3 + U_4 + U_5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (-120\Omega - 560\Omega) & (-560\Omega) & 0\Omega \\ 0\Omega & (560\Omega) & (130\Omega + 260k\Omega) \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20V + 50V + 10V \\ -10V + 20V + 30V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -680\Omega & -560\Omega & 0\Omega \\ 0\Omega & 560\Omega & 390\Omega \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40V \\ 40V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} -680\Omega & -560\Omega & 0\Omega \\ 0\Omega & 560\Omega & 390\Omega \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Zeile entwickelt :

$$D = -680\Omega \cdot (560\Omega \cdot [-1] - 390\Omega \cdot 1) - [-560\Omega] \cdot (0\Omega \cdot [-1] - 390\Omega \cdot [-1]) + (0\Omega) \cdot (0\Omega \cdot 1 - 560\Omega \cdot [-1])$$

$$= -680\Omega \cdot (-560\Omega - 390\Omega) + 560\Omega \cdot 390\Omega = 680\Omega \cdot 950\Omega + 560\Omega \cdot 390\Omega$$

$$= 646000\Omega^2 + 218400\Omega^2 = 864400 \frac{V^2}{A^2}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 40V & -560\Omega & 0\Omega \\ 40V & 560\Omega & 390\Omega \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Spalte entwickelt :

$$\begin{aligned} D_1 &= 40V \cdot (560\Omega \cdot [-1] - 390\Omega \cdot 1) - 40V \cdot (-560\Omega \cdot [-1] - 0\Omega \cdot 1) + 0 \\ &= 40V \cdot (-560\Omega - 390\Omega) - 40V \cdot (560\Omega) = 40V \cdot (-950 \frac{V}{A}) - 40V \cdot 560 \frac{V}{A} \\ &= -38000 \frac{V^2}{A} - 22400 \frac{V^2}{A} = -60400 \frac{V^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} -680\Omega & 40V & 0\Omega \\ 0\Omega & 40V & 390\Omega \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

nach der zweiten Spalte entwickelt :

$$\begin{aligned} D_2 &= -40V \cdot (0\Omega \cdot [-1] - 390\Omega \cdot [-1]) + 40V \cdot (-680\Omega \cdot [-1] - 0\Omega \cdot [-1]) + 0 \\ &= -40V \cdot (390\Omega) + 40V \cdot (680\Omega) \\ &= -15600 \frac{V^2}{A} + 27200 \frac{V^2}{A} = 11600 \frac{V^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} -680\Omega & -560\Omega & 40V \\ 0\Omega & 560\Omega & 40V \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

nach der dritten Spalte entwickelt :

$$\begin{aligned} D_3 &= 40V \cdot (0\Omega \cdot 1 - 560\Omega \cdot [-1]) - 40V \cdot (-680\Omega \cdot 1 - [-560\Omega] \cdot [-1]) + 0 \\ &= 40V \cdot (560\Omega) - 40V \cdot (-680\Omega - 560\Omega) = 40V \cdot (560\Omega) - 40V \cdot (-1240\Omega) \\ &= 22400 \frac{V^2}{A} + 49600 \frac{V^2}{A} = 72000 \frac{V^2}{A} \end{aligned}$$

5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 .

$$I_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-60400 \frac{V^2}{A}}{864400 \frac{V^2}{A^2}} = -69,875 mA \approx -69,88 mA$$

$$I_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{11600 \frac{V^2}{A}}{864400 \frac{V^2}{A^2}} = 13,4197 mA \approx 13,42 mA$$

$$I_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{72000 \frac{V^2}{A}}{864400 \frac{V^2}{A^2}} = 83,2947 mA \approx 83,29 mA$$

6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R1} bis I_{R5} durch die Widerstände R_1 bis R_6 .

$$I_{R1} = I_1 = -69,88 mA$$

$$I_{R2} = I_1 = -69,88 mA$$

$$I_{R3} = I_2 = 13,42 mA$$

$$I_{R4} = I_3 = 83,29 mA$$

$$I_{R5} = I_3 = 83,29 mA$$

Probe:

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$= -[-69,88 mA] + 13,42 mA - 83,29 mA = 69,88 mA + 13,42 mA - 83,29 mA$$

$$83,3 mA - 83,29 mA = 0,01 mA \approx 0 mA$$

Bei den Abweichungen handelt es sich um Rundungsfehler

7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R1} bis U_{R6} über die Widerstände R_1 bis R_5 .

$$U_{R1} = I_{R1} \cdot R_1 = -69,88mA \cdot 120\Omega = -8,386V$$

$$U_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = -69,88mA \cdot 560\Omega = -39,13V$$

$$U_{R3} = I_{R3} \cdot R_3 = 13,42mA \cdot 560\Omega = 7,515V$$

$$U_{R4} = I_{R4} \cdot R_4 = 83,29mA \cdot 130\Omega = 10,83V$$

$$U_{R5} = I_{R5} \cdot R_5 = 83,29mA \cdot 260\Omega = 21,66V$$

Probe:

$$U_1 - U_2 - U_3 - U_{R1} - U_{R2} - U_{R3} = 0$$

$$= 20V - 50V - 10V - [-8,386V] - [-39,13V] - 7,515V$$

$$= 20V - 50V - 10V + 8,386V + 39,13V - 7,515V$$

$$= -40V + 40,001 = 0,001 \approx 0V$$

$$U_3 - U_4 - U_5 + U_{R3} + U_{R4} + U_{R5} = 0$$

$$= 10V - 20V - 30V + 7,515V + 10,83V + 21,66V$$

$$= -40V + 40,005 = 0,005 \approx 0V$$

Bei den Abweichungen handelt es sich um Rundungsfehler