UNIVERSITÄT LEIPZIG

Institut für Informatik

Studentenmitteilung **1. Semester - WS 2004**	Abt. Technische Informatik *Gerätebeauftragter* Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske Tel.: [49]-0341-97 32213 Zimmer: HG 02-37 e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de www: http://www.informatik.uni-leipzig.de/~lieske Sprechstunde: Mi. $14^{00} – 15^{00}$ Datum: Freitag, 19. November 2004

Aufgaben zu Übung
Grundlagen der Technischen Informatik 1

5. Aufgabenkomplex

Widerstände, Spannungen und Ströme in Wechselspannungsnetzwerken mit sinusförmiger Erregung

Im Hardwarepraktikum werden wir mittels eines Oszilloskops den in Augabe 5.1. gegebenen Hochpass auf Amplituden und Phasenverhalten messen.

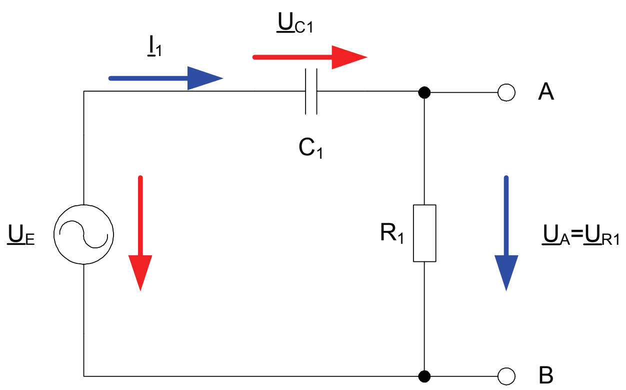
5. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Spannungen und Ströme am RC-Hochpass

Gegeben ist folgende Schaltung:

$$\underline{U}_E = 2{,}0V\angle 0° = 2{,}0V + j \cdot 0V$$

$$R_1 = 1{,}5k\Omega$$
$$C_1 = 100nF$$



Gesamtpunktzahl: 19,5 Punkte

Aufgaben:

1. Bestimmen Sie die folgenden Werte für die Frequenz von f=100 Hz. **0,5 Punkte**

1.1. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_1$ von R_1 in der Normal- und der Versorform **0,5 Punkte**

1.2. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{C1}$ von C_1 in der Normal- und der Versorform **0,5 Punkte**

1.3. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{ges} = \underline{R}_{C1} + \underline{R}_1$ in der Normal- und der Versorform **0,5 Punkte**

1.4. Bestimmen Sie den komplexen Strom $\underline{I}_1$ in der Normal- und der Versorform **0,5 Punkte**

1.5. Bestimmen Sie den komplexen Strom $\underline{I}_{R_1}$ durch R_1 in der Normal- und der Versorform **0,5 Punkte**

1.6. Bestimmen Sie den komplexen Strom $\underline{I}_{C_1}$ durch C_1 in der Normal- und der Versorform **0,5 Punkte**

1.7. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{C_1}$ über C_1 in der Normal- und der Versorform **0,5 Punkte**

1.8. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_A = \underline{U}_{R_1}$ über R_1 in der Normal- und der Versorform **0,5 Punkte**

1.9. Überprüfen Sie den Maschensatz durch die Berechnung von $\underline{U}_E = \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_{C_1}$ in der Normalform **1 Punkt**

2. Bestimmen Sie die folgenden Werte, wie unter 1., für die Frequenz von 1kHz. **5,5 Punkte**

3. Bestimmen Sie die folgenden Werte, wie unter 1., für die Frequenz von 10kHz. **5,5 Punkte**

4. Bestimmen Sie die Spannungsdämpfung $\underline{D}_1 = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$ für f=100 Hz, $\underline{D}_2$ für f=1kHz und $\underline{D}_3$ für f=10kHz in der Normal- und der Versorform **3 Punkte**

5. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Spannungen und Ströme am RC-Bandpass bei einer Frequenz außerhalb der Resonanzfrequenz

Ein Bandpass wird mit einer Frequenz von **4kHz** erregt. In vielen Fällen Kann man die Bauelemente L, R und C als ideale Bauelemente betrachten. In der Realität, bei genauen Betrachtungen, haben diese jedoch noch Eigenschaften anderer Art. Hier z.B. ist R_{PC1} der endliche Widerstand des Dielektrikums und R_{L1} der Drahtwidersand der Wicklung. Dabei werden diese Werte bei der Spule meistens als Reihenwiderstand – und bei dem Kondensator meistens als Parallelwiderstand angegeben.

Gegeben ist folgende Schaltung:

$\underline{U}_E = 5{,}0V\angle 0° = 5V + j\cdot 0V$

$R_1 = 50\Omega$

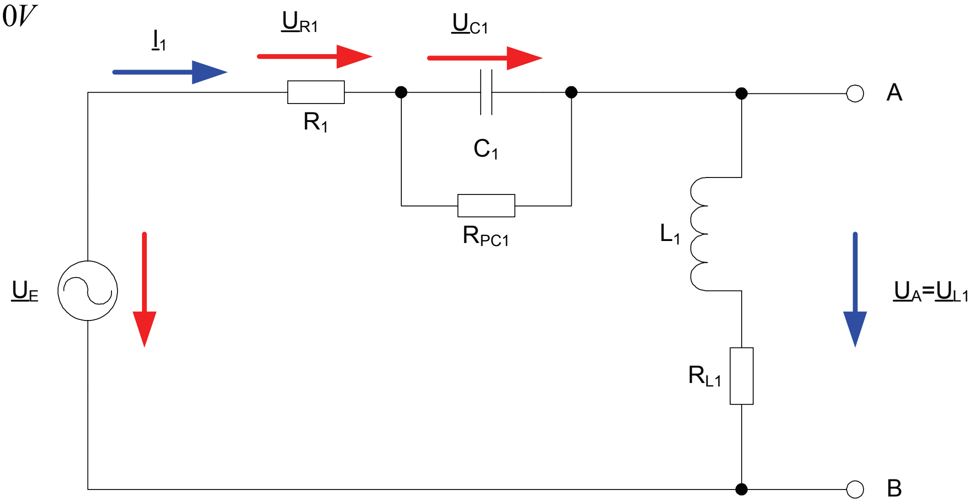
$C_1 = 397{,}9nF$

$R_{PC1} = 10M\Omega$

$L_1 = 3{,}183mH$

$R_{L1} = 10\Omega$

$f = 4kHz$



Gesamtpunktzahl: 10,5 Punkte

Aufgaben:

1. Bestimmen Sie die Augangsspannung $\underline{U}_A$ und die Spannungsdämpfung $\underline{D}$ für die Frequenz von **f=4kHz.**

1.1. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_1$ von R_1 in der Normal- und der Versorform **0,5 Punkte**

1.2. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{C1}$ von C_1 in der Normal- und der Versorform Nutzen Sie dabei den Leitwert $\underline{G}_{C1}$ **2 Punkt**

1.3. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{L1}$ von L_1 in der Normal- und der Versorform **2 Punkt**

1.4. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{ges} = \underline{R}_1 + \underline{R}_{C1} + \underline{R}_{L1}$ in der Normal- und der Versorform **1 Punkte**

1.5. Bestimmen Sie die komplexen Ströme $\underline{I}_1 = \underline{I}_{R_1} = \underline{I}_{C_1} = \underline{I}_{L_1}$ durch R_1, C_1 und L_1, in der Normal- und der Versorform **1 Punkte**

1.6. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{R1}$ über R_1 in der Normal- und der Versorform **1 Punkte**

1.7. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{C1}$ über C_1 in der Normal- und der Versorform **1 Punkt**

1.8. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_A = \underline{U}_{L_1}$ über L_1 in der Normal- und der Versorform

1 Punkt

1.9. Bestimmen Sie die Spannungsdämpfung $\underline{D} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$ in der Normal- und der Versorform

1 Punkt

Bemerkung:

Für alle Aufgaben gilt:

1. **In allen Formeln mit Zahlen sind die Maßeinheiten mitzuschleifen.**
2. **Bei den Endergebnissen sind die Maßeinheiten zu verwenden, die, wenn vorhanden, aus einem Buchstaben bestehen. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.**
3. **Bei den Endergebnissen sind die $10^{\pm 3}$ Präfixe konsequent zu verwenden. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.**
   Präfixe nur verwenden, wenn eine Maßeinheit dahinter ist.
4. **Alle Aufgaben auf insgesamt 4 Stellen genau berechnen, wenn in Aufgabe nicht anders angegeben.**
5. **Die Aufaben sind zu nummerieren, auch die Teilaufgaben.**
6. **Der Rechenweg muß ersichtlich sein. Gegebenenfalls das Schmierblatt anheften.**
7. **Jedes Blatt ist wie folgt zu nummerieren Seite/Gesamtzahl der Seiten (z.B. Seite 6/8)**

Nichtbeachtung wird mit Punktabzug geahndet!

Für die komplexen Größen gilt folgende Schreibweise am Beispiel von $\underline{U}_{R1}$:

$$\underline{U}_{R1} = U_{R1,r} + jU_{R1,i} = \breve{U}_{R1} e^{j\phi_{U_{R1}}} = \breve{U}_{R1}\angle\phi_{U_{R1}} = \breve{U}_{R1}(\cos[\phi_{U_{R1}}] + j\sin[\phi_{U_{R1}}])$$

$$U_{R1,r} = \operatorname{Re}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\cos[\phi_{U_{R1}}] \qquad U_{R1,i} = \operatorname{Im}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\sin[\phi_{U_{R1}}]$$

$$\breve{U}_{R1} = |\underline{U}_{R1}| = \sqrt{U_{R1,r}^2 + U_{R1,i}^2}$$

$$\phi_{U_{R1}} = \arctan\left[\frac{U_{R1,i}}{U_{R1,r}}\right] = \arccos\left[\frac{U_{R1,r}}{\breve{U}_{R1}}\right] = \arcsin\left[\frac{U_{R1,i}}{\breve{U}_{R1}}\right]$$

Für die imaginären Widerstände (ideale Kapatzität und ideale Induktivität) gilt:

$$R_{L,i} = -\frac{1}{G_{L,i}} = \omega\cdot L \qquad R_{C,i} = -\frac{1}{G_{C,i}} = -\frac{1}{\omega\cdot C} \qquad mit \quad \omega = 2\cdot\pi\cdot f$$

$$j\cdot R_{L,i} = j\cdot\omega\cdot L \quad \Rightarrow \quad j\cdot G_{L,i} = \frac{1}{j\cdot\omega\cdot L} = -j\cdot\frac{1}{\omega\cdot L}$$

$$j\cdot R_{C,i} = \frac{1}{j\cdot\omega\cdot C} = -j\cdot\frac{1}{\omega\cdot C} \quad \Rightarrow \quad j\cdot G_{C,i} = \left[-j\cdot\frac{1}{\omega\cdot C}\right]^{-1} = j\cdot\omega\cdot C$$

Transformationsregel aus dem Zeitbereich:

$$a(t) = \bar{a} + \breve{a}\cos(\omega t + \phi) = \bar{a} + \operatorname{Re}\{\breve{a}\cdot e^{j(\omega t + \phi)}\} = \bar{a} + \operatorname{Re}\{\underline{a}\cdot e^{j\omega t}\} \quad mit \quad \underline{a} = \breve{a}\cdot e^{j\phi}$$

$$für\ a(t) = \breve{a}\cos(\omega t + \phi) \quad folgt \quad \underline{a} = \breve{a}\cdot e^{j\phi} \quad für\ die\ Frequenz \quad \omega = 2\pi\cdot f$$

dabei ist $\bar{a}$ der zeitunabhängige Teil.

Die Schreibweise hat auch für Ströme und Widerstände und Leitwerte zu erfolgen. Für die Spannungen ist das Symbol U, für die Ströme das Symbol I, für die Widerstände das Symbol R und für die Leitwerte ist das Symbol G zu Verwenden.
Z, X und Y sind nicht zu verwenden, da diese Bezeichnungen von dem allgemeinen Schema abweichen und zu Verwirrungen führen können.

Alle Winkelangaben haben in Grad zu erfolgen.

Die Versorform $(z.B:\ U_{R1}\angle\phi_{U_{R1}})$ ist eine vereinfachte Schreibweise der Eulerschen Form $(z.B:\ U_{R1}e^{j\phi_{U_{R1}}})$, die auch die Anschaulichkeit verbessert.

Beachten Sie, dass beim idealen ohmschen Widerstand das Imaginärteil und bei der idealen Kapatzität und Induktivität das Realteil gleich null ist.

Präfixe zur Kennzeichnung des Vielfachen von gesetzlichen Einheiten (dezimal)

Zeichen	Faktor	Bezeichnung
Y	10^{24}	Yotta
Z	10^{21}	Zetta
E	10^{18}	Exa
P	10^{15}	Peta
T	10^{12}	Tera
G	10^{9}	Giga
M	10^{6}	Mega
k	10^{3}	Kilo
m	10^{-3}	Milli
µ	10^{-6}	Mikro
n	10^{-9}	Nano
p	10^{-12}	Piko
f	10^{-15}	Femto
a	10^{-18}	Atto
z	10^{-21}	Zepto
y	10^{-24}	Yokto
Weniger gebräuchlich nur zu Information		
h	10^{2}	Hekto
da	10^{1}	Deka
d	10^{-1}	Dezi
c	10^{-2}	Zenti

Umgang mit den Präfixen am Beispiel einer 4 stelligen Genauigkeit:

- - - , - Präfix Maßeinheit

- - , - - Präfix Maßeinheit

-, - - - Präfix Maßeinheit

Beispiele:

216,4µF; 33,45kHz; 2,456MΩ; 7,482A

5. Aufgabenkomplex - Beispielaufgabe

Spannungen und Ströme am RC-Bandpass bei einer Frequenz außerhalb der Resonanzfrequenz

Ein Bandpass wird mit einer Frequenz von **2kHz** erregt. In vielen Fällen kann man die Bauelemente L, R und C als ideale Bauelemente betrachten. In der Realität, bei genauen Betrachtungen, haben diese jedoch noch Eigenschaften anderer Art. Hier z.B. ist R_{PC1} der endliche Widerstand des Dielektrikums und R_{L1} der Drahtwiderstand der Wicklung. Dabei werden diese Werte bei der Spule meistens als Reihenwiderstand – und bei dem Kondensator meistens als Parallelwiderstand angegeben.

Gegeben ist folgende Schaltung:

$\underline{U}_E = 5{,}0V\angle 0° = 5V + j \cdot 0V$

$R_1 = 500\Omega$

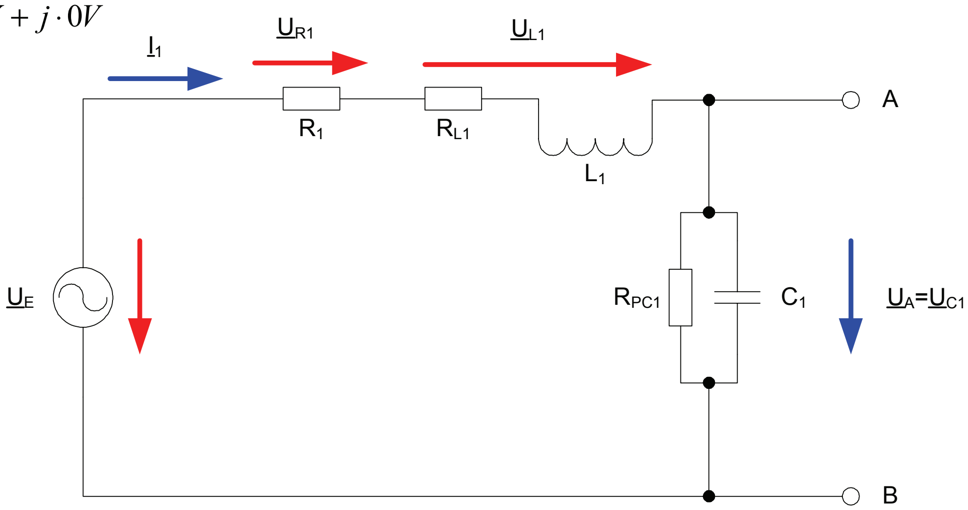
$C_1 = 397{,}9nF$

$R_{PC1} = 10M\Omega$

$L_1 = 3{,}183mH$

$R_{L1} = 10\Omega$

$f = 2kHz$



1. Bestimmen Sie die Augangsspannung $\underline{U}_A$ und die Spannungsdämpfung $\underline{D}$ für die Frequenz von **f=2kHz.**

1.1. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_1$ von R_1 in der Normal- und der Versorform

1.2. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{C1}$ von C_1 in der Normal- und der Versorform Nutzen Sie dabei den Leitwert $\underline{G}_{C1}$

1.3. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{L1}$ von L_1 in der Normal- und der Versorform

1.4. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{ges} = \underline{R}_1 + \underline{R}_{C1} + \underline{R}_{L1}$ in der Normal- und der Versorform

1.5. Bestimmen Sie die komplexen Ströme $\underline{I}_1 = \underline{I}_{R_1} = \underline{I}_{C_1} = \underline{I}_{L_1}$ durch R_1, C_1 und L_1, in der Normal- und der Versorform

1.6. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{R1}$ über R_1 in der Normal- und der Versorform

1.7. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{L1}$ über L_1 in der Normal- und der Versorform

1.8. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_A = \underline{U}_{C_1}$ über C_1 in der Normal- und der Versorform

1.9. Bestimmen Sie die Spannungsdämpfung $\underline{D} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$ in der Normal- und der Versorform

Aufgaben:

1. Bestimmen Sie die Augangsspannung $\underline{U}_A$ und die Spannungsdämpfung $\underline{D}$ für die Frequenz von **f=2kHz.**

1.1. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_1$ von R_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_1 = R_{1,r} + jR_{1,i} = \breve{R}_1 e^{j\phi_{R_1}} = \breve{R}_1 \angle\phi_{R_1} \qquad \phi_{R_1} = \arctan\left[\frac{R_{1,i}}{R_{1,r}}\right] \qquad \breve{R}_1 = \sqrt{R_{1,r}^2 + R_{1,i}^2}$$

$$R_{1,r} = 500\Omega \qquad R_{1,i} = 0k\Omega$$

$$\phi_{R_1} = \arctan\left[\frac{0k\Omega}{500\Omega}\right] = 0° \qquad \breve{R}_1 = \sqrt{(500\Omega)^2 + (0k\Omega)^2} = 500\Omega$$

$$\underline{R}_1 = 500\Omega + j0k\Omega = 500\Omega\ \angle 0°$$

1.2. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{C1}$ von C_1 in der Normal- und der Versorform
Nutzen Sie dabei den Leitwert $\underline{G}_{C1}$

$$\underline{G}_{C1} = G_{C1,r} + jG_{C1,i} = \breve{G}_{C1} e^{j\phi_{G_{C1}}} = \breve{G}_{C1} \angle \phi_{G_{C1}}$$

$$C = 397{,}9nF \qquad R_{PC1} = 10M\Omega \qquad f = 2kHz$$

$$G_{C1,r} = \frac{1}{R_{PC1}} \quad \Rightarrow \quad G_{C1,r} = \frac{1}{10M\Omega} = 100 \cdot 10^{-9} S = 100nS$$

$$R_{C,i} = -\frac{1}{\omega \cdot C} \quad mit \quad \omega = 2\pi \cdot f$$

$$R_{C,i} = -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 2kHz \cdot 397{,}9nF} = -\frac{1}{5000 \cdot 10^{-6} \frac{A}{V}} = -\frac{1V}{5 \cdot 10^{-3} A} = -0{,}2 \cdot 10^{3} \Omega = -200\Omega$$

$$G_{C1,i} = -\frac{1}{R_{C,i}} \quad \Rightarrow \quad G_{C1,i} = -\frac{1}{-200\Omega} = 5mS$$

$$\underline{G}_{C1} = 100nS + j \cdot 5mS$$

$$\Rightarrow \quad \breve{G}_{C1} = \sqrt{G_{1,r}^2 + G_{1,i}^2} \quad \Rightarrow \quad \breve{G}_{C1} = \sqrt{(100nS)^2 + (5mS)^2} = \sqrt{(0{,}0001mS)^2 + (5mS)^2}$$

$$= \sqrt{(0{,}0001 \cdot 10^{-3} S)^2 + (5 \cdot 10^{-3} S)^2} = \sqrt{0{,}0000001 \cdot 10^{-6} S^2 + 25 \cdot 10^{-6} S^2}$$

$$= \sqrt{25{,}0000001 \cdot 10^{-6} S^2} = 5{,}00000001 \cdot 10^{-3} S \approx 5mS$$

$$\Rightarrow \quad \phi_{G_{C1}} = \arctan\left[\frac{G_{C1,i}}{G_{C1,r}}\right] \quad \Rightarrow \quad \phi_{G_{C1}} = \arctan\left[\frac{5mS}{100nS}\right] = \arctan\left[\frac{5 \cdot 10^{-3} S}{100 \cdot 10^{-9} S}\right]$$

$$\arctan\left[\frac{5 \cdot 10^{-3} S}{10^{-7} S}\right] = \arctan\left[5 \cdot 10^{4}\right] = 89{,}99885 \approx 90°$$

$$\underline{G}_{C1} = 100nS + j \cdot 5mS = 5mS \angle 90°$$

$$\underline{R}_{C1} = \frac{1}{\underline{G}_{C1}} \quad \Rightarrow \quad \underline{R}_{C1} = \frac{1}{5mS \angle 90°} = \frac{1}{5mS} \angle -90° = 200\Omega \angle -90°$$

$$\underline{R}_{C1} = R_{C1,r} + jR_{C1,i} = \breve{R}_{C1} e^{j\phi_{R_{C1}}} = \breve{R}_{C1} \angle \phi_{R_{C1}}$$

$$R_{C1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{R}_{C1}\} = \breve{R}_{C1} \cos[\phi_{R_{C1}}] \quad \Rightarrow \quad R_{C1,r} = 200\Omega \cdot \cos[-90°] = 200\Omega \cdot (0) = 0\Omega$$

$$R_{C1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{R}_{C1}\} = \breve{R}_{C1} \sin[\phi_{R_{C1}}] \quad \Rightarrow \quad R_{C1,i} = 200\Omega \cdot \sin[-90°] = 200\Omega \cdot (-1) = -200\Omega$$

$$\underline{R}_{C1} = 200\Omega \angle -90° = 0\Omega - j \cdot 200\Omega$$

1.3. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{L1}$ von L_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_{L1} = R_{L1,r} + jR_{L1,i} = \breve{R}_{L1}e^{j\phi_{R_{L1}}} = \breve{R}_{L1}\angle\phi_{R_{L1}}$$

$$L_1 = 3{,}183mH \qquad R_{L1} = 10\Omega \qquad f = 2kHz$$

$$R_{L1,r} = R_{L1} \quad \Rightarrow \quad R_{L1,r} = 10\Omega$$

$$R_{L1,i} = \omega \cdot L = 2\cdot\pi\cdot f\cdot L \quad \Rightarrow \quad R_{L1,i} = 2\cdot\pi\cdot 2kHz\cdot 3{,}183mH = 2\cdot\pi\cdot 2\cdot 10^3\frac{1}{s}\cdot 3{,}183\cdot 10^{-3}\frac{Vs}{A}$$
$$= 39{,}9987\Omega \approx 40\Omega$$

$$\underline{R}_{L1} = 10\Omega + j\cdot 40\Omega$$

$$\breve{R}_{L1} = \sqrt{R_{L1,r}^2 + R_{L1,i}^2} \quad \Rightarrow \quad \breve{R}_{L1} = \sqrt{(10\Omega)^2 + (40\Omega)^2} = \sqrt{100\Omega^2 + 1600\Omega^2}$$
$$= \sqrt{1700\Omega^2} = 41{,}23\Omega$$

$$\phi_{R_{L1}} = \arctan\left[\frac{R_{L1,i}}{R_{L1,r}}\right] \quad \Rightarrow \quad \phi_{R_{L1}} = \arctan\left[\frac{40\Omega}{10\Omega}\right] = 75{,}96°$$

$$\underline{R}_{L1} = 10\Omega + j\cdot 40\Omega = 41{,}23\Omega\angle 75{,}96°$$

1.4. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{ges} = \underline{R}_1 + \underline{R}_{C1} + \underline{R}_{L1}$ in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_{ges} = \underline{R}_1 + \underline{R}_{C1} + \underline{R}_{L1}$$

$$\underline{R}_1 = 500\Omega + j0k\Omega = 500\Omega\angle 0°$$
$$\underline{R}_{C1} = 200\Omega\angle -90° = 0\Omega - j\cdot 200\Omega \qquad \underline{R}_{L1} = 10\Omega + j\cdot 40\Omega = 41{,}23\Omega\angle 75{,}96°$$

$$\underline{R}_{ges} = 500\Omega + j0k\Omega \quad + \quad 0\Omega - j\cdot 200\Omega \quad + \quad 10\Omega + j\cdot 40\Omega = 510\Omega - j160\Omega$$

$$\breve{R}_{ges} = \sqrt{R_{ges,r}^2 + R_{ges,i}^2} \quad \Rightarrow \quad \breve{R}_{ges} = \sqrt{(510\Omega)^2 + (-160\Omega)^2} = \sqrt{260100\Omega^2 + 25600\Omega^2}$$
$$= \sqrt{285700\Omega^2} = 534{,}5091\Omega \approx 534{,}5\Omega$$

$$\phi_{R_{ges}} = \arctan\left[\frac{R_{ges,i}}{R_{ges,r}}\right] \quad \Rightarrow \quad \phi_{R_{ges}} = \arctan\left[\frac{-160\Omega}{510\Omega}\right] = \arctan(-0{,}3137) = -17{,}42°$$

$$\underline{R}_{ges} = 510\Omega - j160\Omega = 534{,}5\Omega\angle -17{,}42°$$

1.5. Bestimmen Sie die komplexen Ströme $\underline{I}_1 = \underline{I}_{R_1} = \underline{I}_{C_1} = \underline{I}_{L_1}$ durch R_1, C_1 und L_1, in der Normal- und der Versorform

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{R_1} = \underline{I}_{C_1} = \underline{I}_{L_1} = \frac{\underline{U}_E}{\underline{R}_{ges}} \qquad \underline{I}_1 = I_{1,r} + j \cdot I_{1,i} = \breve{I}_1 e^{j\phi_{I_1}} = \breve{I}_1 \angle\phi_{I_1}$$

$$\underline{U}_E = 5{,}0V\angle 0° = 5V + j \cdot 0V \qquad \underline{R}_{ges} = 510\Omega - j160\Omega = 534{,}5\Omega\angle -17{,}42°$$

$$\underline{I}_1 = \frac{5{,}0V\angle 0°}{534{,}5\Omega\angle -17{,}42°} = 9{,}355mA\angle 17{,}42°$$

$$I_{1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{I}_1\} = \breve{I}_1 \cos[\phi_{I_1}] \quad \Rightarrow \quad I_{1,r} = 9{,}355mA \cdot \cos[17{,}42°] = 9{,}355mA \cdot (0{,}9541) = 8.926mA$$
$$I_{1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{I}_1\} = \breve{I}_1 \sin[\phi_{I_1}] \quad \Rightarrow \quad I_{1,i} = 9{,}355mA \cdot \sin[17{,}42°] = 9{,}355mA \cdot (0{,}2994) = 2{,}801mA$$

$$\underline{I}_1 = 9{,}355mA\angle 17{,}42° = 8.926mA + j2{,}801mA$$

1.6. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{R1}$ über R_1 in der Normal- und der Versorform
1.7. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{L1}$ über L_1 in der Normal- und der Versorform
1.8. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_A = \underline{U}_{C_1}$ über C_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{U}_{R1} = \underline{I}_1 \cdot \underline{R}_1$$

$$\underline{I}_1 = 9{,}355mA\angle 17{,}42° = 8.926mA + j2{,}801mA \qquad \underline{R}_1 = 500\Omega + j0k\Omega = 500\Omega\ \angle 0°$$

$$\underline{U}_{R1} = 9{,}355mA\angle 17{,}42° \cdot 500\Omega = 4{,}678V\angle 17{,}42°$$

$$U_{R1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\cos[\phi_{R_1}] \quad \Rightarrow \quad U_{R1,r} = 4{,}678V \cdot \cos[17{,}42°] = 4{,}678V \cdot (0{,}9541) = 4{,}463V$$
$$U_{R1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\sin[\phi_{R_1}] \quad \Rightarrow \quad U_{R1,r} = 4{,}678V \cdot \sin[17{,}42°] = 4{,}678V \cdot (0{,}2994) = 1{,}401V$$

$$\underline{U}_{R1} = 4{,}678V\angle 17{,}42° = 4{,}463V + j \cdot 1{,}401V$$

$$\underline{U}_{L1} = \underline{I}_1 \cdot \underline{R}_{L1}$$

$$\underline{I}_1 = 9{,}355mA\angle 17{,}42° = 8.926mA + j2{,}801mA \qquad \underline{R}_{L1} = 10\Omega + j \cdot 40\Omega = 41{,}23\Omega\angle 75{,}96°$$

$$\underline{U}_{L1} = 9{,}355mA\angle 17{,}42° \cdot 41{,}23\Omega\angle 75{,}96° = 385{,}7mV\angle 93{,}38°$$

$$U_{R1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\cos[\phi_{R_{L1}}] \quad \Rightarrow \quad U_{R1,r} = 385{,}7mV \cdot \cos[93{,}38°] = 385{,}7mV \cdot (-0{,}0590) = -22{,}76mV$$
$$U_{R1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\sin[\phi_{R_{L1}}] \quad \Rightarrow \quad U_{R1,r} = 385{,}7mV \cdot \sin[93{,}38°] = 385{,}7mV \cdot (0{,}9983) = 385{,}0mV$$

$$\underline{U}_{L1} = 385{,}7mV\angle 93{,}38° = -22{,}76mV + j \cdot 385{,}0mV$$

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{C1} = \underline{I}_1 \cdot \underline{R}_{C1}$$

$$\underline{I}_1 = 9{,}355mA\angle 17{,}42° = 8.926mA + j2{,}801mA \qquad \underline{R}_{C1} = 200\Omega\ \angle -90° = 0\Omega - j \cdot 200\Omega$$

$$\underline{U}_{C1} = 9{,}355mA\angle 17{,}42° \cdot 200\Omega\ \angle -90° = 1{,}871V\angle -72{,}58°$$

$$U_{C1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{U}_{C1}\} = \breve{U}_{C1}\cos[\phi_{R_{C1}}] \quad \Rightarrow \quad U_{C1,r} = 1{,}871V \cdot \cos[-72{,}58°] = 1{,}871V \cdot (0{,}2994) = 560{,}2mV$$
$$U_{C1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{U}_{C1}\} = \breve{U}_{C1}\sin[\phi_{R_{C1}}] \quad \Rightarrow \quad U_{C1,r} = 1{,}871V \cdot \sin[-72{,}58°] = 1{,}871V \cdot (-0{,}9541) = -1{,}785V$$

$$\underline{U}_{C1} = 1{,}871V\angle -72{,}58° = 560{,}2mV - j \cdot 1{,}785V$$

1.9. Bestimmen Sie die Spannungsdämpfung $\underline{D} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$ in der Normal- und der Versorform

$$\underline{D} = \breve{D}\angle\phi_D = D_r + j \cdot D_i = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$$

$$\underline{U}_E = 5{,}0V\angle 0° = 5{,}0V + j \cdot 0V \qquad \underline{U}_A = 1{,}871V\angle -72{,}58° = 560{,}2mV - j \cdot 1{,}785V$$

$$\underline{D} = \frac{1{,}871V\angle -72{,}58°}{5{,}0V\angle 0°} = 0{,}3742\angle -72{,}58°$$

$$D_r = \mathrm{Re}\{\underline{D}\} = \breve{D}\cos[\phi_D] \quad \Rightarrow \quad D_r = 0{,}3742 \cdot \cos[-72{,}58°] = 0{,}3742 \cdot (0{,}2994) = 0{,}1120$$
$$D_i = \mathrm{Im}\{\underline{D}\} = \breve{D}\sin[\phi_D] \quad \Rightarrow \quad D_i = 0{,}3742 \cdot \sin[-72{,}58°] = 0{,}3742 \cdot (-0{,}9541) = -0{,}2857$$

$$\underline{D} = 0{,}3742\angle -72{,}58° = 0{,}1120 - j \cdot 0{,}2857$$

$\mathrm{Pr}\, obe:$

$$\underline{U}_E = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{C1}$$

$$\underline{U}_E = 5{,}0V\angle 0° = 5V + j \cdot 0V$$

$$\underline{U}_{R1} = 4{,}678V\angle 17{,}42° = 4{,}463V + j \cdot 1{,}401V$$
$$\underline{U}_{L1} = 385{,}7mV\angle 93{,}38° = -22{,}76mV + j \cdot 385{,}0mV$$
$$\underline{U}_{C1} = 1{,}871V\angle -72{,}58° = 560{,}2mV - j \cdot 1{,}785V$$

$$\underline{U}_E = 4{,}463V + j \cdot 1{,}401V \quad -22{,}76mV + j \cdot 385{,}0mV \quad 560{,}2mV - j \cdot 1{,}785V$$
$$= 5{,}0232V - 0{,}02276V \quad + \quad j \cdot (1{,}786 - 1{,}785V)$$
$$= 5{,}00044V + j \cdot 0{,}001V \quad \approx \quad 5V + j \cdot 0V = \underline{U}_E$$

$\mathrm{Re}\, sonanzfrequenz:$

$$C_1 = 397{,}9nF$$
$$L_1 = 3{,}183mH$$

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{L_1 \cdot C_1}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{397{,}9nF \cdot 3{,}183mH}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{1{,}267 \cdot 10^{-9}}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 35{,}59 \cdot 10^{-6}}$$
$$= \frac{1}{223{,}6 \cdot 10^{-6}} = 4{,}472kHz$$

Lösung:

5. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Spannungen und Ströme am RC-Hochpass

1. Bestimmen Sie die folgenden Werte für die Frequenz von f=100 Hz.

1.1. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_1$ von R_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_1 = R_{1,r} + jR_{1,i} = \breve{R}_1 e^{j\phi_{R_1}} = \breve{R}_1 \angle\phi_{R_1} \qquad \phi_{R_1} = \arctan\left[\frac{R_{1,i}}{R_{1,r}}\right] \qquad \breve{R}_1 = \sqrt{R_{1,r}^2 + R_{1,i}^2}$$

$$R_{1,r} = 1{,}5k\Omega \qquad R_{1,i} = 0k\Omega$$

$$\phi_{R_1} = \arctan\left[\frac{0k\Omega}{1{,}5k\Omega}\right] = 0° \qquad \breve{R}_1 = \sqrt{(1{,}5k\Omega)^2 + (0k\Omega)^2} = 1{,}5k\Omega$$

$$\underline{R}_1 = 1{,}5k\Omega + j0k\Omega = 1{,}5k\Omega\ \angle 0°$$

1.2. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{C1}$ von C_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_{C1} = R_{C1,r} + jR_{C1,i} = \breve{R}_{C1} e^{j\phi_{R_{C1}}} = \breve{R}_{C1}\angle\phi_{R_{C1}} \qquad R_{C1,i} = -\frac{1}{\omega \cdot C} \quad mit \quad \omega = 2\pi \cdot f$$

$$C = 100nF \qquad f = 100Hz$$

$$R_{C1,r} = 0\Omega$$

$$R_{C1,i} = -\frac{1}{2\cdot\pi\cdot 100Hz \cdot 100nF} = -\frac{1}{62{,}83\cdot 10^{-6}\,\frac{A}{V}} = -0{,}0159159\cdot 10^6\,\Omega = -15{,}92k\Omega$$

$$\underline{R}_{C1} = 0\Omega - j\cdot 15{,}92k\Omega$$

$$\breve{R}_{C1} = \sqrt{R_{1,r}^2 + R_{1,i}^2} \quad \Rightarrow \quad \breve{R}_{C1} = \sqrt{(-15{,}92k\Omega)^2 + (0\Omega)^2} = 15{,}92k\Omega$$

$$\phi_{R_{C1}} = \arctan\left[\frac{R_{C1,i}}{R_{C1,r}}\right] \quad \Rightarrow \quad \phi_{G_{C1}} = \arctan\left[\frac{-15{,}92k\Omega}{0\Omega}\right] = -90°$$

$$\underline{R}_{C1} = 0\Omega - j\cdot 15{,}92k\Omega = 15{,}92k\Omega\angle -90°$$

1.3. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{ges} = \underline{R}_{C1} + \underline{R}_1$ in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_{ges} = \underline{R}_1 + \underline{R}_{C1}$$

$$\underline{R}_1 = 1{,}5k\Omega + j0k\Omega = 1{,}5k\Omega\ \angle 0°$$
$$\underline{R}_{C1} = 0\Omega - j\cdot 15{,}92k\Omega = 15{,}92k\Omega\angle -90°$$

$$\underline{R}_{ges} = 1{,}5k\Omega + j0k\Omega \quad + \quad 0\Omega - j\cdot 15{,}92k\Omega = 1{,}5k\Omega - j\cdot 15{,}92k\Omega$$

$$\breve{R}_{ges} = \sqrt{R_{ges,r}^2 + R_{ges,i}^2} \quad \Rightarrow \quad \breve{R}_{ges} = \sqrt{(1{,}5k\Omega)^2 + (-15{,}92k\Omega)^2} = \sqrt{2{,}25(k\Omega)^2 + 253{,}4(k\Omega)^2}$$
$$= \sqrt{255{,}7(k\Omega)^2} = 15{,}99k\Omega$$

$$\phi_{R_{ges}} = \arctan\left[\frac{R_{ges,i}}{R_{ges,r}}\right] \quad \Rightarrow \quad \phi_{R_{ges}} = \arctan\left[\frac{-15{,}92k\Omega}{1{,}5k\Omega}\right] = \arctan(-10{,}61) = -84{,}62°$$

$$\underline{R}_{ges} = 1{,}5k\Omega - j\cdot 15{,}92k\Omega = 15{,}99k\Omega\angle -84{,}62°$$

1.4. Bestimmen Sie den komplexen Strom $\underline{I}_1$ in der Normal- und der Versorform

1.5. Bestimmen Sie den komplexen Strom $\underline{I}_{R_1}$ durch R_1 in der Normal- und der Versorform

1.6. Bestimmen Sie den komplexen Strom $\underline{I}_{C_1}$ durch C_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{R_1} = \underline{I}_{C_1} = \frac{\underline{U}_E}{\underline{R}_{ges}} \qquad \underline{I}_1 = I_{1,r} + j\cdot I_{1,i} = \breve{I}_1 e^{j\phi_{I_1}} = \breve{I}_1\ \angle\phi_{I_1}$$

$$\underline{U}_E = 2V\angle 0° = 2V + j\cdot 0V \qquad \underline{R}_{ges} = 1{,}5k\Omega - j\cdot 15{,}92k\Omega = 15{,}99k\Omega\angle -84{,}62°$$

$$\underline{I}_1 = \frac{2{,}0V\angle 0°}{15{,}99k\Omega\angle -84{,}62°} = 125{,}1\mu A\angle 84{,}62°$$

$$I_{1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{I}_1\} = \breve{I}_1\cos[\phi_{I_1}] \quad \Rightarrow \quad I_{1,r} = 125{,}1\mu A\cdot\cos[84{,}62°] = 125{,}1\mu A\cdot(0{,}09376) = 11{,}73\mu A$$
$$I_{1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{I}_1\} = \breve{I}_1\sin[\phi_{I_1}] \quad \Rightarrow \quad I_{1,i} = 125{,}1\mu A\cdot\sin[84{,}62°] = 125{,}1\mu A\cdot(0{,}9956) = 124{,}5\mu A$$

$$\underline{I}_1 = 125{,}1\mu A\angle 84{,}62° = 11{,}73\mu A + j\cdot 124{,}5\mu A \qquad = \underline{I}_{R_1} = \underline{I}_{C_1}$$

1.7. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{C_1}$ über C_1 in der Normal- und der Versorform

1.8. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_A = \underline{U}_{R_1}$ über R_1 in der Normal- und der Versorform

$\underline{U}_{C1} = \underline{I}_1 \cdot \underline{R}_{C1}$

$\underline{I}_1 = 125{,}1\mu A\angle 84{,}62° = 11{,}73\mu A + j \cdot 124{,}5\mu A \qquad \underline{R}_{C1} = 0\Omega - j \cdot 15{,}92k\Omega = 15{,}92k\Omega\angle -90°$

$\underline{U}_{C1} = 125{,}1\mu A\angle 84{,}62° \cdot 15{,}92k\Omega\angle -90° = 1{,}992V\angle -5{,}38°$

$U_{C1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{U}_{C1}\} = \breve{U}_{C1}\cos[\phi_{R_{C1}}] \quad \Rightarrow \quad U_{C1,r} = 1{,}992V \cdot \cos[-5{,}38°] = 1{,}992V \cdot (0{,}9956) = 1{,}983V$

$U_{C1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{U}_{C1}\} = \breve{U}_{C1}\sin[\phi_{R_{C1}}] \quad \Rightarrow \quad U_{C1,r} = 1{,}992V \cdot \sin[-5{,}38°] = 1{,}992V \cdot (-0{,}09376) = -186{,}8mV$

$\underline{U}_{C1} = 1{,}992V\angle -5{,}38° = 1{,}983V - j \cdot 186{,}8mV$

$\underline{U}_{R1} = \underline{I}_1 \cdot \underline{R}_1$

$\underline{I}_1 = 125{,}1\mu A\angle 84{,}62° = 11{,}73\mu A + j \cdot 124{,}5\mu A \qquad \underline{R}_1 = 1{,}5k\Omega + j0k\Omega = 1{,}5k\Omega\ \angle 0°$

$\underline{U}_A = \underline{U}_{R1} = 125{,}1\mu A\angle 84{,}62° \cdot 1{,}5k\Omega\ \angle 0° = 187{,}7mV\angle 84{,}62°$

$U_{R1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\cos[\phi_{R_1}] \quad \Rightarrow \quad U_{R1,r} = 187{,}7mV \cdot \cos[84{,}62°] = 187{,}7mV \cdot (0{,}09376) = 17{,}6mV$

$U_{R1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\sin[\phi_{R_1}] \quad \Rightarrow \quad U_{R1,r} = 187{,}7mV \cdot \sin[84{,}62°] = 187{,}7mV \cdot (0{,}9956) = 186{,}9mV$

$\underline{U}_{R1} = 187{,}7mV\angle 84{,}62° = 17{,}6mV + j186{,}9mV$

1.9. Überprüfen Sie den Maschensatz durch die Berechnung von $\underline{U}_E = \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_{C_1}$ in der Normalform

$\mathrm{Pr}obe:$

$\underline{U}_E = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{C1}$

$\underline{U}_E = 2V\angle 0° = 2V + j \cdot 0V$

$\underline{U}_{R1} = 187{,}7mV\angle 84{,}62° = 17{,}6mV + j186{,}9mV$

$\underline{U}_{C1} = 1{,}992V\angle -5{,}38° = 1{,}983V - j \cdot 186{,}8mV$

$\underline{U}_E = 17{,}6mV + j186{,}9mV \qquad +1{,}983V - j \cdot 186{,}8mV$

$= 0{,}0176V + j0{,}1869V \qquad +1{,}983V - j \cdot 0{,}1868V$

$= 2{,}0006 + j0{,}0001V \quad \approx 2V + j \cdot 0V = \underline{U}_E$

$$\underline{D} = \breve{D}\angle\phi_D = D_r + j\cdot D_i = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$$

für die Frequenz $100Hz$

$$\underline{U}_{E,100Hz} = 2V\angle 0° = 2V + j\cdot 0V \qquad \underline{U}_{A,100Hz} = \underline{U}_{R1,100Hz} = 187{,}7mV\angle 84{,}62° = 17{,}6mV + j186{,}9mV$$

$$\underline{D}_{100Hz} = \frac{187{,}7mV\angle 84{,}62°}{2V\angle 0°} = 0{,}09385\angle 84{,}62°$$

$$D_{r,100Hz} = \mathrm{Re}\{\underline{D}\} = \breve{D}\cos[\phi_D] \quad \Rightarrow \quad D_r = 0{,}09385\cdot\cos[84{,}62°] = 0{,}09385\cdot(0{,}09376) = 8{,}799\cdot 10^{-3}$$

$$D_{i,100Hz} = \mathrm{Im}\{\underline{D}\} = \breve{D}\sin[\phi_D] \quad \Rightarrow \quad D_i = 0{,}09385\cdot\sin[84{,}62°] = 0{,}09385\cdot(0{,}9956) = 93{,}44\cdot 10^{-3}$$

$$\underline{D}_{100Hz} = 0{,}09385\angle 84{,}62° = 8{,}799\cdot 10^{-3} + j\cdot 93{,}44\cdot 10^{-3}$$

2. Bestimmen Sie die folgenden Werte für die Frequenz von f=1kHz.

2.1. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_1$ von R_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_1 = R_{1,r} + jR_{1,i} = \breve{R}_1 e^{j\phi_{R_1}} = \breve{R}_1 \angle \phi_{R_1} \qquad \phi_{R_1} = \arctan\left[\frac{R_{1,i}}{R_{1,r}}\right] \qquad \breve{R}_1 = \sqrt{R_{1,r}^2 + R_{1,i}^2}$$

$$R_{1,r} = 1{,}5k\Omega \qquad R_{1,i} = 0k\Omega$$

$$\phi_{R_1} = \arctan\left[\frac{0k\Omega}{1{,}5k\Omega}\right] = 0° \qquad \breve{R}_1 = \sqrt{(1{,}5k\Omega)^2 + (0k\Omega)^2} = 1{,}5k\Omega$$

$$\underline{R}_1 = 1{,}5k\Omega + j0k\Omega = 1{,}5k\Omega \angle 0°$$

2.2. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{C1}$ von C_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_{C1} = R_{C1,r} + jR_{C1,i} = \breve{R}_{C1} e^{j\phi_{R_{C1}}} = \breve{R}_{C1} \angle \phi_{R_{C1}} \qquad R_{C1,i} = -\frac{1}{\omega \cdot C} \quad mit \quad \omega = 2\pi \cdot f$$

$$C = 100nF \qquad f = 1KHz$$

$$R_{C1,r} = 0\Omega$$

$$R_{C1,i} = -\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1kHz \cdot 100nF} = -\frac{1}{628{,}3 \cdot 10^{-6}\,\frac{A}{V}} = -0{,}00159159 \cdot 10^6\,\Omega = -1{,}592k\Omega$$

$$\underline{R}_{C1} = 0\Omega - j \cdot 1{,}592k\Omega$$

$$\breve{R}_{C1} = \sqrt{R_{1,r}^2 + R_{1,i}^2} \quad \Rightarrow \quad \breve{R}_{C1} = \sqrt{(-1{,}592k\Omega)^2 + (0\Omega)^2} = 1{,}592k\Omega$$

$$\phi_{R_{C1}} = \arctan\left[\frac{R_{C1,i}}{R_{C1,r}}\right] \quad \Rightarrow \quad \phi_{G_{C1}} = \arctan\left[\frac{-1{,}592k\Omega}{0\Omega}\right] = -90°$$

$$\underline{R}_{C1} = 0\Omega - j \cdot 1{,}592k\Omega = 1{,}592k\Omega \angle -90°$$

2.3. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{ges} = \underline{R}_{C1} + \underline{R}_1$ in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_{ges} = \underline{R}_1 + \underline{R}_{C1}$$

$$\underline{R}_1 = 1{,}5k\Omega + j0k\Omega = 1{,}5k\Omega\ \angle 0°$$
$$\underline{R}_{C1} = 0\Omega - j\cdot 1{,}592k\Omega = 1{,}592k\Omega\angle -90°$$

$$\underline{R}_{ges} = 1{,}5k\Omega + j0k\Omega \quad + \quad 0\Omega - j\cdot 1{,}592k\Omega = 1{,}5k\Omega - j\cdot 1{,}592k\Omega$$

$$\breve{R}_{ges} = \sqrt{R^2_{ges,r} + R^2_{ges,i}} \quad \Rightarrow \quad \breve{R}_{ges} = \sqrt{(1{,}5k\Omega)^2 + (-1{,}592k\Omega)^2} = \sqrt{2{,}25(k\Omega)^2 + 2{,}534(k\Omega)^2}$$
$$= \sqrt{4{,}784(k\Omega)^2} = 2{,}187k\Omega$$

$$\phi_{R_{ges}} = \arctan\left[\frac{R_{ges,i}}{R_{ges,r}}\right] \quad \Rightarrow \quad \phi_{R_{ges}} = \arctan\left[\frac{-1{,}592k\Omega}{1{,}5k\Omega}\right] = \arctan(-1{,}061) = -46{,}7°$$

$$\underline{R}_{ges} = 1{,}5k\Omega - j\cdot 1{,}592k\Omega = 2{,}187k\Omega\angle -46{,}7°$$

2.4. Bestimmen Sie den komplexen Strom $\underline{I}_1$ in der Normal- und der Versorform

2.5. Bestimmen Sie den komplexen Strom $\underline{I}_{R_1}$ durch R_1 in der Normal- und der Versorform

2.6. Bestimmen Sie den komplexen Strom $\underline{I}_{C_1}$ durch C_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{R_1} = \underline{I}_{C_1} = \frac{\underline{U}_E}{\underline{R}_{ges}} \qquad \underline{I}_1 = I_{1,r} + j\cdot I_{1,i} = \breve{I}_1 e^{j\phi_{I_1}} = \breve{I}_1\ \angle\phi_{I_1}$$

$$\underline{U}_E = 2V\angle 0° = 2V + j\cdot 0V \qquad \underline{R}_{ges} = 1{,}5k\Omega - j\cdot 1{,}592k\Omega = 2{,}187k\Omega k\Omega\angle -46{,}7°$$

$$\underline{I}_1 = \frac{2{,}0V\angle 0°}{2{,}187k\Omega\angle -46{,}7°} = 914{,}5\mu A\angle 46{,}7°$$

$$I_{1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{I}_1\} = \breve{I}_1\cos[\phi_{I_1}] \quad \Rightarrow \quad I_{1,r} = 914{,}5\mu A\cdot\cos[46{,}7°] = 125{,}1\mu A\cdot(0{,}6858) = 627{,}2\mu A$$
$$I_{1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{I}_1\} = \breve{I}_1\sin[\phi_{I_1}] \quad \Rightarrow \quad I_{1,i} = 914{,}5\mu A\cdot\sin[46{,}7°] = 125{,}1\mu A\cdot(0{,}7278) = 665{,}6\mu A$$

$$\underline{I}_1 = 914{,}5\mu A\angle 46{,}7° = 627{,}2\mu A + j\cdot 665{,}6\mu A \qquad = \underline{I}_{R_1} = \underline{I}_{C_1}$$

2.7. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{C_1}$ über C_1 in der Normal- und der Versorform

2.8. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_A = \underline{U}_{R_1}$ über R_1 in der Normal- und der Versorform

$\underline{U}_{C1} = \underline{I}_1 \cdot \underline{R}_{C1}$

$$\underline{I}_1 = 914{,}5\mu A\angle 46{,}7° = 627{,}2\mu A + j\cdot 665{,}6\mu A \qquad \underline{R}_{C1} = 0\Omega - j\cdot 1{,}592\,k\Omega = 1{,}592\,k\Omega\angle -90°$$

$$\underline{U}_{C1} = 914{,}5\mu A\angle 46{,}7 \cdot 1{,}592\,k\Omega\angle -90° = 1{,}456V\angle -43{,}3°$$

$$U_{C1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{U}_{C1}\} = \breve{U}_{C1}\cos[\phi_{R_{C1}}] \quad\Rightarrow\quad U_{C1,r} = 1{,}456V\cdot\cos[-43{,}3°] = 1{,}456V\cdot(0{,}7278) = 1{,}060V$$
$$U_{C1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{U}_{C1}\} = \breve{U}_{C1}\sin[\phi_{R_{C1}}] \quad\Rightarrow\quad U_{C1,r} = 1{,}456V\cdot\sin[-43{,}3°] = 1{,}456V\cdot(-0{,}6858) = -0{,}998$$

$$\underline{U}_{C1} = 1{,}456V\angle -43{,}3° = 1{,}060V - j0{,}9985V$$

$\underline{U}_{R1} = \underline{I}_1 \cdot \underline{R}_1$

$$\underline{I}_1 = 914{,}5\mu A\angle 46{,}7° = 627{,}2\mu A + j\cdot 665{,}6\mu A \qquad \underline{R}_1 = 1{,}5k\Omega + j0k\Omega = 1{,}5k\Omega\ \angle 0°$$

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{R1} = 914{,}5\mu A\angle 46{,}7°\cdot 1{,}5k\Omega\ \angle 0° = 1{,}372V\angle 46{,}7°$$

$$U_{R1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\cos[\phi_{R_1}] \quad\Rightarrow\quad U_{R1,r} = 1{,}372V\cdot\cos[46{,}7°] = 1{,}372V\cdot(0{,}6858) = 0{,}9409V$$
$$U_{R1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\sin[\phi_{R_1}] \quad\Rightarrow\quad U_{R1,r} = 1{,}372V\cdot\sin[46{,}7°] = 1{,}372V\cdot(0{,}7278) = 0{,}9985V$$

$$\underline{U}_{R1} = 1{,}372V\angle 46{,}7° = 0{,}9409V + j0{,}9985V$$

2.9. Überprüfen Sie den Maschensatz durch die Berechnung von $\underline{U}_E = \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_{C_1}$ in der Normalform

$\mathrm{Pr}\,obe:$

$\underline{U}_E = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{C1}$

$\underline{U}_E = 2V\angle 0° = 2V + j\cdot 0V$

$\underline{U}_{R1} = 1{,}372V\angle 46{,}7° = 0{,}9409V + j0{,}9985V$
$\underline{U}_{C1} = 1{,}456V\angle -43{,}3° = 1{,}060V - j0{,}9985V$

$\underline{U}_E = 0{,}9409V + j0{,}9985V \qquad +1{,}060V - j0{,}9985V$
$= 2{,}0009 + j0V \qquad \approx 2V + j\cdot 0V = \underline{U}_E$

$$\underline{D} = \breve{D}\angle\phi_D = D_r + j \cdot D_i = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$$

für die Frequenz $1kHz$

$$\underline{U}_{E,1kHz} = 2V\angle 0° = 2V + j \cdot 0V \qquad \underline{U}_{A,1kHz} = \underline{U}_{R1,1kHz} = 1{,}372V\angle 46{,}7° = 0{,}9409V + j0{,}9985V$$

$$\underline{D}_{1kHz} = \frac{1{,}372V\angle 46{,}7°}{2V\angle 0°} = 0{,}686\angle 46{,}7°$$

$$D_{r,1kHz} = \mathrm{Re}\{\underline{D}\} = \breve{D}\cos[\phi_D] \quad \Rightarrow \quad D_r = 0{,}686 \cdot \cos[46{,}7°] = 0{,}686 \cdot (0{,}6858) = 0{,}4705$$

$$D_{i,1kHz} = \mathrm{Im}\{\underline{D}\} = \breve{D}\sin[\phi_D] \quad \Rightarrow \quad D_i = 0{,}686 \cdot \sin[46{,}7°] = 0{,}686 \cdot (0{,}7278) = 0{,}4993$$

$$\underline{D}_{1kHz} = 0{,}686\angle 46{,}7° = 0{,}4705 + j \cdot 0{,}4993$$

3. Bestimmen Sie die folgenden Werte für die Frequenz von f=10kHz.

3.1. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_1$ von R_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_1 = R_{1,r} + jR_{1,i} = \breve{R}_1 e^{j\phi_{R_1}} = \breve{R}_1 \angle\phi_{R_1} \qquad \phi_{R_1} = \arctan\left[\frac{R_{1,i}}{R_{1,r}}\right] \qquad \breve{R}_1 = \sqrt{R_{1,r}^2 + R_{1,i}^2}$$

$$R_{1,r} = 1{,}5k\Omega \qquad R_{1,i} = 0k\Omega$$

$$\phi_{R_1} = \arctan\left[\frac{0k\Omega}{1{,}5k\Omega}\right] = 0° \qquad \breve{R}_1 = \sqrt{(1{,}5k\Omega)^2 + (0k\Omega)^2} = 1{,}5k\Omega$$

$$\underline{R}_1 = 1{,}5k\Omega + j0k\Omega = 1{,}5k\Omega\ \angle 0°$$

3.2. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{C1}$ von C_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_{C1} = R_{C1,r} + jR_{C1,i} = \breve{R}_{C1} e^{j\phi_{R_{C1}}} = \breve{R}_{C1}\angle\phi_{R_{C1}} \qquad R_{C1,i} = -\frac{1}{\omega\cdot C} \quad mit \quad \omega = 2\pi\cdot f$$

$$C = 100nF \qquad f = 10kHz$$

$$R_{C1,r} = 0\Omega$$

$$R_{C1,i} = -\frac{1}{2\cdot\pi\cdot 10kHz\cdot 100nF} = -\frac{1}{6283\cdot 10^{-6}\frac{A}{V}} = -0{,}000159159\cdot 10^6\,\Omega = -159{,}2\Omega$$

$$\underline{R}_{C1} = 0\Omega - j\cdot 159{,}2\Omega$$

$$\breve{R}_{C1} = \sqrt{R_{1,r}^2 + R_{1,i}^2} \quad\Rightarrow\quad \breve{R}_{C1} = \sqrt{(-159{,}2\Omega)^2 + (0\Omega)^2} = 159{,}2\Omega$$

$$\phi_{R_{C1}} = \arctan\left[\frac{R_{C1,i}}{R_{C1,r}}\right] \quad\Rightarrow\quad \phi_{G_{C1}} = \arctan\left[\frac{-159{,}2\Omega}{0\Omega}\right] = -90°$$

$$\underline{R}_{C1} = 0\Omega - j\cdot 159{,}2\Omega = 159{,}2\Omega\angle -90°$$

3.3. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{ges} = \underline{R}_{C1} + \underline{R}_1$ in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_{ges} = \underline{R}_1 + \underline{R}_{C1}$$

$$\underline{R}_1 = 1{,}5k\Omega + j0k\Omega = 1{,}5k\Omega \angle 0°$$
$$\underline{R}_{C1} = 0\Omega - j \cdot 159{,}2\Omega = 159{,}2\Omega \angle -90°$$

$$\underline{R}_{ges} = 1{,}5k\Omega + j0k\Omega \quad + \quad 0\Omega - j \cdot 159{,}2\Omega = 1{,}5k\Omega - j \cdot 159{,}2\Omega$$

$$\breve{R}_{ges} = \sqrt{R_{ges,r}^2 + R_{ges,i}^2} \quad \Rightarrow \quad \breve{R}_{ges} = \sqrt{(1{,}5k\Omega)^2 + (-0{,}1592k\Omega)^2} = \sqrt{2{,}25(k\Omega)^2 + 0{,}02534(k\Omega)^2}$$
$$= \sqrt{2{,}275(k\Omega)^2} = 1{,}508k\Omega$$

$$\phi_{R_{ges}} = \arctan\left[\frac{R_{ges,i}}{R_{ges,r}}\right] \quad \Rightarrow \quad \phi_{R_{ges}} = \arctan\left[\frac{-159{,}2\Omega}{1{,}5k\Omega}\right] = \arctan(-0{,}1061) = -6{,}056°$$

$$\underline{R}_{ges} = 1{,}5k\Omega - j \cdot 159{,}2\Omega = 1{,}508k\Omega \angle -6{,}056°$$

3.4. Bestimmen Sie den komplexen Strom $\underline{I}_1$ in der Normal- und der Versorform

3.5. Bestimmen Sie den komplexen Strom $\underline{I}_{R_1}$ durch R_1 in der Normal- und der Versorform

3.6. Bestimmen Sie den komplexen Strom $\underline{I}_{C_1}$ durch C_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{R_1} = \underline{I}_{C_1} = \frac{\underline{U}_E}{\underline{R}_{ges}} \qquad \underline{I}_1 = I_{1,r} + j \cdot I_{1,i} = \breve{I}_1 e^{j\phi_{I_1}} = \breve{I}_1 \angle \phi_{I_1}$$

$$\underline{U}_E = 2V \angle 0° = 2V + j \cdot 0V \qquad \underline{R}_{ges} = 1{,}5k\Omega - j \cdot 159{,}2\Omega = 1{,}508k\Omega \angle -6{,}056°$$

$$\underline{I}_1 = \frac{2{,}0V \angle 0°}{1{,}508k\Omega \angle -6{,}056°} = 1{,}326mA \angle 6{,}056°$$

$$I_{1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{I}_1\} = \breve{I}_1 \cos[\phi_{I_1}] \quad \Rightarrow \quad I_{1,r} = 1{,}326mA \cdot \cos[6{,}056°] = 1{,}326mA \cdot (0{,}9944) = 1{,}319mA$$
$$I_{1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{I}_1\} = \breve{I}_1 \sin[\phi_{I_1}] \quad \Rightarrow \quad I_{1,i} = 1{,}326mA \cdot \sin[6{,}056°] = 1{,}326mA \cdot (0{,}1055) = 139{,}9\mu A$$

$$\underline{I}_1 = 1{,}326mA \angle 6{,}056° = 1{,}319mA + j \cdot 139{,}9\mu A \qquad = \underline{I}_{R_1} = \underline{I}_{C_1}$$

3.7. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{C_1}$ über C_1 in der Normal- und der Versorform

3.8. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_A = \underline{U}_{R_1}$ über R_1 in der Normal- und der Versorform

$\underline{U}_{C1} = \underline{I}_1 \cdot \underline{R}_{C1}$

$\underline{I}_1 = 1{,}326mA\angle 6{,}056° = 1{,}319mA + j \cdot 139{,}9\mu A \qquad \underline{R}_{C1} = 0\Omega - j \cdot 159{,}2\Omega = 159{,}2\Omega\angle -90°$

$\underline{U}_{C1} = 1{,}326mA\angle 6{,}056° \cdot 159{,}2\Omega\angle -90° = 211{,}1mV\angle -83{,}94°$

$U_{C1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{U}_{C1}\} = \breve{U}_{C1}\cos[\phi_{R_{C1}}] \Rightarrow U_{C1,r} = 211{,}1mV \cdot \cos[-83{,}94°] = 211{,}1mV \cdot (0{,}1055) = 22{,}27mV$

$U_{C1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{U}_{C1}\} = \breve{U}_{C1}\sin[\phi_{R_{C1}}] \Rightarrow U_{C1,r} = 211{,}1mV \cdot \sin[-83{,}94°] = 211{,}1mV \cdot (-0{,}9944) = -209{,}9ml$

$\underline{U}_{C1} = 211{,}1mV\angle -83{,}94° = 22{,}27mV - j \cdot 209{,}9mV$

$\underline{U}_{R1} = \underline{I}_1 \cdot \underline{R}_1$

$\underline{I}_1 = 1{,}326mA\angle 6{,}056° = 1{,}319mA + j \cdot 139{,}9\mu A \qquad \underline{R}_1 = 1{,}5k\Omega + j0k\Omega = 1{,}5k\Omega\ \angle 0°$

$\underline{U}_A = \underline{U}_{R1} = 1{,}326mA\angle 6{,}056° \cdot 1{,}5k\Omega\ \angle 0° = 1{,}989V\angle 6{,}056°$

$U_{R1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\cos[\phi_{R_1}] \Rightarrow U_{R1,r} = 1{,}989V \cdot \cos[6{,}056°] = 1{,}989V \cdot (0{,}9944) = 1{,}978V$

$U_{R1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\sin[\phi_{R_1}] \Rightarrow U_{R1,r} = 1{,}989V \cdot \sin[6{,}056°] = 1{,}989V \cdot (0{,}1055) = 0{,}2098V$

$\underline{U}_{R1} = 1{,}989V\angle 6{,}056° = 1{,}978V + j0{,}2098V$

3.9. Überprüfen Sie den Maschensatz durch die Berechnung von $\underline{U}_E = \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_{C_1}$ in der Normalform

$\mathrm{Pr}\,obe:$

$\underline{U}_E = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{C1}$

$\underline{U}_E = 2V\angle 0° = 2V + j \cdot 0V$

$\underline{U}_{R1} = 1{,}989V\angle 6{,}056° = 1{,}978V + j0{,}2098V$

$\underline{U}_{C1} = 211{,}1mV\angle -83{,}94° = 22{,}27mV - j \cdot 209{,}9mV$

$\underline{U}_E = 1{,}978V + j0{,}2098V \qquad + 22{,}27mV - j \cdot 209{,}9mV$

$= 1{,}978V + j0{,}2098V \qquad + 0{,}02227V - j \cdot 0{,}2099V$

$= 2{,}00027 - j0{,}0001V \qquad \approx 2V + j \cdot 0V = \underline{U}_E$

$$\underline{D} = \breve{D}\angle\phi_D = D_r + j \cdot D_i = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$$

für die Frequenz $10kHz$

$$\underline{U}_{E,10kHz} = 2V\angle 0° = 2V + j \cdot 0V \qquad \underline{U}_{A,10kHz} = \underline{U}_{R1,10kHz} = 1{,}989V\angle 6{,}056° = 1{,}978V + j0{,}2098V$$

$$\underline{D}_{10kHz} = \frac{1{,}989V\angle 6{,}056°}{2V\angle 0°} = 0{,}9945\angle 6{,}056°$$

$$D_{r,10kHz} = \mathrm{Re}\{\underline{D}\} = \breve{D}\cos[\phi_D] \quad \Rightarrow \quad D_r = 0{,}9945 \cdot \cos[6{,}056°] = 0{,}9945 \cdot (0{,}9944) = 0{,}9889$$

$$D_{i,10kHz} = \mathrm{Im}\{\underline{D}\} = \breve{D}\sin[\phi_D] \quad \Rightarrow \quad D_i = 0{,}9945 \cdot \sin[6{,}056°] = 0{,}9945 \cdot (0{,}1055) = 0{,}1049$$

$$\underline{D}_{10kHz} = 0{,}9945\angle 6{,}056° = 0{,}9889 + j \cdot 0{,}1049$$

4. Bestimmen Sie die Spannungsdämpfung $\underline{D}_1 = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$ für f=100 Hz, $\underline{D}_2$ für f=1kHz und $\underline{D}_3$ für f=10kHz in der Normal- und der Versorform

$$\underline{D} = \breve{D}\angle\phi_D = D_r + j\cdot D_i = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$$

für die Frequenz $100\,Hz$

$$\underline{U}_{E,100\,Hz} = 2V\angle 0° = 2V + j\cdot 0V \qquad \underline{U}_{A,100\,Hz} = \underline{U}_{R1,100\,Hz} = 187{,}7mV\angle 84{,}62° = 17{,}6mV + j186{,}9mV$$

$$\underline{D}_{100\,Hz} = \frac{187{,}7mV\angle 84{,}62°}{2V\angle 0°} = 0{,}09385\angle 84{,}62°$$

$$D_{r,100\,Hz} = \mathrm{Re}\{\underline{D}\} = \breve{D}\cos[\phi_D] \quad\Rightarrow\quad D_r = 0{,}09385\cdot\cos[84{,}62°] = 0{,}09385\cdot(0{,}09376) = 8{,}799\cdot 1$$

$$D_{i,100\,Hz} = \mathrm{Im}\{\underline{D}\} = \breve{D}\sin[\phi_D] \quad\Rightarrow\quad D_i = 0{,}09385\cdot\sin[84{,}62°] = 0{,}09385\cdot(0{,}9956) = 93{,}44\cdot 10^{-}$$

$$\underline{D}_{100\,Hz} = 0{,}09385\angle 84{,}62° = 8{,}799\cdot 10^{-3} + j\cdot 93{,}44\cdot 10^{-3}$$

für die Frequenz $1kHz$

$$\underline{U}_{E,1kHz} = 2V\angle 0° = 2V + j\cdot 0V \qquad \underline{U}_{A,1kHz} = \underline{U}_{R1,1kHz} = 1{,}372V\angle 46{,}7° = 0{,}9409V + j0{,}9985V$$

$$\underline{D}_{1kHz} = \frac{1{,}372V\angle 46{,}7°}{2V\angle 0°} = 0{,}686\angle 46{,}7°$$

$$D_{r,1kHz} = \mathrm{Re}\{\underline{D}\} = \breve{D}\cos[\phi_D] \quad\Rightarrow\quad D_r = 0{,}686\cdot\cos[46{,}7°] = 0{,}686\cdot(0{,}6858) = 0{,}4705$$

$$D_{i,1kHz} = \mathrm{Im}\{\underline{D}\} = \breve{D}\sin[\phi_D] \quad\Rightarrow\quad D_i = 0{,}686\cdot\sin[46{,}7°] = 0{,}686\cdot(0{,}7278) = 0{,}4993$$

$$\underline{D}_{1kHz} = 0{,}686\angle 46{,}7° = 0{,}4705 + j\cdot 0{,}4993$$

$$\underline{D} = \breve{D}\angle\phi_D = D_r + j \cdot D_i = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$$

für die Frequenz $10kHz$

$$\underline{U}_{E,10kHz} = 2V\angle 0° = 2V + j \cdot 0V \qquad \underline{U}_{A,10kHz} = \underline{U}_{R1,10kHz} = 1{,}989V\angle 6{,}056° = 1{,}978V + j0{,}2098V$$

$$\underline{D}_{10kHz} = \frac{1{,}989V\angle 6{,}056°}{2V\angle 0°} = 0{,}9945\angle 6{,}056°$$

$$D_{r,10kHz} = \mathrm{Re}\{\underline{D}\} = \breve{D}\cos[\phi_D] \quad \Rightarrow \quad D_r = 0{,}9945 \cdot \cos[6{,}056°] = 0{,}9945 \cdot (0{,}9944) = 0{,}9889$$

$$D_{i,10kHz} = \mathrm{Im}\{\underline{D}\} = \breve{D}\sin[\phi_D] \quad \Rightarrow \quad D_i = 0{,}9945 \cdot \sin[6{,}056°] = 0{,}9945 \cdot (0{,}1055) = 0{,}1049$$

$$\underline{D}_{10kHz} = 0{,}9945\angle 6{,}056° = 0{,}9889 + j \cdot 0{,}1049$$

$$\underline{D} = \breve{D}\angle\phi_D = D_r + j \cdot D_i = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$$

Dämpfung für die Frequenz $100Hz,\ 1kHz,\ 10kHz$

$$\underline{U}_{E,10kHz} = 2V\angle 0° = 2V + j \cdot 0V$$

$$\underline{U}_{A,100Hz} = 187{,}7mV\angle 84{,}62° = 17{,}6mV + j186{,}9mV$$

$$\underline{D}_{100Hz} = 0{,}09385\angle 84{,}62° = 8{,}799 \cdot 10^{-3} + j \cdot 93{,}44 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{U}_{A,1kHz} = 1{,}372V\angle 46{,}7° = 0{,}9409V + j0{,}9985V$$

$$\underline{D}_{1kHz} = 0{,}686\angle 46{,}7° = 0{,}4705 + j \cdot 0{,}4993$$

$$\underline{U}_{A,10kHz} = 1{,}989V\angle 6{,}056° = 1{,}978V + j0{,}2098V$$

$$\underline{D}_{10kHz} = 0{,}9945\angle 6{,}056° = 0{,}9889 + j \cdot 0{,}1049$$

Lösung:

5. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Spannungen und Ströme am RC-Bandpass bei einer Frequenz außerhalb der Resonanzfrequenz

1. Bestimmen Sie die Augangsspannung $\underline{U}_A$ und die Spannungsdämpfung $\underline{D}$ für die Frequenz von **f=4kHz.**

1.1. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_1$ von R_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_1 = R_{1,r} + jR_{1,i} = \breve{R}_1 e^{j\phi_{R_1}} = \breve{R}_1 \angle\phi_{R_1} \qquad \phi_{R_1} = \arctan\left[\frac{R_{1,i}}{R_{1,r}}\right] \qquad \breve{R}_1 = \sqrt{R_{1,r}^2 + R_{1,i}^2}$$

$$R_{1,r} = 50\Omega \qquad R_{1,i} = 0k\Omega$$

$$\phi_{R_1} = \arctan\left[\frac{0k\Omega}{50\Omega}\right] = 0° \qquad \breve{R}_1 = \sqrt{(50\Omega)^2 + (0k\Omega)^2} = 50\Omega$$

$$\underline{R}_1 = 50\Omega + j0k\Omega = 50\Omega \angle 0°$$

1.2. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{C1}$ von C_1 in der Normal- und der Versorform Nutzen Sie dabei den Leitwert $\underline{G}_{C1}$

$$\underline{G}_{C1} = G_{C1,r} + jG_{C1,i} = \breve{G}_{C1} e^{j\phi_{G_{C1}}} = \breve{G}_{C1} \angle \phi_{G_{C1}}$$

$$C = 397{,}9nF \qquad R_{PC1} = 10M\Omega \qquad f = 4kHz$$

$$G_{C1,r} = \frac{1}{R_{PC1}} \quad \Rightarrow \quad G_{C1,r} = \frac{1}{10M\Omega} = 100 \cdot 10^{-9} S = 100nS$$

$$R_{C,i} = -\frac{1}{\omega \cdot C} \quad mit \quad \omega = 2\pi \cdot f$$

$$R_{C,i} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 4kHz \cdot 397{,}9nF} = \frac{1}{10000 \cdot 10^{-6} \frac{A}{V}} = \frac{1V}{10 \cdot 10^{-3} A} = 0{,}1 \cdot 10^3 \Omega = 100\Omega$$

$$G_{C1,i} = -\frac{1}{R_{C,i}} \quad \Rightarrow \quad G_{C1,i} = -\frac{1}{-100\Omega} = 10mS$$

$$\underline{G}_{C1} = 100nS + j \cdot 10mS$$

$$\Rightarrow \quad \breve{G}_{C1} = \sqrt{G_{1,r}^2 + G_{1,i}^2} \quad \Rightarrow \quad \breve{G}_{C1} = \sqrt{(100nS)^2 + (10mS)^2} = \sqrt{(0{,}0001mS)^2 + (10mS)^2}$$

$$= \sqrt{(0{,}0001 \cdot 10^{-3} S)^2 + (10 \cdot 10^{-3} S)^2} = \sqrt{0{,}0000001 \cdot 10^{-6} S^2 + 100 \cdot 10^{-6} S^2}$$

$$= \sqrt{100{,}0000001 \cdot 10^{-6} S^2} = 10{,}00000001 \cdot 10^{-3} S \approx 10mS$$

$$\Rightarrow \quad \phi_{G_{C1}} = \arctan\left[\frac{G_{C1,i}}{G_{C1,r}}\right] \quad \Rightarrow \quad \phi_{G_{C1}} = \arctan\left[\frac{5mS}{100nS}\right] = \arctan\left[\frac{5 \cdot 10^{-3} S}{100 \cdot 10^{-9} S}\right]$$

$$\arctan\left[\frac{10 \cdot 10^{-3} S}{10^{-7} S}\right] = \arctan\left[10 \cdot 10^4\right] = 89{,}99994 \approx 90°$$

$$\underline{G}_{C1} = 100nS + j \cdot 10mS = 10mS \angle 90°$$

$$\underline{R}_{C1} = \frac{1}{\underline{G}_{C1}} \quad \Rightarrow \quad \underline{R}_{C1} = \frac{1}{10mS \angle 90°} = \frac{1}{10mS} \angle -90° = 100\Omega \angle -90°$$

$$\underline{R}_{C1} = R_{C1,r} + jR_{C1,i} = \breve{R}_{C1} e^{j\phi_{R_{C1}}} = \breve{R}_{C1} \angle \phi_{R_{C1}}$$

$$R_{C1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{R}_{C1}\} = \breve{R}_{C1} \cos[\phi_{R_{C1}}] \quad \Rightarrow \quad R_{C1,r} = 100\Omega \cdot \cos[-90°] = 100\Omega \cdot (0) = 0\Omega$$

$$R_{C1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{R}_{C1}\} = \breve{R}_{C1} \sin[\phi_{R_{C1}}] \quad \Rightarrow \quad R_{C1,i} = 100\Omega \cdot \sin[-90°] = 100\Omega \cdot (-1) = -100\Omega$$

$$\underline{R}_{C1} = 100\Omega \angle -90° = 0\Omega - j \cdot 100\Omega$$

1.3. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{L1}$ von L_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_{L1} = R_{L1,r} + jR_{L1,i} = \breve{R}_{L1} e^{j\phi_{R_{L1}}} = \breve{R}_{L1} \angle \phi_{R_{L1}}$$

$$L_1 = 3{,}183 mH \qquad R_{L1} = 10\Omega \qquad f = 4kHz$$

$$R_{L1,r} = R_{L1} \quad \Rightarrow \quad R_{L1,r} = 10\Omega$$

$$R_{L1,i} = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad \Rightarrow \quad R_{L1,i} = 2 \cdot \pi \cdot 4kHz \cdot 3{,}183 mH = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot 10^3 \frac{1}{s} \cdot 3{,}183 \cdot 10^{-3} \frac{Vs}{A}$$
$$= 79{,}9975\Omega \approx 80\Omega$$

$$\underline{R}_{L1} = 10\Omega + j \cdot 80\Omega$$

$$\breve{R}_{L1} = \sqrt{R_{L1,r}^2 + R_{L1,i}^2} \quad \Rightarrow \quad \breve{R}_{L1} = \sqrt{(10\Omega)^2 + (80\Omega)^2} = \sqrt{100\Omega^2 + 6400\Omega^2}$$
$$= \sqrt{6500\Omega^2} = 80{,}62\Omega$$

$$\phi_{R_{L1}} = \arctan\left[\frac{G_{L1,i}}{G_{L1,r}}\right] \quad \Rightarrow \quad \phi_{R_{L1}} = \arctan\left[\frac{80\Omega}{10\Omega}\right] = 82{,}87°$$

$$\underline{R}_{L1} = 10\Omega + j \cdot 80\Omega = 80{,}62\Omega \angle 82{,}87°$$

1.4. Bestimmen Sie den komplexen Widerstand $\underline{R}_{ges} = \underline{R}_1 + \underline{R}_{C1} + \underline{R}_{L1}$ in der Normal- und der Versorform

$$\underline{R}_{ges} = \underline{R}_1 + \underline{R}_{C1} + \underline{R}_{L1}$$

$$\underline{R}_1 = 50\Omega + j0k\Omega = 50\Omega \angle 0°$$
$$\underline{R}_{C1} = 100\Omega \angle -90° = 0\Omega - j \cdot 100\Omega \qquad \underline{R}_{L1} = 10\Omega + j \cdot 80\Omega = 80{,}62\Omega \angle 82{,}87°$$

$$\underline{R}_{ges} = 50\Omega + j0k\Omega \quad + \quad 0\Omega - j \cdot 100\Omega \quad + \quad 10\Omega + j \cdot 80\Omega = 60\Omega - j20\Omega$$

$$\breve{R}_{ges} = \sqrt{R_{ges,r}^2 + R_{ges,i}^2} \quad \Rightarrow \quad \breve{R}_{ges} = \sqrt{(60\Omega)^2 + (-20\Omega)^2} = \sqrt{3600\Omega^2 + 400\Omega^2}$$
$$= \sqrt{4000\Omega^2} = 63{,}24555\Omega \approx 63{,}25\Omega$$

$$\phi_{R_{ges}} = \arctan\left[\frac{R_{ges,i}}{R_{ges,r}}\right] \quad \Rightarrow \quad \phi_{R_{ges}} = \arctan\left[\frac{-20\Omega}{60\Omega}\right] = \arctan(-0{,}3333) = -18{,}43°$$

$$\underline{R}_{ges} = 60\Omega - j20\Omega = 63{,}25\Omega \angle -18{,}43°$$

1.5. Bestimmen Sie die komplexen Ströme $\underline{I}_1 = \underline{I}_{R_1} = \underline{I}_{C_1} = \underline{I}_{L_1}$ durch R_1, C_1 und L_1, in der Normal- und der Versorform

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{R_1} = \underline{I}_{C_1} = \underline{I}_{L_1} = \frac{\underline{U}_E}{\underline{R}_{ges}} \qquad \underline{I}_1 = I_{1,r} + j \cdot I_{1,i} = \breve{I}_1 e^{j\phi_{I_1}} = \breve{I}_1 \angle \phi_{I_1}$$

$$\underline{U}_E = 5{,}0V\angle 0° = 5V + j \cdot 0V \qquad \underline{R}_{ges} = 60\Omega - j20\Omega = 63{,}25\Omega\angle -18{,}43°$$

$$\underline{I}_1 = \frac{5{,}0V\angle 0°}{63{,}25\Omega\angle -18{,}43°} = 79{,}05mA\angle 18{,}43°$$

$$I_{1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{I}_1\} = \breve{I}_1 \cos[\phi_{I_1}] \quad \Rightarrow \quad I_{1,r} = 79{,}05mA \cdot \cos[18{,}43°] = 79{,}05mA \cdot (0{,}9487) = 74{,}99mA$$

$$I_{1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{I}_1\} = \breve{I}_1 \sin[\phi_{I_1}] \quad \Rightarrow \quad I_{1,i} = 79{,}05mA \cdot \sin[18{,}43°] = 79{,}05mA \cdot (0{,}3161) = 24{,}99mA$$

$$\underline{I}_1 = 79{,}05mA\angle 18{,}43° = 74{,}99mA + j24{,}99mA$$

1.6. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{R1}$ über R_1 in der Normal- und der Versorform
1.7. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_{C1}$ über C_1 in der Normal- und der Versorform
1.8. Bestimmen Sie die komplexe Spannung $\underline{U}_A = \underline{U}_{L1_1}$ über L_1 in der Normal- und der Versorform

$$\underline{U}_{R1} = \underline{I}_1 \cdot \underline{R}_1$$

$$\underline{I}_1 = 79{,}05mA\angle 18{,}43° = 74{,}99mA + j24{,}99mA \qquad \underline{R}_1 = 50\Omega + j0k\Omega = 50\Omega\ \angle 0°$$

$$\underline{U}_{R1} = 79{,}05mA\angle 18{,}43° \cdot 50\Omega\ \angle 0° = 3{,}953V\angle 18{,}43°$$

$$U_{R1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\cos[\phi_{R_1}] \quad \Rightarrow \quad U_{R1,r} = 3{,}953V \cdot \cos[18{,}43°] = 3{,}953V \cdot (0{,}9487) = 3{,}75V$$
$$U_{R1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\sin[\phi_{R_1}] \quad \Rightarrow \quad U_{R1,r} = 3{,}953V \cdot \sin[18{,}43°] = 3{,}953V \cdot (0{,}3161) = 1{,}25V$$

$$\underline{U}_{R1} = 3{,}953V\angle 18{,}43° = 3{,}75V + j \cdot 1{,}25V$$

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{L1} = \underline{I}_1 \cdot \underline{R}_{L1}$$

$$\underline{I}_1 = 79{,}05mA\angle 18{,}43° = 74{,}99mA + j24{,}99mA \qquad \underline{R}_{L1} = 10\Omega + j \cdot 80\Omega = 80{,}62\Omega\angle 82{,}87°$$

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{L1} = 79{,}05mA\angle 18{,}43° \cdot 80{,}62\Omega\angle 82{,}87° = 6{,}373\angle 101{,}3°$$

$$U_{R1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\cos[\phi_{R_{L1}}] \quad \Rightarrow \quad U_{R1,r} = 6{,}373 \cdot \cos[101{,}3°] = 6{,}373 \cdot (-0{,}1959) = -1{,}248V$$
$$U_{R1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{U}_{R1}\} = \breve{U}_{R1}\sin[\phi_{R_{L1}}] \quad \Rightarrow \quad U_{R1,r} = 6{,}373 \cdot \sin[101{,}3°] = 6{,}373 \cdot (0{,}9806) = 6{,}249V$$

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{L1} = 6{,}373\angle 101{,}3° = -1{,}248V + j \cdot 6{,}249V$$

$$\underline{U}_{C1} = \underline{I}_1 \cdot \underline{R}_{C1}$$

$$\underline{I}_1 = 79{,}05mA\angle 18{,}43° = 74{,}99mA + j24{,}99mA \qquad \underline{R}_{C1} = 100\Omega\ \angle -90° = 0\Omega - j \cdot 100\Omega$$

$$\underline{U}_{C1} = 79{,}05mA\angle 18{,}43° \cdot 100\Omega\ \angle -90° = 7{,}905V\angle -71{,}57°$$

$$U_{C1,r} = \mathrm{Re}\{\underline{U}_{C1}\} = \breve{U}_{C1}\cos[\phi_{R_{C1}}] \quad \Rightarrow \quad U_{C1,r} = 7{,}905V \cdot \cos[-71{,}57°] = 7{,}905V \cdot (0{,}3161) = 2{,}499V$$
$$U_{C1,i} = \mathrm{Im}\{\underline{U}_{C1}\} = \breve{U}_{C1}\sin[\phi_{R_{C1}}] \quad \Rightarrow \quad U_{C1,r} = 7{,}905V \cdot \sin[-71{,}57°] = 7{,}905V \cdot (-0{,}9487) = -7{,}499V$$

$$\underline{U}_{C1} = 7{,}905V\angle -71{,}57° = 2{,}499V - j \cdot 7{,}499V$$

1.9. Bestimmen Sie die Spannungsdämpfung $\underline{D} = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$ in der Normal- und der Versorform

$$\underline{D} = \breve{D}\angle\phi_D = D_r + j \cdot D_i = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E}$$

$$\underline{U}_E = 5{,}0V\angle 0° = 5{,}0V + j \cdot 0V \qquad \underline{U}_A = \underline{U}_{L1} = 6{,}373V\angle 101{,}3° = -1{,}248V + j \cdot 6{,}249V$$

$$\underline{D} = \frac{6{,}373V\angle 101{,}3°}{5{,}0V\angle 0°} = 1{,}275\angle 101{,}3°$$

$$D_r = \mathrm{Re}\{\underline{D}\} = \breve{D}\cos[\phi_D] \quad \Rightarrow \quad D_r = 1{,}275 \cdot \cos[101{,}3°] = 1{,}275 \cdot (-0{,}1959) = -0{,}2498$$
$$D_i = \mathrm{Im}\{\underline{D}\} = \breve{D}\sin[\phi_D] \quad \Rightarrow \quad D_i = 1{,}275 \cdot \sin[101{,}3°] = 1{,}275 \cdot (0{,}9806) = 1{,}25$$

$$\underline{D} = 1{,}275\angle 101{,}3° = -0{,}073 + j \cdot 0{,}3669$$

$\mathrm{Pr}\,obe:$

$$\underline{U}_E = \underline{U}_{R1} + \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{C1}$$

$$\underline{U}_E = 5{,}0V\angle 0° = 5V + j \cdot 0V$$

$$\underline{U}_{R1} = 3{,}953V\angle 18{,}43° = 3{,}75V + j \cdot 1{,}25V$$
$$\underline{U}_{L1} = 6{,}373\angle 101{,}3° = -1{,}248V + j \cdot 6{,}249V$$
$$\underline{U}_{C1} = 7{,}905V\angle -71{,}57° = 2{,}499V - j \cdot 7{,}499V$$

$$\underline{U}_E = 3{,}75V + j \cdot 1{,}25V \quad -1{,}248V + j \cdot 6{,}249V \quad +2{,}499V - j \cdot 7{,}499V$$
$$= 6{,}249 - 1{,}248V \quad + \quad j \cdot (7{,}499 - 7{,}499)$$
$$= 5{,}00044V + j \cdot 0V \quad \approx \quad 5V + j \cdot 0V = \underline{U}_E$$

$\mathrm{Re}\,sonanzfrequenz:$

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi\sqrt{L_1 \cdot C_1}} = \frac{1}{2 \cdot \pi\sqrt{397{,}9nF \cdot 3{,}183mH}} = \frac{1}{2 \cdot \pi\sqrt{1{,}267 \cdot 10^{-9}}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 35{,}59 \cdot 10^{-6}}$$
$$= \frac{1}{223{,}6 \cdot 10^{-6}} = 4{,}472kHz$$