

Studentenmitteilung

1. Semester - WS 2004

Abt. Technische Informatik
 Gerätebeauftragter
 Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske
 Tel.: [49]-0341-97 32213
 Zimmer: HG 02-37
 e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de
 www: <http://www.ti-leipzig.de/~lieske/>
 Sprechstunde: Mi. 14⁰⁰ – 15⁰⁰

Datum: Mittwoch, 20. Oktober 2004

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 1

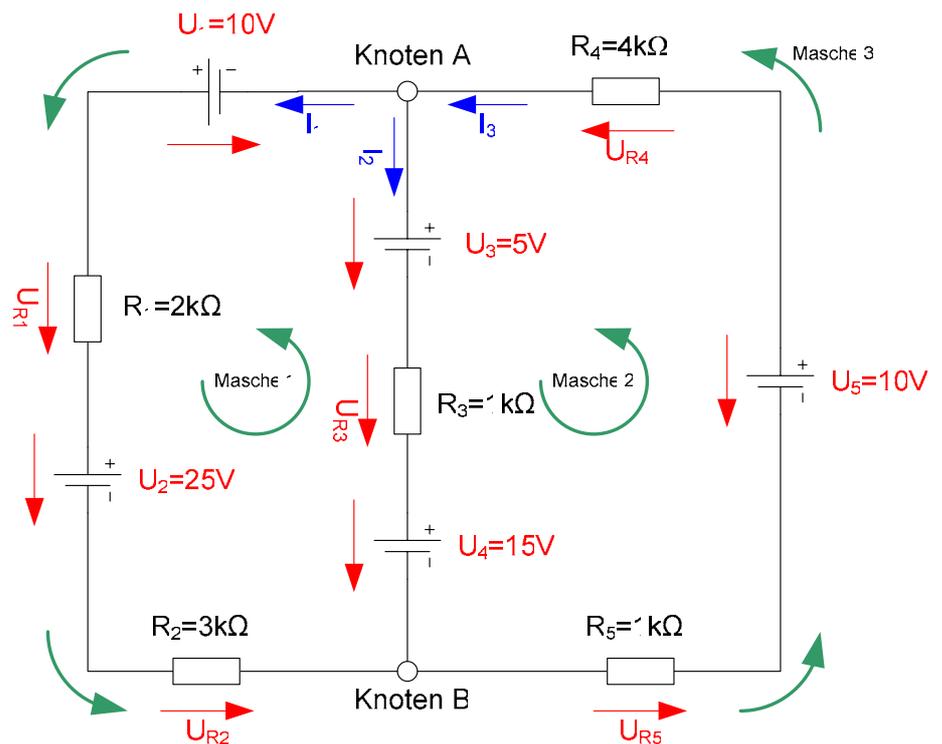
2. Aufgabenkomplex Gleichspannungsnetzwerke

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

Gegeben ist folgende Schaltung:

| |
|-------------------------|
| Maschen: 1,3 |
| Knoten: A |
| $R_1 = 2\text{k}\Omega$ |
| $R_2 = 3\text{k}\Omega$ |
| $R_3 = 1\text{k}\Omega$ |
| $R_4 = 4\text{k}\Omega$ |
| $R_5 = 1\text{k}\Omega$ |
| $U_1 = 10\text{V}$ |
| $U_2 = 25\text{V}$ |
| $U_3 = 5\text{V}$ |
| $U_4 = 15\text{V}$ |
| $U_5 = 10\text{V}$ |



Das Ziel der Aufgabe ist die Bestimmung der Ströme I_{R_1} bis I_{R_5} , die durch die Widerstände R_1 bis R_5 fließen und die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_5} , die über die Widerstände R_1 bis R_5 abfallen. Verwenden Sie zur Erstellung des Gleichungssystems die Maschen 1 und 3 sowie den Knoten A.

Aufgaben:

Gesamtpunktzahl: 30 Punkte

1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 3 auf. **4 Punkte**
2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf. **4 Punkte**
3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2. **5 Punkte**
4. Bestimmen Sie die Determinanten. **8 Punkte**
5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 . **3 Punkte**
6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R_1} bis I_{R_5} durch die Widerstände R_1 bis R_5 . **3 Punkte**
7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_5} über die Widerstände R_1 bis R_5 . **3 Punkte**

Benutzen Sie zur Lösung der Aufgabe die Determinantenmethode. Zuwiderhandlung wird mit Punktabzug geahndet.

Bemerkung:

Für alle Aufgaben gilt:

- 1. In allen Formeln mit Zahlen sind die Maßeinheiten mitzuschleifen.**
- 2. Bei den Endergebnissen sind die Maßeinheiten zu verwenden, die, wenn vorhanden, aus einem Buchstaben bestehen. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.**
- 3. Bei den Endergebnissen sind die $10^{\pm 3}$ Präfixe konsequent zu verwenden. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.
Präfixe nur verwenden, wenn eine Maßeinheit dahinter ist.**
- 4. Alle Aufgaben auf insgesamt 4 Stellen genau berechnen, wenn in Aufgabe nicht anders angegeben.**
- 5. Die Aufgaben sind zu nummerieren, auch die Teilaufgaben.**
- 6. Der Rechenweg muß ersichtlich sein. Gegebenenfalls das Schmierblatt anheften.**
- 7. Jedes Blatt ist wie folgt zu nummerieren Seite/Gesamtzahl der Seiten (z.B. Seite 6/8)**

Nichtbeachtung wird mit Punktabzug geahndet!

| Präfixe zur Kennzeichnung des Vielfachen von gesetzlichen Einheiten (dezimal) | | |
|---|------------|-------------|
| Zeichen | Faktor | Bezeichnung |
| Y | 10^{24} | Yotta |
| Z | 10^{21} | Zetta |
| E | 10^{18} | Exa |
| P | 10^{15} | Peta |
| T | 10^{12} | Tera |
| G | 10^9 | Giga |
| M | 10^6 | Mega |
| k | 10^3 | Kilo |
| | | |
| m | 10^{-3} | Milli |
| μ | 10^{-6} | Mikro |
| n | 10^{-9} | Nano |
| p | 10^{-12} | Piko |
| f | 10^{-15} | Femto |
| a | 10^{-18} | Atto |
| z | 10^{-21} | Zepto |
| y | 10^{-24} | Yokto |
| | | |
| Weniger gebräuchlich nur zu Information | | |
| h | 10^2 | Hekto |
| da | 10^1 | Deka |
| | | |
| d | 10^{-1} | Dezi |
| c | 10^{-2} | Zenti |

Umgang mit den Präfixen am Beispiel einer 4 stelligen Genauigkeit:

--- , - Präfix Maßeinheit

-- , -- Präfix Maßeinheit

-, --- Präfix Maßeinheit

Beispiele:

216,4 μ F; 33,45kHz; 2,456M Ω ; 7,482A

Lösung:

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

:

1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 3 auf.

$$\begin{aligned}-U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} &= 0 \\ -U_1 + U_2 - U_5 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R4} + U_{R5} &= 0\end{aligned}$$

2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf.

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten A und die Maschen aus den Teilaufgaben 1 und 2.

$$\begin{aligned}-U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} &= 0 \\ -U_1 + U_2 - U_5 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R4} + U_{R5} &= 0 \\ -I_1 - I_2 + I_3 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} &= U_1 - U_2 + U_3 + U_4 \\ +U_{R1} + U_{R2} + U_{R4} + U_{R5} &= U_1 - U_2 + U_5 \\ -I_1 - I_2 + I_3 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(R_1 + R_2) \cdot I_1 + (-R_3) \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 &= U_1 - U_2 + U_3 + U_4 \\ (R_1 + R_2) \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + (R_4 + R_5) I_3 &= U_1 - U_2 + U_5 \\ -I_1 + -I_2 + I_3 &= 0\end{aligned}$$

4. Bestimmen Sie die Determinanten

$$(R) \cdot \vec{I} = \vec{E}'$$

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \\ E'_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (R_1 + R_2) & (-R_3) & 0 \\ (R_1 + R_2) & 0 & (R_4 + R_5) \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 - U_2 + U_3 + U_4 \\ U_1 - U_2 + U_5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (2k\Omega + 3k\Omega) & (-1k\Omega) & 0k\Omega \\ (2k\Omega + 3k\Omega) & (0k\Omega) & (4k\Omega + 1k\Omega) \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10V - 25V + 5V + 15V \\ 10V - 25V + 10V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5k\Omega & -1k\Omega & 0k\Omega \\ 5k\Omega & 0k\Omega & 5k\Omega \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5V \\ -5V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 5k\Omega & -1k\Omega & 0k\Omega \\ 5k\Omega & 0k\Omega & 5k\Omega \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Zeile entwickelt :

$$D = 5k\Omega \cdot (0k\Omega \cdot 1 - 5k\Omega \cdot [-1]) - [-1k\Omega] \cdot (5k\Omega \cdot 1 - 5k\Omega \cdot [-1]) + (0) \cdot (5k\Omega \cdot [-1] - 0k\Omega \cdot [-1])$$

$$= 5k\Omega \cdot (0k\Omega + 5k\Omega) + 1k\Omega \cdot (5k\Omega + 5k\Omega) + (0k\Omega) \cdot (-5k\Omega + 0k\Omega)$$

$$= 25[k\Omega]^2 + 10[k\Omega]^2 + 0[k\Omega]^2 = 35[k\Omega]^2 = 35 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2} = 35 \frac{MV^2}{A^2}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 5V & -1k\Omega & 0k\Omega \\ -5V & 0k\Omega & 5k\Omega \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Spalte entwickelt :

$$\begin{aligned} D_1 &= 5V \cdot (0k\Omega \cdot 1 - 5k\Omega \cdot [-1]) - [-5V] \cdot (-1k\Omega \cdot 1 - 0k\Omega \cdot [-1]) + 0k\Omega V \\ &= 5V \cdot (5k\Omega) + 5V \cdot (-1k\Omega) = 25k\Omega V - 5k\Omega V = 20k\Omega V = 20 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A} = 20 \frac{kV^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 5k\Omega & 5V & 0k\Omega \\ 5k\Omega & -5V & 5k\Omega \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Spalte entwickelt :

$$\begin{aligned} D_2 &= 5k\Omega \cdot (-5V \cdot 1 - 5k\Omega \cdot [0]) - 5k\Omega \cdot (5V \cdot 1 - 0k\Omega \cdot [0]) + (-1)(5V \cdot 5k\Omega - (-5V) \cdot [0k\Omega]) \\ &= -25k\Omega V - 25k\Omega V - 25k\Omega V = -75k\Omega V = -75 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A} = -75 \frac{kV^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 5k\Omega & -1k\Omega & 5V \\ 5k\Omega & 0k\Omega & -5V \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Spalte entwickelt :

$$\begin{aligned} D_3 &= 5k\Omega \cdot (0k\Omega \cdot 0 - [-5V] \cdot [-1]) - 5k\Omega \cdot (-1k\Omega \cdot 0 - [5V] \cdot [-1]) + (-1) \cdot [-1k\Omega] - [-5V] \cdot [0k\Omega] \\ &= 5k\Omega \cdot (-5V) - 5k\Omega \cdot (5V) + (-1) \cdot 5k\Omega V = -25k\Omega V - 25k\Omega V - 5k\Omega V \\ &= -55k\Omega V = -55 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A} = -55 \frac{kV^2}{A} \end{aligned}$$

5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 .

$$I_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{20 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{35 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = 0,5714 mA = 571,4 \mu A$$

$$I_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{-75 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{35 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = -2,143 mA$$

$$I_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{-55 \cdot 10^3 \frac{V^2}{A}}{35 \cdot 10^6 \frac{V^2}{A^2}} = -1,571 mA$$

6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R1} bis I_{R5} durch die Widerstände R_1 bis R_6 .

$$I_{R1} = I_1 = 571,4 \mu A$$

$$I_{R2} = I_1 = 571,4 \mu A$$

$$I_{R3} = I_2 = -2,143 mA$$

$$I_{R4} = I_3 = -1,571 mA$$

$$I_{R5} = I_3 = -1,571 mA$$

Probe :

$$-I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

$$= -571,4 \mu A - (-2,143 mA) + (-1,571 mA) = -571,4 \mu A + 2,143 mA - 1,571 mA = 0,0006 \mu A \approx 0$$

7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R1} bis U_{R6} über die Widerstände R_1 bis R_5 .

$$U_{R1} = I_{R1} \cdot R_1 = 571,4 \mu A \cdot 2 k\Omega = 1,143 V$$

$$U_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = 571,4 \mu A \cdot 3 k\Omega = 1,714 V$$

$$U_{R3} = I_{R3} \cdot R_3 = -2,143 mA \cdot 1 k\Omega = -2,143 V$$

$$U_{R4} = I_{R4} \cdot R_4 = -1,571 mA \cdot 4 k\Omega = -6,284 V$$

$$U_{R5} = I_{R5} \cdot R_5 = -1,571 mA \cdot 1 k\Omega = -1,571 V$$

Probe:

$$-U_1 + U_2 - U_3 - U_4 + U_{R1} + U_{R2} - U_{R3} = 0$$

$$= -10V + 25V - 5V - 15V + 1,143V + 1,714V - [-2,143V] = 0$$

$$= -5V + 5V = 0V$$

$$-U_1 + U_2 - U_5 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R4} + U_{R5} = 0$$

$$= -10V + 25V - 10V + 1,143V + 1,714V + [-6,284V] + [-1,571V] = 0$$

$$= 5V - 4,998V = 0,002V \approx 0V$$