

Studentenmitteilung

1. Semester - WS 2001/2002

Abt. Technische Informatik
 Gerätebeauftragter
 Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske
 Tel.: [49]-0341-97 32213
 Zimmer: HG 05-22
 e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de
 www: <http://tipc023.informatik.uni-leipzig.de/~lieske/>

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 1

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

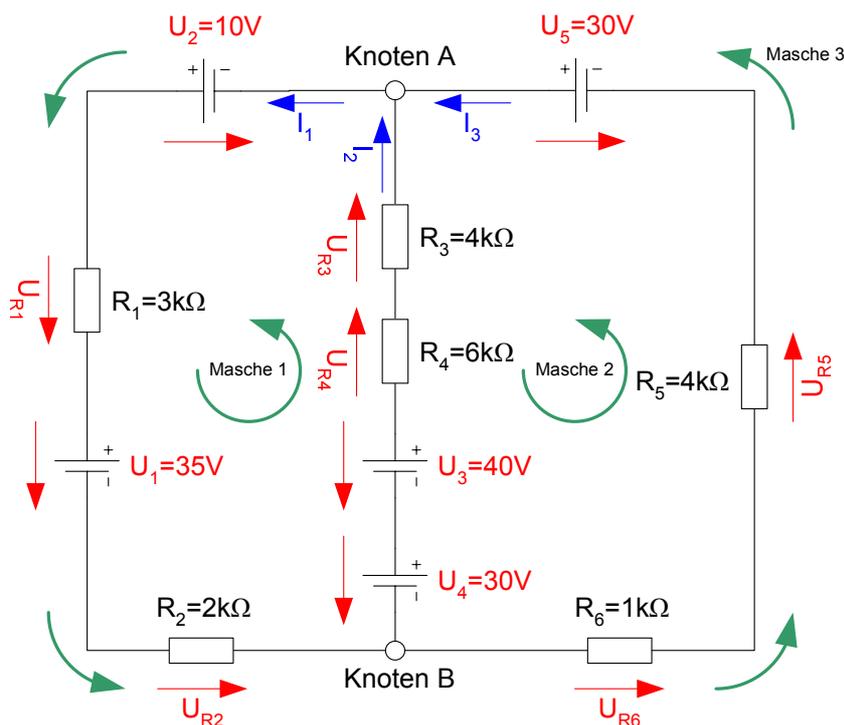
Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

Gegeben ist folgende Schaltung:

Maschen: 1,2
 Knoten: A

$R_1 = 3\text{k}\Omega$
 $R_2 = 2\text{k}\Omega$
 $R_3 = 4\text{k}\Omega$
 $R_4 = 6\text{k}\Omega$
 $R_5 = 4\text{k}\Omega$
 $R_6 = 1\text{k}\Omega$

$U_1 = 35\text{V}$
 $U_2 = 10\text{V}$
 $U_3 = 40\text{V}$
 $U_4 = 30\text{V}$
 $U_5 = 30\text{V}$



Das Ziel der Aufgabe ist die Bestimmung der Ströme I_{R1} bis I_{R6} , die durch die Widerstände R_1 bis R_6 fließen und die Spannungen U_{R1} bis U_{R6} , die über die Widerstände R_1 bis R_6 abfallen. Verwenden Sie zur Erstellung des Gleichungssystems die Maschen 1 und 2 sowie den Knoten A.

Aufgaben:

(Gesamtpunktzahl=30 Punkte)

1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 2 auf. **(2 Punkte)**
2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf. **(1 Punkte)**
3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten A und die Maschen aus den Teilaufgaben 1) und 2). **(4 Punkte)**
4. Bestimmen Sie die Determinanten **(8 Punkte)**
5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 . **(3 Punkte)**
6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R_1} bis I_{R_6} durch die Widerstände R_1 bis R_6 . **(6 Punkte)**
7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R_1} bis U_{R_6} über die Widerstände R_1 bis R_6 . **(6 Punkte)**

Benutzen Sie zur Lösung der Aufgabe die Determinantenmethode. Zuwiderhandlung wird mit Punktabzug geahndet.

Die Werte sind auf 3 Stellen genau zu berechnen.

Bemerkung:

Für alle Aufgaben gilt:

- 1. In allen Formeln sind die Maßeinheiten mitzuschleifen.**
- 2. Bei den Endergebnissen sind die Maßeinheiten zu verwenden, die, wenn vorhanden, aus einem Buchstaben bestehen. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren.**
- 3. Bei den Endergebnissen sind die $10^{\pm 3}$ Präfixe konsequent zu verwenden. Während der Rechnung können Sie nach eigenem Ermessen verfahren. Präfixe nur verwenden, wenn eine Maßeinheit dahinter ist.**
- 4. Alle Aufgaben auf insgesamt 4 Stellen genau berechnen, wenn in Aufgabe nicht anders angegeben.**
- 5. Die Aufgaben sind zu nummerieren, auch die Teilaufgaben.**
- 6. Der Rechenweg muß ersichtlich sein. Gegebenenfalls das Schmierblatt anheften.**
- 7. Jedes Blatt ist wie folgt zu nummerieren Seite/Gesamtzahl der Seiten (z.B. Seite 6/8)**

Nichtbeachtung wird mit Punktabzug geahndet!

| Präfixe zu Kennzeichnung des Vielfachen von gesetzlichen Einheiten (dezimal) | | |
|---|------------------------------|--------------------|
| Zeichen | Faktor | Bezeichnung |
| Y | 10^{24} | Yotta |
| Z | 10^{21} | Zetta |
| E | 10^{18} | Exa |
| P | 10^{15} | Peta |
| T | 10^{12} | Tera |
| G | 10^9 | Giga |
| M | 10^6 | Mega |
| k | 10^3 | Kilo |
| | | |
| m | 10^{-3} | Milli |
| μ | 10^{-6} | Mikro |
| n | 10^{-9} | Nano |
| p | 10^{-12} | Piko |
| f | 10^{-15} | Femto |
| a | 10^{-18} | Atto |
| z | 10^{-21} | Zepto |
| y | 10^{-24} | Yocto |
| | Nur zur Information | |
| d | 10^{-1} | Dezi |
| c | 10^{-2} | Zenti |

Lösung

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

1. Stellen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 und 2 auf. **(2 Punkte)**

Alle Spannungen in Richtung der Masche werden positiv, alle dagegen werden negativ bewertet.

$$\begin{aligned}U_1 - U_2 - U_3 - U_4 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + U_{R4} &= 0 \\U_3 + U_4 - U_5 - U_{R3} - U_{R4} + U_{R5} + U_{R6} &= 0\end{aligned}$$

2. Stellen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A auf. **(1 Punkt)**

Alle Ströme in Richtung zum Knoten werden positiv, alle dagegen werden negativ bewertet.

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

3. Erstellen Sie das Gleichungssystem für den Knoten A und die Maschen aus den Teilaufgaben 1) und 2). **(4 Punkte)**

$$\begin{aligned}U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + U_{R4} &= -U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \\-U_{R3} - U_{R4} + U_{R5} + U_{R6} - U_{R7} &= -U_3 - U_4 + U_5 \\-I_1 + I_2 + I_3 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(R_1 + R_2) \cdot I_1 + (R_3 + R_4) \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 &= -U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \\0 \cdot I_1 - (R_3 + R_4) \cdot I_2 + (R_5 + R_6) \cdot I_3 &= -U_3 - U_4 + U_5 \\-I_1 + I_2 + I_3 &= 0\end{aligned}$$

4. Bestimmen Sie die Determinanten

(8 Punkte)

$$(R) \cdot \vec{I} = \vec{E}'$$

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \\ E'_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (R_1 + R_2) & -(R_3 + R_4) & 0 \\ 0 & -(R_3 + R_4) & (R_5 + R_6) \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \\ -U_3 - U_4 + U_5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (3k\Omega + 2k\Omega) & (4k\Omega + 6k\Omega) & 0 \\ 0 & -(4k\Omega + 6k\Omega) & (4k\Omega + 1k\Omega) \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -35V + 10V + 40V + 30V \\ -40V - 30V + 30V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5k\Omega & 10k\Omega & 0 \\ 0 & -10k\Omega & 5k\Omega \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45V \\ -40V \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 5k\Omega & 10k\Omega & 0 \\ 0 & -10k\Omega & 5k\Omega \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} D &= 5k\Omega \cdot (-10k\Omega \cdot 1 - 5k\Omega \cdot 1) - 10k\Omega \cdot (0 \cdot 1 - 5k\Omega \cdot [-1]) + 0 \\ &= 5k\Omega \cdot (-10k\Omega - 5k\Omega) - 10k\Omega \cdot (5k\Omega) = 5k\Omega \cdot (-15k\Omega) - 10k\Omega \cdot (5k\Omega) \\ &= -75[k\Omega]^2 - 50[k\Omega]^2 = -125[k\Omega]^2 = -125 \frac{MV^2}{A^2} \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 5k\Omega & 10k\Omega & 0 \\ 0 & -10k\Omega & 5k\Omega \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} D &= 5k\Omega \cdot (-10k\Omega \cdot 1 - 5k\Omega \cdot 1) - 10k\Omega \cdot (0 \cdot 1 - 5k\Omega \cdot [-1]) + 0 \\ &= 5k\Omega \cdot (-10k\Omega - 5k\Omega) - 10k\Omega \cdot (5k\Omega) = 5k\Omega \cdot (-15k\Omega) - 10k\Omega \cdot (5k\Omega) \\ &= -75[k\Omega]^2 - 50[k\Omega]^2 = -125[k\Omega]^2 = -125 \frac{MV^2}{A^2} \end{aligned}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 45V & 10k\Omega & 0 \\ -40V & -10k\Omega & 5k\Omega \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} D_1 &= 45V \cdot (-10k\Omega - 5k\Omega) - 10k\Omega \cdot (-40V - 0) + 0 = 45V \cdot (-15k\Omega) - 10k\Omega \cdot (-40V) \\ &= -675k\Omega V + 400k\Omega V = -275k\Omega V = -275 \frac{kV^2}{A} \end{aligned}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 5k\Omega & 45V & 0 \\ 0 & -40V & 5k\Omega \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} D_2 &= 5k\Omega \cdot (-40V - 0) - (45V)(0 - [-1 \cdot 5k\Omega]) + 0 = -200k\Omega V - 225k\Omega V \\ &= -425k\Omega V = -425 \frac{kV^2}{A} \end{aligned}$$

$$D = \begin{vmatrix} 5k\Omega & 10k\Omega & 45V \\ 0 & -10k\Omega & -40V \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} D_3 &= 5k\Omega \cdot (-10k\Omega \cdot 0 - [-40V \cdot 1]) - 10k\Omega \cdot (0 - [-1] \cdot [-40V]) + 45V(0 - [-1] \cdot [-10k\Omega]) \\ &= 5k\Omega \cdot (40V) - 10k\Omega \cdot (-40V) + 45V(-10k\Omega) = 200k\Omega V + 400k\Omega V - 450V k\Omega V \\ &= 150k\Omega V = 150 \frac{kV^2}{A} \end{aligned}$$

5. Bestimmen Sie die Zweigströme I_1 , I_2 und I_3 .

(3 Punkte)

$$I_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-275 \frac{kV^2}{A}}{-125 \frac{MV^2}{A^2}} = 2,2mA$$

$$I_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{-425 \frac{kV^2}{A}}{-125 \frac{MV^2}{A^2}} = 3,4mA$$

$$I_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{150 \frac{kV^2}{A}}{-125 \frac{MV^2}{A^2}} = -1,2mA$$

Probe :

$$\begin{aligned} -I_1 + I_2 + I_3 &= 0 \\ &= -2,2mA + 3,4mA - 1,2mA = -3,4mA + 3,4mA = 0 \end{aligned}$$

6. Bestimmen Sie die Ströme I_{R1} bis I_{R7} durch die Widerstände R_1 bis R_6 .

(6 Punkte)

$$\begin{aligned} I_{R1} &= I_1 = 2,2mA \\ I_{R2} &= I_1 = 2,2mA \\ I_{R3} &= I_2 = 3,4mA \\ I_{R4} &= I_2 = 3,4mA \\ I_{R5} &= I_3 = -1,2mA \\ I_{R6} &= I_3 = -1,2mA \end{aligned}$$

7. Bestimmen Sie die Spannungen U_{R1} bis U_{R7} über die Widerstände R_1 bis R_6 .

(6 Punkte)

$$\begin{aligned} U_{R1} &= I_{R1} \cdot R_1 = 2,2mA \cdot 3k\Omega = 6,6V \\ U_{R2} &= I_{R2} \cdot R_1 = 2,2mA \cdot 2k\Omega = 4,4V \\ U_{R3} &= I_{R3} \cdot R_1 = 3,4mA \cdot 4k\Omega = 13,6V \\ U_{R4} &= I_{R4} \cdot R_1 = 3,4mA \cdot 6k\Omega = 20,4V \\ U_{R5} &= I_{R5} \cdot R_1 = -1,2mA \cdot 4k\Omega = -4,8V \\ U_{R6} &= I_{R6} \cdot R_1 = -1,2mA \cdot 1k\Omega = -1,2V \end{aligned}$$

Probe :

$$\begin{aligned} U_1 - U_2 - U_3 - U_4 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + U_{R4} &= 0 \\ &= 35V - 10V - 40V - 30V + 6,6V + 4,4V + 13,6V + 20,4V = -45 + 45 = 0 \\ U_3 + U_4 - U_5 - U_{R3} - U_{R4} + U_{R5} + U_{R6} &= 0 \\ 40V + 30V - 30V - 13,6V - 20,4V - 4,8V - 1,2V &= 40V - 40V = 0 \end{aligned}$$