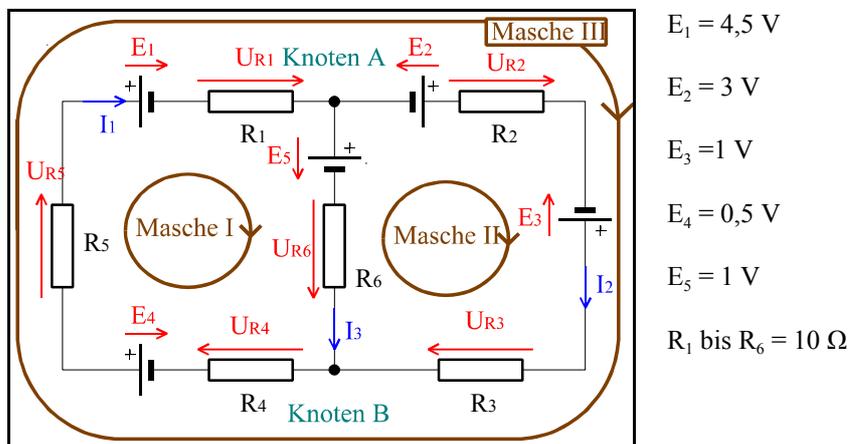


### Aufgaben zum Fach Technische Informatik

1. Semester / Wintersemester 1996/97

#### Aufgabe 1.2.1. - Spannungen und Ströme in Widerständen von aktiven Gleichspannungsnetzwerken

Gegeben ist folgende Schaltung:



- $E_1 = 4,5 \text{ V}$
- $E_2 = 3 \text{ V}$
- $E_3 = 1 \text{ V}$
- $E_4 = 0,5 \text{ V}$
- $E_5 = 1 \text{ V}$
- $R_1 \text{ bis } R_6 = 10 \Omega$

Abb. 1

Maschen: I, II, III  
 Knoten: A, B

#### Aufgaben:

- Bestimmen Sie die Ströme  $I_{R_1}$  bis  $I_{R_6}$ , die durch die Widerstände  $R_1$  bis  $R_6$  fließen und die Spannungen  $U_{R_1}$  bis  $U_{R_6}$ , die über die Widerstände  $R_1$  bis  $R_6$  abfallen. Benutzen Sie dazu die Berechnungsmethode über Determinanten. Verwenden Sie zur Erstellung des Gleichungssystems die Maschen I und II sowie den Knoten A.
- Warum kann man nur zwei Maschen verwenden und nicht mehr?
- Warum kann man nur einen Knoten verwenden und nicht mehr?
- Warum wählt man innerhalb des Teiles der Masche, in der der Strom über die Widerstände gleich ist, die Richtung der Spannungspfeile über die Widerstände immer entsprechend der Richtung des Stromes?

#### Bemerkung:

- Die Nichtbenutzung der Determinantenmethode wird mit dem Abzug von mindestens einem Punkt geahndet!
- Die Benutzung von Brüchen in den Ergebnissen ist nicht erlaubt!

**Vorgehensweise:**

1. Bestimmen Sie die Maschengleichungen für die Masche I und II.
  - 1.1. Stellen Sie die Maschengleichungen in der Form  $\sum E_i + \sum U_k = 0$  auf.  
Die Richtungen der Spannungsabfälle über die Widerstände sind entsprechend den durchfließenden Strömen anzusetzen.
  - 1.2. Bringen Sie die Spannungsquellen  $E_i$  auf die rechte Seite der Gleichung  
Setzen Sie für die Spannungsabfälle über die Widerstände die Form  $U_k = I_k R_k$  ein.
2. Bestimmen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A.  
Die zum Knoten laufenden Ströme sind positiv und die vom Knoten weglaufernden Ströme sind als negativ anzusetzen.
3. Stellen Sie aus den Maschengleichungen und der Knotenpunktgleichung ein Gleichungssystem zusammen.
4. Bestimmen Sie die Determinante  $D$  sowie die Determinanten  $D_1$  bis  $D_3$  für die Ströme  $I_1$  bis  $I_3$
5. Berechnen Sie die Ströme aus den Determinanten  $I_j = D_j / D$ .
6. Bestimmen Sie aus den Knotenströmen  $I_j$  die Ströme  $I_{R1}$  bis  $I_{R6}$ , die durch die Widerstände fließen.
7. Bestimmen Sie aus den Strömen  $I_{R1}$  bis  $I_{R6}$  die Spannungen  $U_{R1}$  bis  $U_{R6}$ , die über die Widerstände  $R_1$  bis  $R_6$  abfallen.

<b>Präfixe zur Kennzeichnung des Vielfachen von gesetzlichen Einheiten</b>		
<b>Zeichen</b>	<b>Faktor</b>	<b>Bezeichnung</b>
E	$10^{18}$	Exa
P	$10^{15}$	Peta
T	$10^{12}$	Tera
G	$10^9$	Giga
M	$10^6$	Mega
k	$10^3$	Kilo
m	$10^{-3}$	Milli
$\mu$	$10^{-6}$	Mikro
n	$10^{-9}$	Nano
p	$10^{-12}$	Pico
f	$10^{-15}$	Femto
a	$10^{-18}$	Atto
h	$10^2$	Hekto
da	$10^1$	Deka
d	$10^{-1}$	Dezi
c	$10^{-2}$	Zenti

Tabelle 3

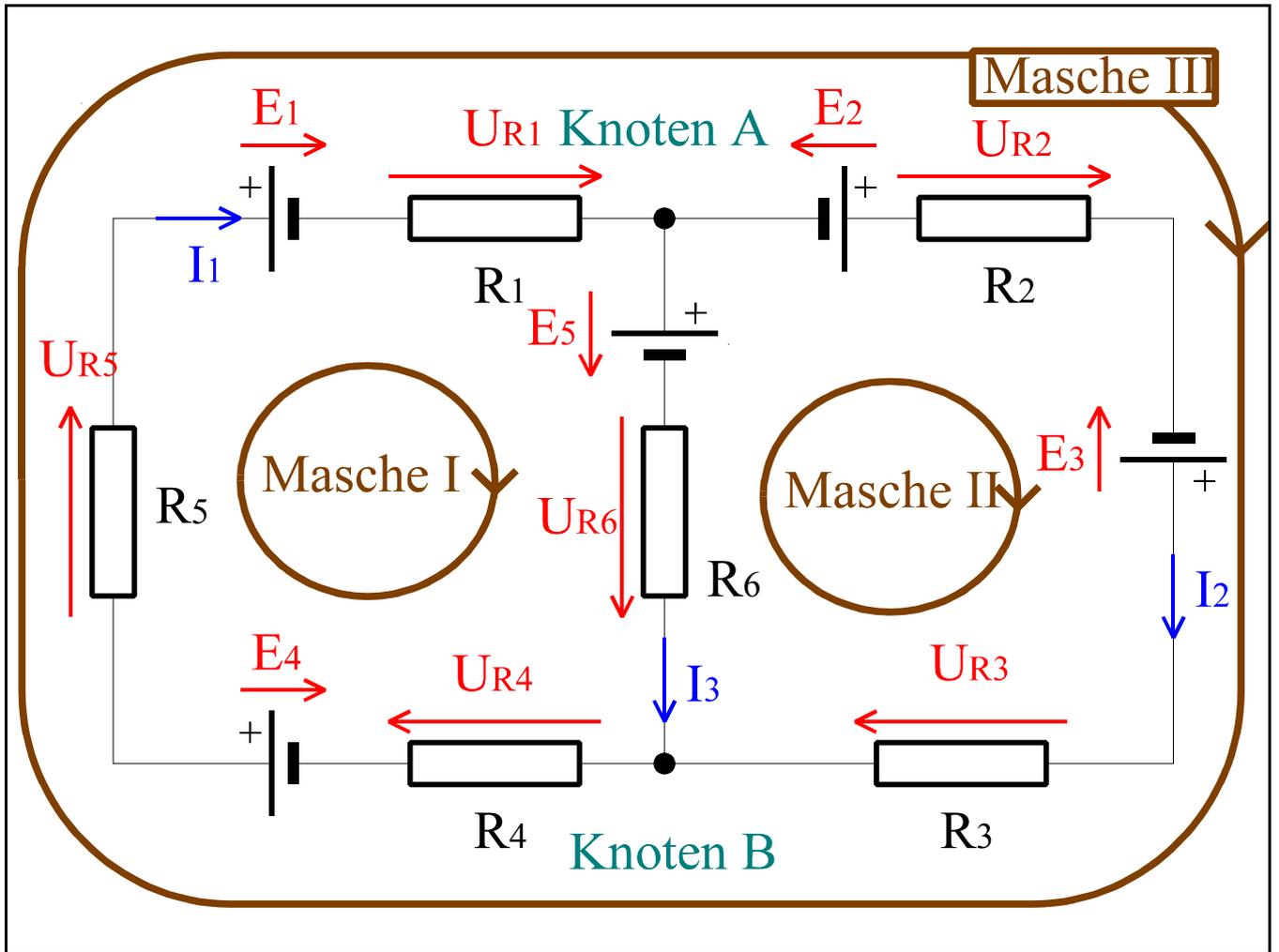


Abb. 2

# Lösungen:

## Lösung: Aufgabe 1.2.1.

1. Bestimmung der Maschengleichungen für die Masche I und II.

1.1. Stellen Sie die Maschengleichungen in der Form  $\sum E_i + \sum U_k = 0$  auf.

$$\begin{array}{cccccccccc} +E_1 & & -E_4 & +E_5 & +U_{R1} & & +U_{R4} & +U_{R5} & +U_{R6} & = & 0 \\ & -E_2 & -E_3 & & -E_5 & +U_{R2} & +U_{R3} & & & -U_{R6} & = & 0 \end{array}$$

1.2. Bringen Sie die Spannungsquellen  $E_i$  auf die rechte Seite der Gleichung

$$\begin{array}{cccccccccc} +U_{R1} & & & +U_{R4} & +U_{R5} & +U_{R6} & = & -E_1 & & +E_4 & -E_5 \\ & +U_{R2} & +U_{R3} & & & -U_{R6} & = & & +E_2 & +E_3 & +E_5 \end{array}$$

Setzen Sie für die Spannungsabfälle über die Widerstände die Form  $U_k = I_k R_k$  ein.

$$\begin{array}{cccccccccc} +R_1 \cdot I_1 & & +R_4 \cdot I_1 & +R_5 \cdot I_1 & +R_6 \cdot I_3 & = & -E_1 & & +E_4 & -E_5 \\ & +R_2 \cdot I_2 & +R_3 \cdot I_2 & & -R_6 \cdot I_3 & = & & +E_2 & +E_3 & +E_5 \end{array}$$

2. Bestimmen Sie die Knotenpunktgleichung für den Knoten A.

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

3. Stellen Sie aus den Maschengleichungen und der Knotengleichung ein Gleichungssystem zusammen.

- allgemein:

$$\begin{array}{rcll} (R_1+R_4+R_5) \cdot I_1 & + R_6 \cdot I_3 & = & -E_1 \quad +E_4 \quad -E_5 \\ & (R_2+R_3) \cdot I_2 & - R_6 \cdot I_3 & = \quad +E_2 \quad +E_3 \quad +E_5 \end{array}$$

- als Vektorgleichung (vereinfacht):

$$\begin{pmatrix} (R_1+R_4+R_5) & 0 & R_6 \\ 0 & (R_2+R_3) & -R_6 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -E_1+E_4-E_5 \\ +E_2+E_3+E_5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- mit Werten:

$$\begin{array}{rcl} 30 \cdot I_1 & +10 \cdot I_3 & = -4,5V +0,5V -1V \\ & 20 \cdot I_2 -10 \cdot I_3 & = +3V +1V +1V \\ I_1 & -I_2 & -I_3 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 30 \cdot I_1 & +10 \cdot I_3 & = -5V \\ & 20 \cdot I_2 -10 \cdot I_3 & = +5V \\ I_1 & -I_2 & -I_3 = 0 \end{array}$$

- als Vektorgleichung (vereinfacht):

$$\begin{pmatrix} 30 & 0 & 10 \\ 0 & 20 & -10 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5V \\ +5V \\ 0 \end{pmatrix}$$

**4. Bestimmen Sie die Determinante D sowie die Determinanten D<sub>1</sub> bis D<sub>3</sub> für die Ströme I<sub>1</sub> bis I<sub>3</sub>.**

$$D = \begin{vmatrix} (R_1+R_4+R_5) & 0 & R_6 \\ 0 & (R_2+R_3) & -R_6 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 30 & 0 & 10 \\ 0 & 20 & -10 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Zeile entwickelt:

$$\begin{aligned} D &= (-1)^2 30\Omega (-20\Omega - 10\Omega) + 0 + (-1)^4 10\Omega (0\Omega - 20\Omega) \\ &= 30\Omega(-30\Omega) + 10\Omega(-20\Omega) = -900\Omega^2 - 200\Omega^2 = -1100\Omega^2 = \mathbf{-1100 \text{ V}^2/\text{A}^2} \end{aligned}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} (-E_1+E_4-E_5) & 0 & R_6 \\ (E_2+E_3+E_5) & (R_2+R_3) & -R_6 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5V & 0 & 10 \\ 5V & 20 & -10 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Zeile entwickelt:

$$D_1 = (-1)^2 (-5V)(-20\Omega - 10\Omega) + 0 + (-1)^4 10\Omega (-5V - 0) \\ = (-5V)(-30\Omega) + 10\Omega(-5V) = 150V\Omega - 50V\Omega = \mathbf{100 V^2/A}$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} (R_1+R_4+R_5) & (-E_1+E_4-E_5) & R_6 \\ 0 & (E_2+E_3+E_5) & -R_6 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 30 & -5V & 10 \\ 0 & 5V & -10 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Zeile entwickelt:

$$D_2 = (-1)^2 30\Omega (-5V - 0) + (-1)^3 (-5V) (0 - [-10\Omega]) + (-1)^4 (10\Omega) (0 - 5V) \\ = 30\Omega (-5V) + (-1)(-5V) 10\Omega + 10\Omega (-5V) = -150V\Omega + 50V\Omega - 50V\Omega = \mathbf{-150 V^2/A}$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} (R_1+R_4+R_5) & 0 & (-E_1+E_4-E_5) \\ 0 & (R_2+R_3) & (E_2+E_3+E_5) \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 30 & 0 & -5V \\ 0 & 20 & 5V \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

nach der ersten Zeile entwickelt:

$$D_3 = (-1)^2 30\Omega (0 - [-1]5V) + 0 + (-1)^4 (-5V) (0 - 20\Omega) \\ = 30\Omega 5V + (-5V) (-20\Omega) = 150V\Omega + 100V\Omega = \mathbf{250 V^2/A}$$

5. Berechnen Sie die Ströme aus den Determinanten  $I_j = D_j/D$ .

$$D = -1100 \text{ V}^2/\text{A}^2$$

$$D_1 = 100 \text{ V}^2/\text{A} \quad I_1 = D_1/D = (100 \text{ V}^2/\text{A}) / (-1100 \text{ V}^2/\text{A}^2) = -0,09090\text{A} = \mathbf{-90,9 \text{ mA}}$$

$$D_2 = -150 \text{ V}^2/\text{A} \quad I_2 = D_2/D = (-150 \text{ V}^2/\text{A}) / (-1100 \text{ V}^2/\text{A}^2) = 0,13636\text{A} = \mathbf{136,36 \text{ mA}}$$

$$D_3 = 250 \text{ V}^2/\text{A} \quad I_3 = D_3/D = (250 \text{ V}^2/\text{A}) / (-1100 \text{ V}^2/\text{A}^2) = -0,22727\text{A} = \mathbf{-227,27 \text{ mA}}$$

6. Bestimmen Sie aus den Knotenströmen  $I_j$  die Ströme  $I_{R1}$  bis  $I_{R6}$ , die durch die Widerstände fließen.

$$I_{R1} = I_{R4} = I_{R5} = \mathbf{I_1 = -90,9 \text{ mA}}$$

$$I_{R1} = \mathbf{-90,9 \text{ mA}}$$

$$I_{R2} = \mathbf{136,36 \text{ mA}}$$

$$I_{R2} = I_{R3} = \mathbf{I_2 = 136,36 \text{ mA}}$$

$$I_{R3} = \mathbf{136,36 \text{ mA}}$$

$$I_{R4} = \mathbf{-90,9 \text{ mA}}$$

$$I_{R6} = \mathbf{I_3 = -227,27 \text{ mA}}$$

$$I_{R5} = \mathbf{-90,9 \text{ mA}}$$

$$I_{R6} = \mathbf{-227,27 \text{ mA}}$$

7. Bestimmen Sie aus den Strömen  $I_{R1}$  bis  $I_{R6}$  die Spannungen  $U_{R1}$  bis  $U_{R6}$ , die über die Widerstände  $R_1$  bis  $R_6$  abfallen.

$$U_{R1} = I_{R1} \cdot R_1 = -90,9\text{mA} \cdot 10\Omega = \mathbf{-909 \text{ mV}}$$

$$U_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = 136,36 \text{ mA} \cdot 10\Omega = \mathbf{1,3636 \text{ V}}$$

$$U_{R3} = I_{R3} \cdot R_3 = 136,36 \text{ mA} \cdot 10\Omega = \mathbf{1,3636 \text{ V}}$$

$$U_{R4} = I_{R4} \cdot R_4 = -90,9\text{mA} \cdot 10\Omega = \mathbf{-909 \text{ mV}}$$

$$U_{R5} = I_{R5} \cdot R_5 = -90,9\text{mA} \cdot 10\Omega = \mathbf{-909 \text{ mV}}$$

$$U_{R6} = I_{R6} \cdot R_6 = -227,27 \text{ mA} \cdot 10\Omega = \mathbf{-2,2727 \text{ V}}$$

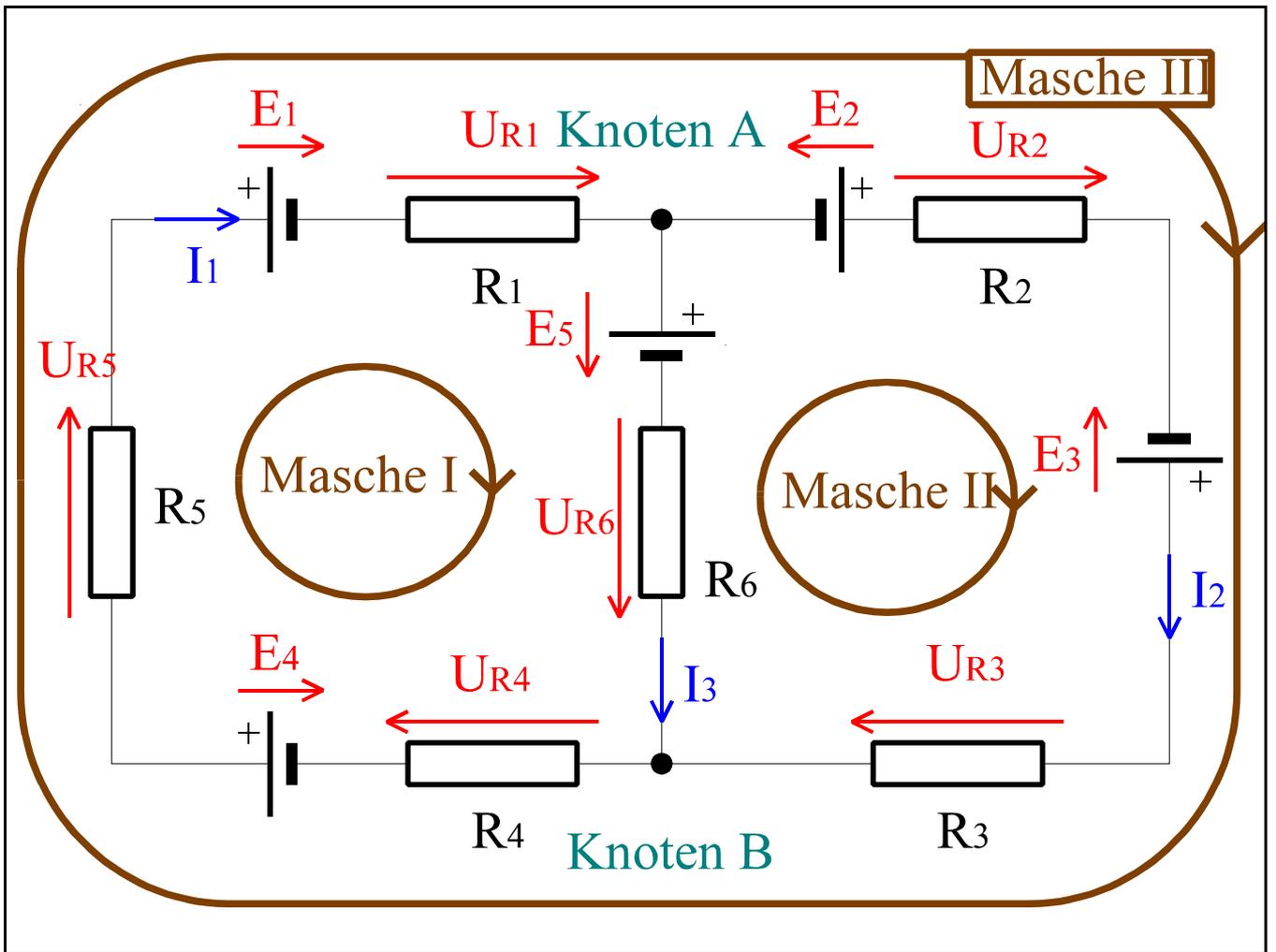


Abb. 3

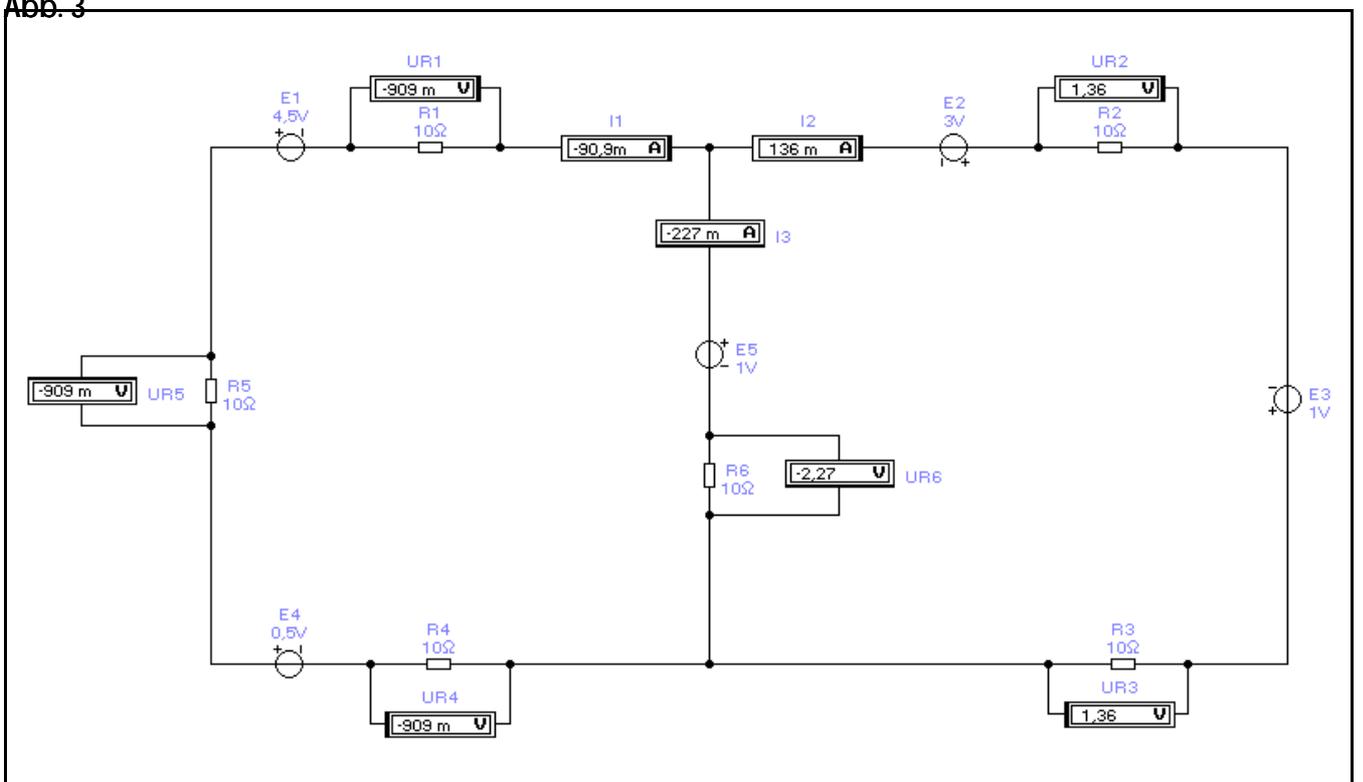


Abb. 4