

Aufgaben zum Fach Technische Informatik

1. Semester / Wintersemester 1996/97

Aufgabe 1.1.1. - Zeitabhängigkeit von Ladungen und Strömen

Gegeben ist folgende Funktion der Ladung in Abhängigkeit von der Zeit:

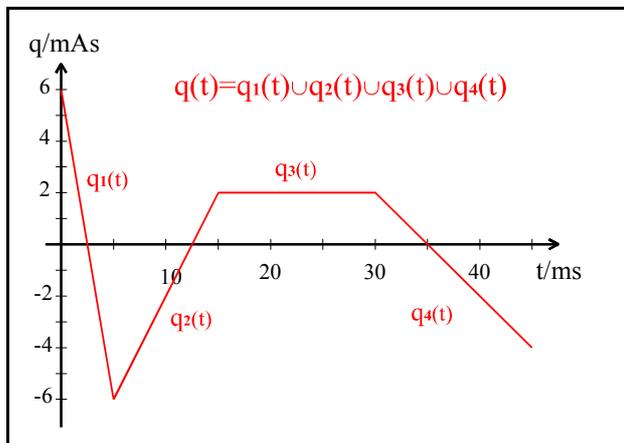


Abb. 1

$q_1(t) = -2,4A \cdot t + 6mAs$	für $t \in [0, 5)$ ms
$q_2(t) =$	für $t \in [5, 15)$ ms
$q_3(t) =$	für $t \in [15, 30)$ ms
$q_4(t) =$	für $t \in [30, 45)$ ms

Für die Bestimmung der Zeitfunktion können die abgeschlossenen Intervalle für t benutzt werden. Die hier angegebenen Intervalle für t sind notwendig, damit die Teilfunktionen an den entsprechenden Eckpunkten differenzierbar sind.

Aufgaben:

- Bestimmen Sie die Zeitfunktionen $q_1(t) \dots q_4(t)$.
- Berechnen Sie durch Differentiation der Gleichungen $q_1(t) \dots q_4(t)$ nach der Zeit die Funktionen $i_1(t) \dots i_4(t)$ für die 4 Intervalle.
Geben Sie die Zeitintervalle an.
- Zeichnen Sie das Zeitdiagramm für $i_1(t) \dots i_4(t)$ ähnlich Abb. 1.

Bemerkungen:

Als Beispiel wurde die Zeitfunktion $q_1(t)$ ausgerechnet.
 Für die einzelnen Intervalle von $q_1(t)$ wurden die definierten Werte für t vorgegeben.
 Vergessen Sie bei den Zeitfunktionen die Maßeinheiten nicht!

Aufgabe 1.1.2. - Ströme in Knoten von Netzwerken

Gegeben ist folgendes Netzwerk:

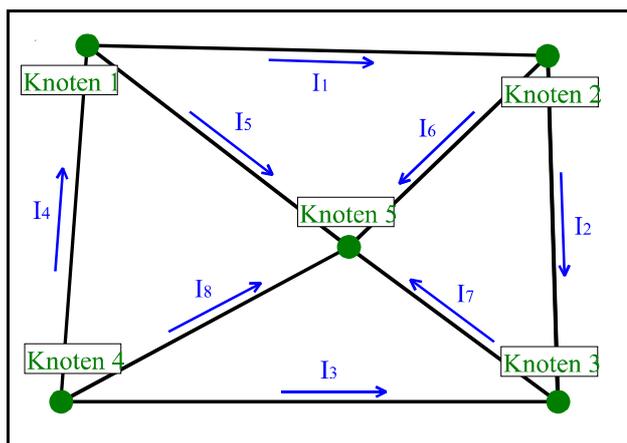


Abb. 2

Hinweis:

Beachten Sie, daß man eine Gleichung mit (-1) durchmultiplizieren kann.

Die Ströme $I_1 \dots I_8$ stehen für Ströme über eine Kombination von Spannungsquellen, -von Spannungsabfällen über Widerstände oder beides.

Aufgaben:

- Bestimmen Sie die Knotenpunktgleichungen für die Knotenpunkte 1 ... 5.
- Beweisen Sie, daß man durch die Addition der Gleichungen für die Knotenpunkte 1 ... 4 die Gleichung für den Knotenpunkt 5 berechnen kann (lineare Abhängigkeit). Die zum Knoten laufenden Ströme sind positiv und die vom Knoten weglaufenden Ströme sind als negativ anzusetzen.

Beispiel : Knoten 1: $-1 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 1 \cdot I_4 - 1 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 + 0 \cdot I_8 = 0$

Aufgabe 1.1.3. - Spannungen in Maschen von Netzwerken

Gegeben ist folgendes Netzwerk:

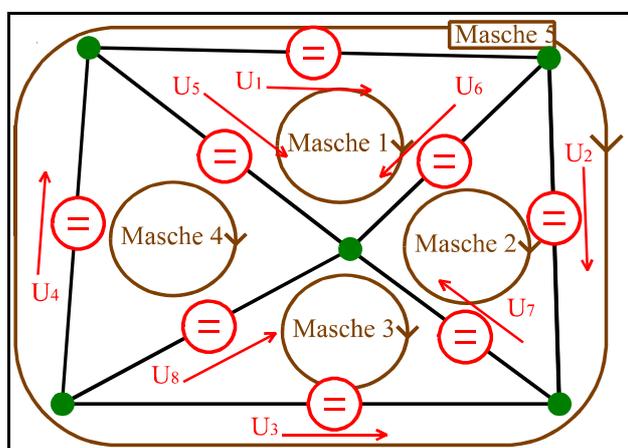


Abb. 3

Hinweis:

Beachten Sie, daß man eine Gleichung mit (-1) durchmultiplizieren kann.

Die Spannungen $U_1 \dots U_8$ stehen für eine Kombination von Spannungsquellen, -von Spannungsabfällen über Widerstände oder beides.

Aufgaben:

- Bestimmen Sie die Maschengleichungen für die Maschen 1 ... 5.
- Beweisen Sie, daß man durch die Addition der Gleichungen für die Maschen 1 ... 4 die Gleichung für den Masche 5 berechnen kann (lineare Abhängigkeit). Die in Maschenrichtung liegenden Spannungen sind positiv und die entgegengesetzten sind als negativ anzusetzen.

Beispiel : Masche 1: $+1 \cdot U_1 + 0 \cdot U_2 + 0 \cdot U_3 + 0 \cdot U_4 - 1 \cdot U_5 + 1 \cdot U_6 + 0 \cdot U_7 + 0 \cdot U_8 = 0$

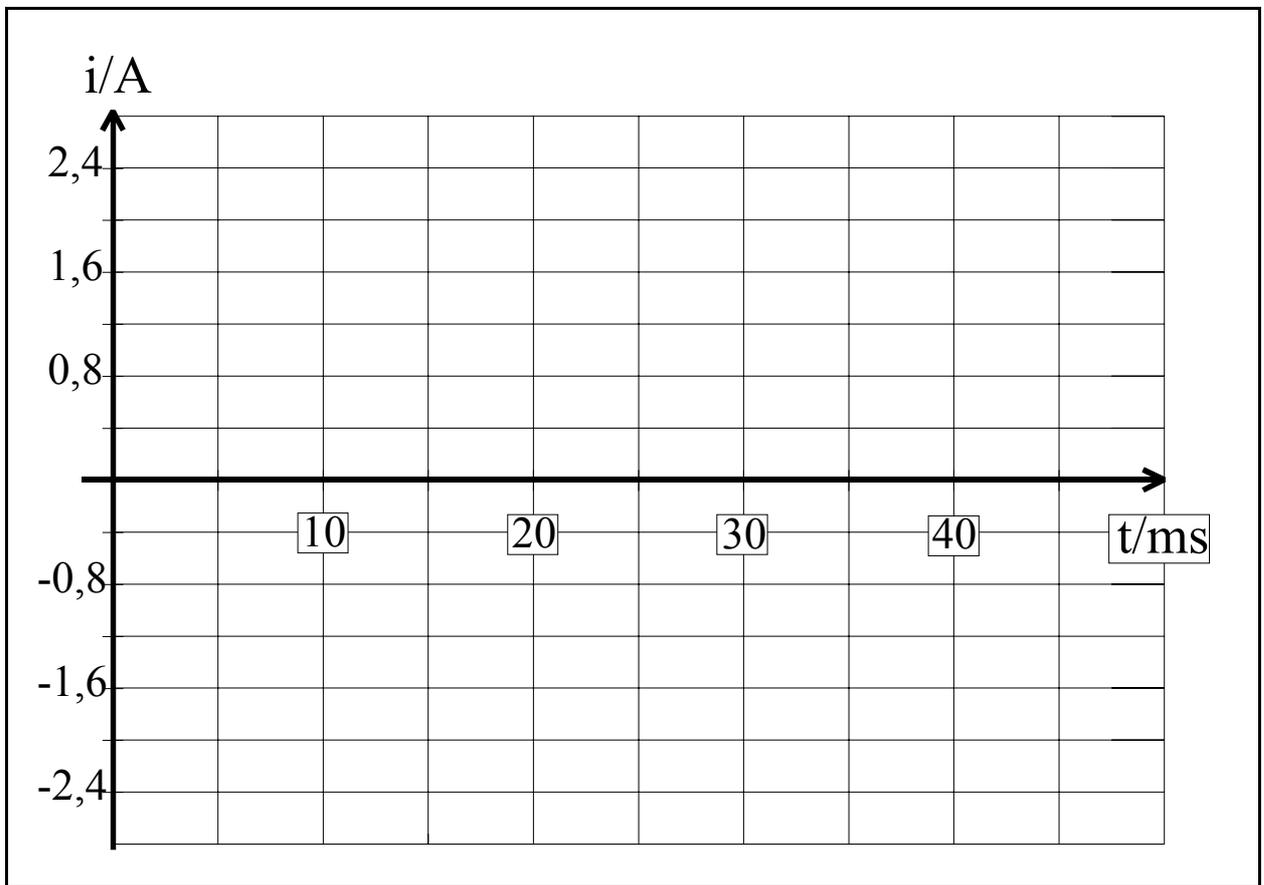


Abb. 4

Lösungen:

Lösung: Aufgabe 1.1.1.

1. Bestimmung der Zeitfunktionen der Ladungen $q_1(t) \dots q_4(t)$.

$$q=f(t)=at+b$$

Befindet sich die Gerade im Intervall $[t_1, t_2]$ so gilt für zwei Punkte:

$$q_1=at_1+b \text{ und } q_2=at_2+b$$

und es folgt:

$$a=(q_2-q_1)/(t_2-t_1) \text{ und } b=q_1-at_1=q_2-at_2$$

1. Geradenabschnitt $q \in [6; -6] \text{ mAs}$, $t \in [0; 5] \text{ ms}$

$$a=(-6 \text{ mAs} - 6 \text{ mAs}) / (5 \text{ ms} - 0 \text{ ms}) = -12 \text{ mAs} / 5 \text{ ms} = \mathbf{-2,4 \text{ A}}$$

$$b=6 \text{ mAs} - 2,4 \text{ A} \cdot 0 \text{ ms} = \mathbf{6 \text{ mAs}}$$

$$=-6 \text{ mAs} - (-2,4 \text{ A} \cdot 5 \text{ ms}) = -6 \text{ mAs} + 12 \text{ mAs} = \mathbf{6 \text{ mAs}}$$

$$\mathbf{q_1(t) = -2,4 \text{ A} \cdot t + 6 \text{ mAs} \quad \text{für } t \in [0, 5] \text{ ms}}$$

2. Geradenabschnitt $q \in [-6; 2] \text{ mAs}$, $t \in [5; 15] \text{ ms}$

$$a=(2 \text{ mAs} - [-6 \text{ mAs}]) / (15 \text{ ms} - 5 \text{ ms}) = 8 \text{ mAs} / 10 \text{ ms} = \mathbf{0,8 \text{ A}}$$

$$b=-6 \text{ mAs} - 0,8 \text{ A} \cdot 5 \text{ ms} = -6 \text{ mAs} - 4 \text{ mAs} = \mathbf{-10 \text{ mAs}}$$

$$=2 \text{ mAs} - 0,8 \text{ A} \cdot 15 \text{ ms} = 2 \text{ mAs} - 12 \text{ mAs} = \mathbf{-10 \text{ mAs}}$$

$$\mathbf{q_2(t) = 0,8 \text{ A} \cdot t - 10 \text{ mAs} \quad \text{für } t \in [5, 15] \text{ ms}}$$

3. Geradenabschnitt $q \in [2; 2] \text{ mAs}$, $t \in [15; 30] \text{ ms}$

$$a=(2 \text{ mAs} - 2 \text{ mAs}) / (30 \text{ ms} - 15 \text{ ms}) = 0 \text{ mAs} / 15 \text{ ms} = \mathbf{0 \text{ A}}$$

$$b=2 \text{ mAs} - 0 \text{ A} \cdot 15 \text{ ms} = 2 \text{ mAs} - 0 \text{ mAs} = \mathbf{2 \text{ mAs}}$$

$$=2 \text{ mAs} - 0 \text{ A} \cdot 30 \text{ ms} = 2 \text{ mAs} - 0 \text{ mAs} = \mathbf{2 \text{ mAs}}$$

$$\mathbf{q_3(t) = 2 \text{ mAs} \quad \text{für } t \in [15, 30] \text{ ms}}$$

4. Geradenabschnitt $q \in [2; -4] \text{ mAs}$, $t \in [30; 45] \text{ ms}$

$$a=(-4 \text{ mAs} - 2 \text{ mAs}) / (45 \text{ ms} - 30 \text{ ms}) = -6 \text{ mAs} / 15 \text{ ms} = \mathbf{-0,4 \text{ A}}$$

$$b=2 \text{ mAs} - [-0,4 \text{ A} \cdot 30 \text{ ms}] = 2 \text{ mAs} + 12 \text{ mAs} = \mathbf{14 \text{ mAs}}$$

$$=-4 \text{ mAs} - [-0,4 \text{ A} \cdot 45 \text{ ms}] = -4 \text{ mAs} + 18 \text{ mAs} = \mathbf{14 \text{ mAs}}$$

$$\mathbf{q_4(t) = -0,4 \text{ A} \cdot t + 14 \text{ mAs} \quad \text{für } t \in [30, 45] \text{ ms}}$$

2. Bestimmung der Zeitfunktionen der Ströme $i_1(t) \dots i_4(t)$.

$$i=f(t)=d[q(t)]/dt$$

1. Geradenabschnitt $q_1(t)=-2,4A \cdot t+6mAs$ für $t \in [0,5)$ ms

$$i_1(t)=d[q_1(t)]/dt=d[-2,4A \cdot t+6mAs]/dt=-2,4A$$

2. Geradenabschnitt $q_2(t)=0,8A \cdot t-10mAs$ für $t \in [5,15)$ ms

$$i_2(t)=d[q_2(t)]/dt=d[0,8A \cdot t-10mAs]/dt=0,8A$$

3. Geradenabschnitt $q_3(t)=2mAs$ für $t \in [15,30)$ ms

$$i_3(t)=d[q_3(t)]/dt=d[2mAs]/dt=0$$

4. Geradenabschnitt $q_4(t)=-0,4A \cdot t+14mAs$ für $t \in [30,45)$ ms

$$i_4(t)=d[q_4(t)]/dt=d[-0,4A \cdot t+14mAs]/dt=-0,4A$$

Ergebnis:

$i_1(t)=-2,4A$ für $t \in [0,5)$ ms

$i_2(t)=0,8A$ für $t \in [5,15)$ ms

$i_3(t)=0$ für $t \in [15,30)$ ms

$i_4(t)=-0,4A$ für $t \in [30,45)$ ms

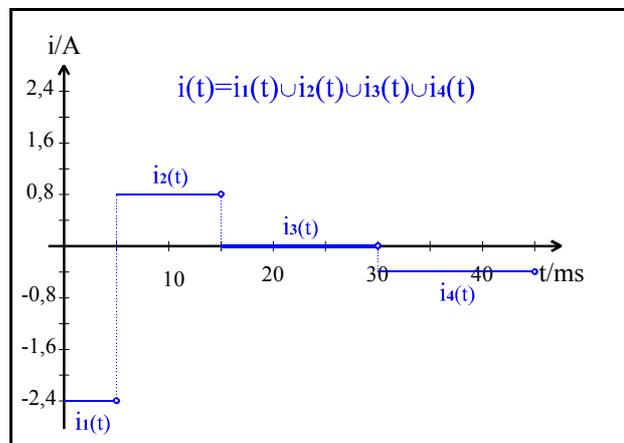


Abb. 5

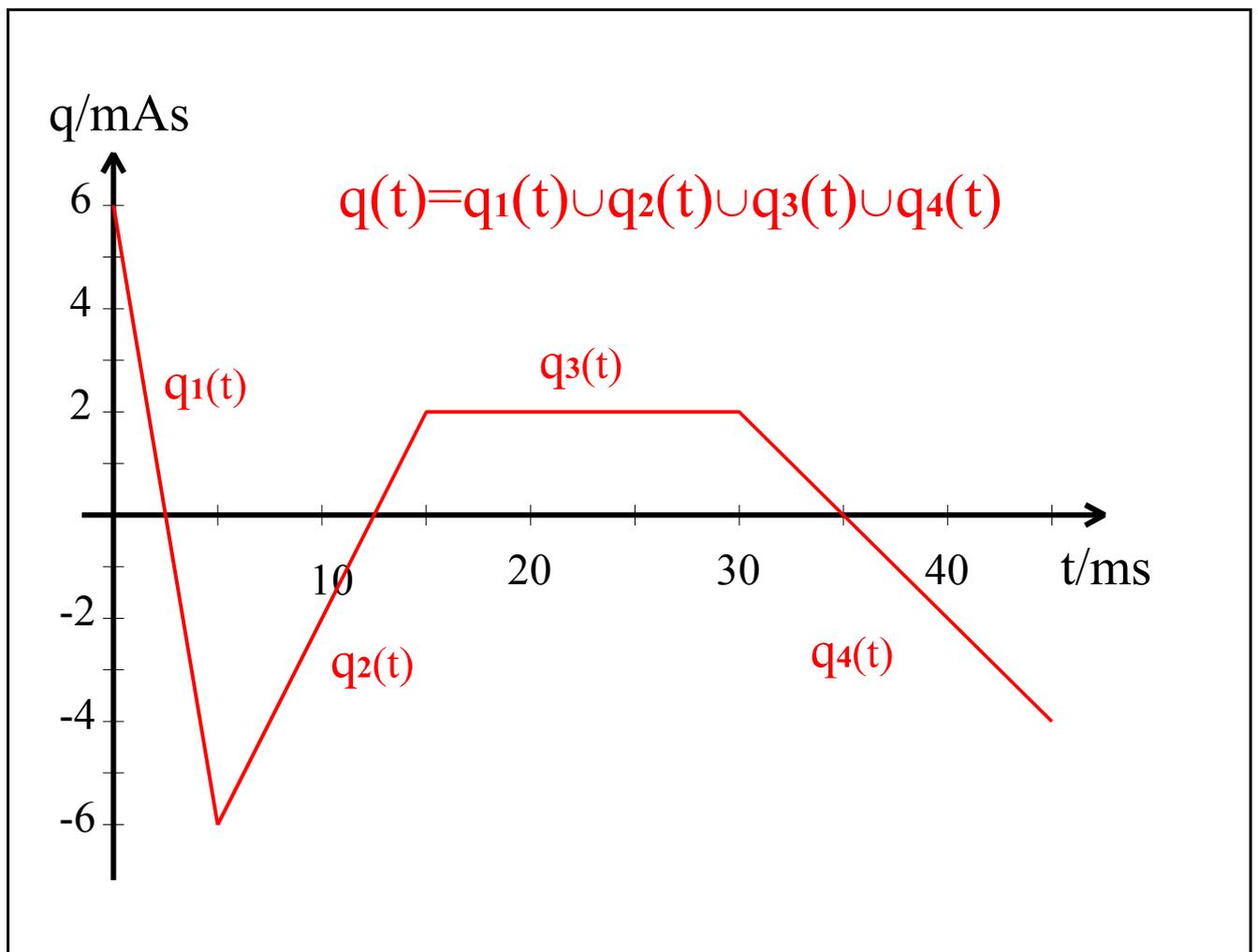


Abb. 6

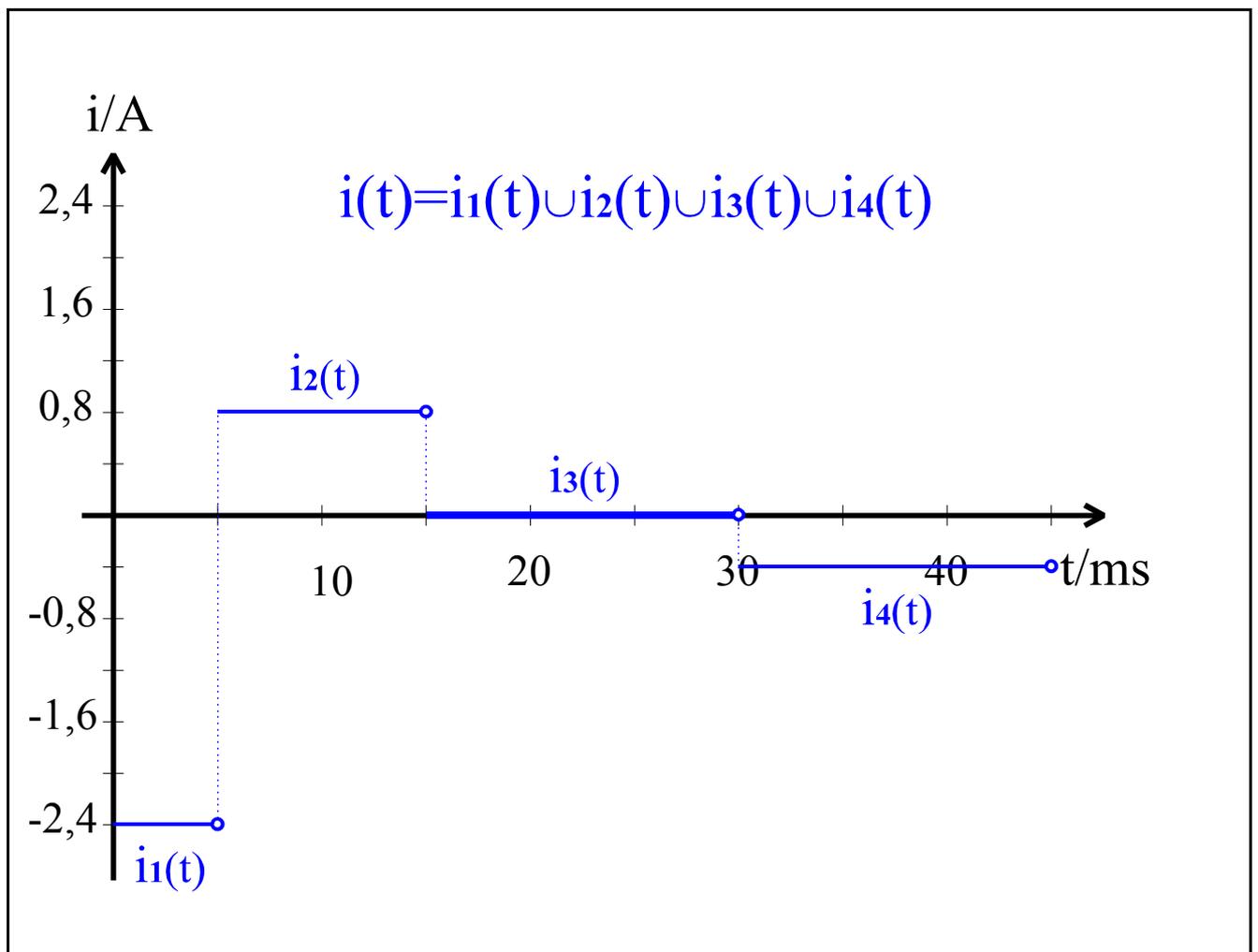


Abb. 7

Lösung: Aufgabe 1.1.2.

$$\text{Knoten 1: } -1 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 1 \cdot I_4 - 1 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 + 0 \cdot I_8 = 0$$

$$\text{Knoten 2: } +1 \cdot I_1 - 1 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 - 1 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 + 0 \cdot I_8 = 0$$

$$\text{Knoten 3: } +0 \cdot I_1 + 1 \cdot I_2 + 1 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 - 1 \cdot I_7 + 0 \cdot I_8 = 0$$

$$\text{Knoten 4: } +0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 - 1 \cdot I_3 - 1 \cdot I_4 + 0 \cdot I_5 + 0 \cdot I_6 + 0 \cdot I_7 - 1 \cdot I_8 = 0$$

$$\text{Knoten 5: } +0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 - 1 \cdot I_5 - 1 \cdot I_6 - 1 \cdot I_7 - 1 \cdot I_8 = 0 \quad (\text{berechnet})$$

Multipliziert man die Gleichung für den Knoten 5 mit (-1) durch dann erhält man:

$$\text{Knoten 5: } +0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 1 \cdot I_5 + 1 \cdot I_6 + 1 \cdot I_7 + 1 \cdot I_8 = 0 \quad (\text{berechnet})$$

zum Vergleich:

$$\text{Knoten 5: } +0 \cdot I_1 + 0 \cdot I_2 + 0 \cdot I_3 + 0 \cdot I_4 + 1 \cdot I_5 + 1 \cdot I_6 + 1 \cdot I_7 + 1 \cdot I_8 = 0 \quad (\text{abgelesen})$$

Die lineare Abhängigkeit des letzten Knotens von den vorherigen resultiert aus der Tatsache, daß nicht nur in den Knoten, sondern auch in der abgeschlossenen Schaltung die Summe aller Ströme gleich 0 ist.

Lösung: Aufgabe 1.1.3.

$$\text{Masche 1: } +1 \cdot U_1 + 0 \cdot U_2 + 0 \cdot U_3 + 0 \cdot U_4 - 1 \cdot U_5 + 1 \cdot U_6 + 0 \cdot U_7 + 0 \cdot U_8 = 0$$

$$\text{Masche 2: } +0 \cdot U_1 + 1 \cdot U_2 + 0 \cdot U_3 + 0 \cdot U_4 + 0 \cdot U_5 - 1 \cdot U_6 + 1 \cdot U_7 + 0 \cdot U_8 = 0$$

$$\text{Masche 3: } +0 \cdot U_1 + 0 \cdot U_2 - 1 \cdot U_3 + 0 \cdot U_4 + 0 \cdot U_5 + 0 \cdot U_6 - 1 \cdot U_7 + 1 \cdot U_8 = 0$$

$$\text{Masche 4: } +0 \cdot U_1 + 0 \cdot U_2 + 0 \cdot U_3 + 1 \cdot U_4 + 1 \cdot U_5 + 0 \cdot U_6 + 0 \cdot U_7 - 1 \cdot U_8 = 0$$

$$\text{Masche 5: } +1 \cdot U_1 + 1 \cdot U_2 - 1 \cdot U_3 + 1 \cdot U_4 + 0 \cdot U_5 + 0 \cdot U_6 + 0 \cdot U_7 + 0 \cdot U_8 = 0 \quad (\text{berechnet})$$

zum Vergleich:

$$\text{Masche 5: } +1 \cdot U_1 + 1 \cdot U_2 - 1 \cdot U_3 + 1 \cdot U_4 + 0 \cdot U_5 + 0 \cdot U_6 + 0 \cdot U_7 + 0 \cdot U_8 = 0 \quad (\text{abgelesen})$$

Die lineare Abhängigkeit der letzten Masche von den vorherigen resultiert aus der Tatsache, daß nicht nur in den Maschen, sondern auch in der abgeschlossenen Schaltung die Summe aller Spannungen gleich 0 ist.

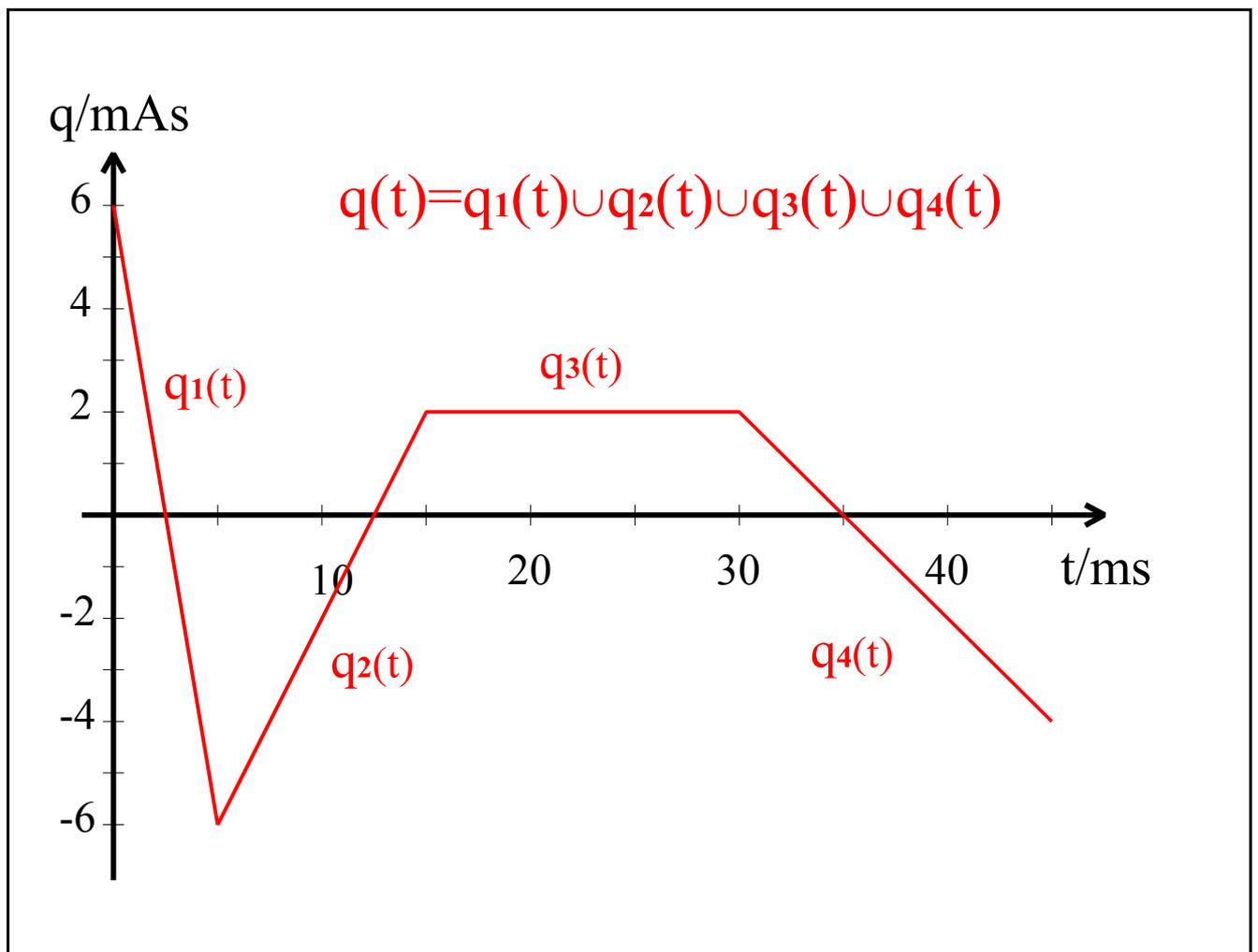


Abb. 8

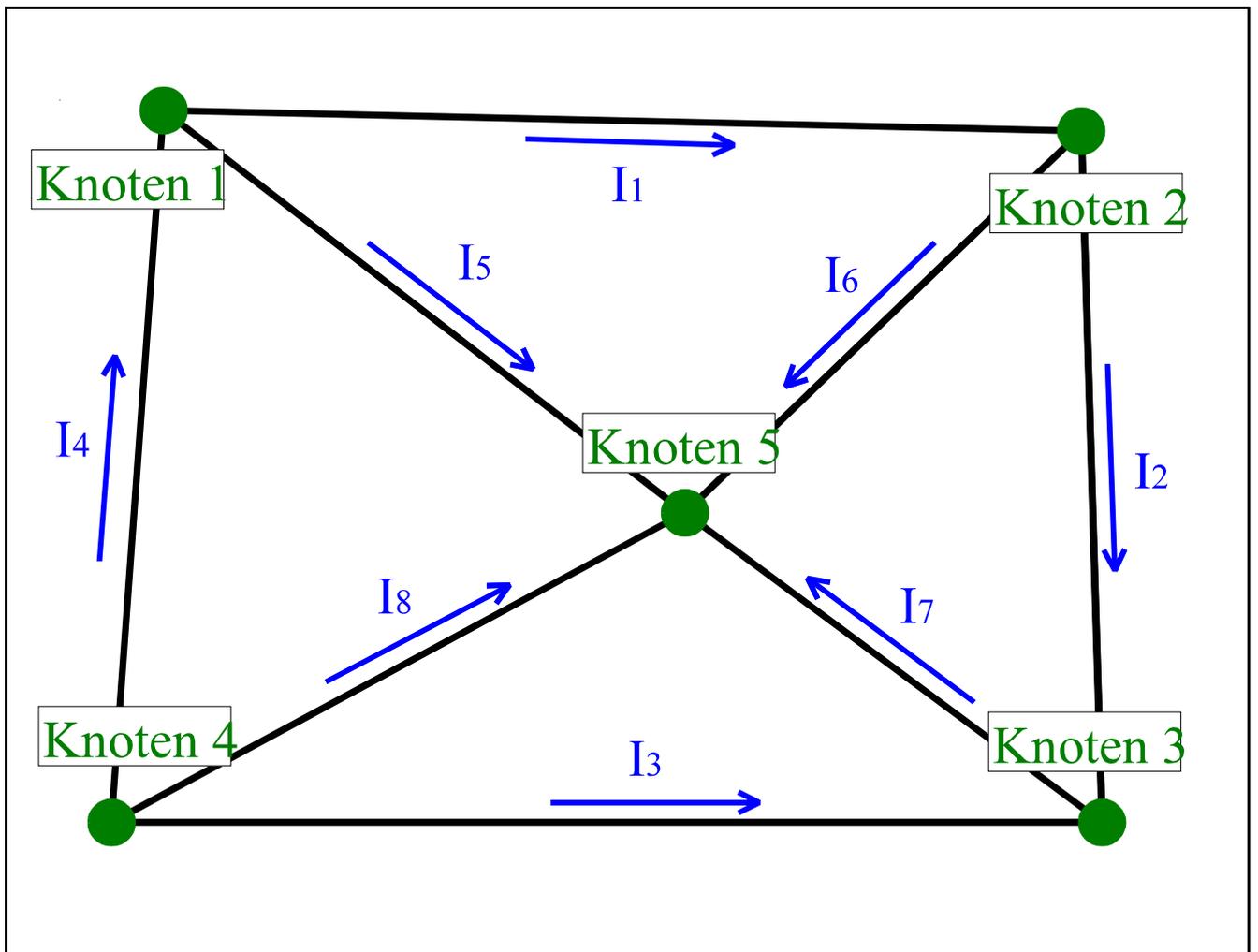


Abb. 9

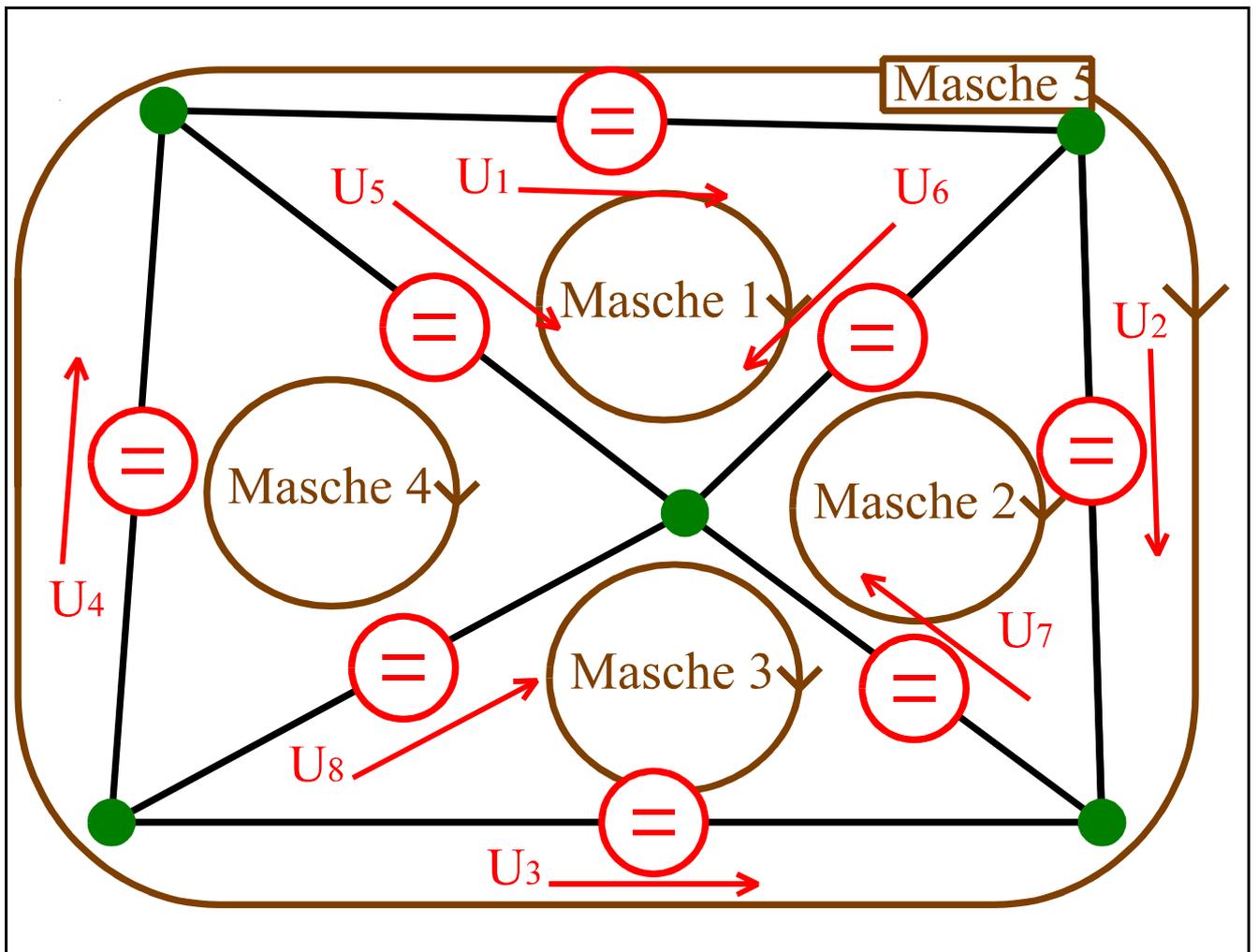


Abb. 10