

Übung und Seminar zur Vorlesung

„Grundlagen der Technischen Informatik 2“

4. Aufgabenkomplex

1. Aufgabe

1. Aufgabe

Dont' care - Minimierung

Gegeben ist folgendes KV-Diagramm:

Q		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0			1		0	x_1
	0	x ₂	x ₃	1	1	1	
	1			x ₁₅		1	
	1			x ₁₃	x ₁₂	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

Die Minterme und Maxterme sollen unter verschiedenen Optionen minimiert werden.

1. Aufgabe

1. Aufgabe

Dont' care – Minimierung

- 1.1. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die disjunktiv minimierte logische Gleichung Q_{1-dis} für $x=1$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{1-dis})$
- 1.2. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die konjunktiv minimierte logische Gleichung Q_{1-kon} für $x=1$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{1-kon})$
- 1.3. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die disjunktiv minimierte logische Gleichung Q_{0-dis} für $x=0$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{0-dis})$
- 1.4. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die konjunktiv minimierte logische Gleichung Q_{0-kon} für $x=0$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{0-kon})$
- 1.5. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die disjunktiv minimierte logische Gleichung $Q_{bel-dis}$ für $x=$ beliebig (don't care) und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{bel-dis})$
- 1.6. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{bel-dis}$ (nicht gefordert)
- 1.7. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die konjunktiv minimierte logische Gleichung $Q_{bel-kon}$ für $x=$ beliebig (don't care) und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{bel-kon})$
- 1.8. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{bel-kon}$ (nicht gefordert)

2. Aufgabe

2. Aufgabe

Minimierung nach Quine-McCluskey

Gegeben ist folgendes KV-Diagramm:

Q		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 ₀	1 ₁	1 ₅	4	x_1	0
	0	1 ₂	1 ₃	1 ₇	6		1
	1	10	1 ₁₁	1 ₁₅	14		1
	1	1 ₈	9	1 ₁₃	1 ₁₂		0
		0	0	1	1		
		x_2					

Die Minterme sollen nach Quine-McCluskey minimiert werden.

2. Aufgabe

Minimierung nach Quine-McCluskey

- 2.1. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle und die Anzahl der Einsen für jeden Minterm
- 2.2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'schen" Tabellen
- 2.3. Bestimmen Sie die 2. "Quine'sche" Tabelle
- 2.4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \bar{u}_f
- 2.5. Minimieren Sie die Gleichung und bestimmen Sie die Lösungen $Q_{D1} - Q_{Dk}$ (wenn vorhanden) mit den geringsten Kosten und die Kosten
- 2.6. Zeichnen Sie den Schaltplan **einer** der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten (nicht gefordert)

Punkteverteilung:

Gesamtpunktzahl: 30 Punkte

Aufgabe 1.1-1.8 je 3 Punkte

Aufgabe 2.1 -2.2 je 3 Punkte

Aufgabe 2.3-2.6 je 2 Punkte

davon Aufgabe 1.6, 1.8 und 2.6 je 0 Punkte (nicht gefordert)

Bemerkung:

- Gemeinschaftsarbeiten sind nicht erlaubt. Jeder muss ein Aufgabenblatt abgeben.
- Bei Unklarheiten jeder Art, bitte auf dem Lernserver im entsprechenden Verzeichnis nachsehen.
- Haben mehr als 2/3 der Studenten den Aufgabenkomplex abgegeben, dann werden die Lösungen ins Netz gestellt.
- Die Schaltungen sind streng zu zeichnen, d.h. es sind alle Inverter zu zeichnen.
- Die konjunktive Baumdarstellung bitte aus der kanonisch konjunktive Normalform erstellen.
- Im Allgemeinen sind die Variablen gewichtet x_0 entspricht 2^0 , x_1 entspricht 2^1 , usw., so dass man die Minterme und Maxterme als Zahl auffassen kann.
- Es sind, wenn nicht ausdrücklich anders gefordert, nur AND-, OR- und NOT-Gatter zu verwenden.
- Es sind Gatter mit beliebig vielen Eingängen erlaubt.
- Im Venn-Diagramm bei den Mintermen bitte ausmalen oder eine 1 hineinschreiben
- Bei der Wertetabelle brauchen nur die Einsen geschrieben werden, ebenso im KV-Diagramm. Leere Felder sind immer gleich 0.

Bemerkung:

- Kernprimimplikanten sind eine Untermenge der Primimplikanten.
Primimplikanten sind eine Untermenge der Implikanten.
Im einfachsten Fall sind die Kernprimimplikanten gleich den Primimplikanten.
Analog gilt das auch für die Implikate.
- Kennzeichnung von
Implikanten (I), Primimplikanten (PI) und Kernprimimplikanten (KPI),
Implikate (Ika), Primimplikate (PIka) und Kernprimimplikate (KPIka)
Beispiel für Primimplikate 1. Ordnung : (1,5), (2,10), (9,13)
→ PIka2{(1,5), (2,10), (9,13)} usw.
- Die Kosten sind entsprechend der Kostenbestimmung im Quine-McCluskey
Verfahren aus der Vorlesung zu berechnen. Für n-Variablen hat der (Prim)implikant
0. Ordnung (Minterm) die Kosten n, der (Prim)implikant 1. Ordnung (2er Block) die
Kosten n-1 usw.
Analog gilt es auch für die (Prim)implikate
Es kann mehrere minimale Funktionen mit gleichen Kosten geben.

Hilfswerkzeuge:

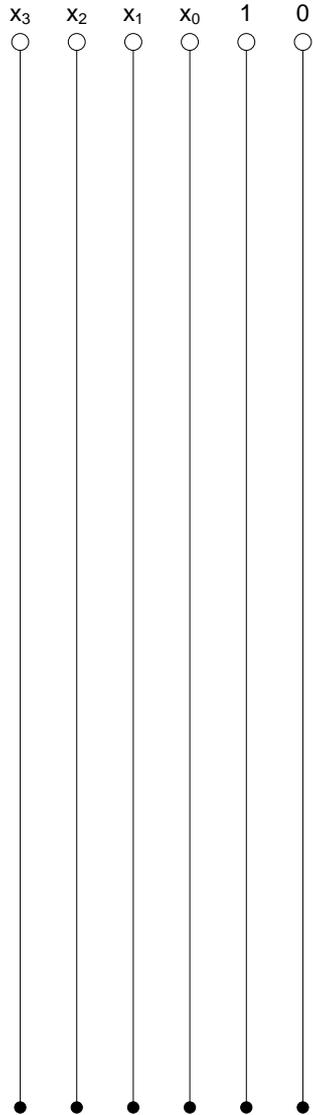
KV-Diagramm

Q		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0	1	5	4	0	x_1
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

KV-Diagramm

Q		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0	1	5	4	0	x_1
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

Hilfswerkzeuge:



04.06.2009

Hilfswerkzeuge:

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Q	Anzahl-Einsen
0	0000		
1	0001		
2	0010		
3	0011		
4	0100		
5	0101		
6	0110		
7	0111		
8	1000		
9	1001		
10	1010		
11	1011		
12	1100		
13	1101		
14	1110		
15	1111		

1. Aufgabe Lösung

Dont' care – Minimierung

- 1.1. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die disjunktiv minimierte logische Gleichung Q_{1-dis} für $x=1$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{1-dis})$
- 1.2. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die konjunktiv minimierte logische Gleichung Q_{1-kon} für $x=1$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{1-kon})$
- 1.3. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die disjunktiv minimierte logische Gleichung Q_{0-dis} für $x=0$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{0-dis})$
- 1.4. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die konjunktiv minimierte logische Gleichung Q_{0-kon} für $x=0$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{0-kon})$
- 1.5. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die disjunktiv minimierte logische Gleichung $Q_{bel-dis}$ für $x=$ beliebig (don't care) und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{bel-dis})$
- 1.6. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{bel-dis}$
- 1.7. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die konjunktiv minimierte logische Gleichung $Q_{bel-kon}$ für $x=$ beliebig (don't care) und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{bel-kon})$
- 1.8. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{bel-kon}$

Lösung - 1. Aufgabe

- 1.1. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die disjunktiv minimierte logische Gleichung Q_{1-dis} für $x=1$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{1-dis})$
- 1.2. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die konjunktiv minimierte logische Gleichung Q_{1-kon} für $x=1$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{1-kon})$

Q		x_0				
		0	1	1	0	
x_3	0			1		0
	0	1	1	1	1	1
	1			1		1
	1			1	1	0
		0	0	1	1	
		x_2				

$$Q_{1-dis} = \bar{x}_3 x_1 \vee x_2 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1$$

$$Kosten(Q_{1-dis}) = 7$$

$$Q_{1-kon} = (x_2 \vee x_1)(\bar{x}_3 \vee x_2)(x_3 \vee x_1 \vee x_0)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \vee x_0)$$

$$Kosten(Q_{1-kon}) = 10$$

Lösung - 1. Aufgabe

- 1.3. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die disjunktiv minimierte logische Gleichung Q_{0-dis} für $x=0$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{0-dis})$
- 1.4. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die konjunktiv minimierte logische Gleichung Q_{0-kon} für $x=0$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{0-kon})$

Q		x_0				
		0	1	1	0	
x_3	0	0	1	5	4	0
	0	2	3	7	6	1
	1	10	11	15	14	1
	1	8	9	13	12	0
		0	0	1	1	
		x_2				

$$Q_{0-dis} = \bar{x}_3 x_2 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 x_1$$

$$Kosten(Q_{0-dis}) = 6$$

$$Q_{0-kon} = x_2 \bar{x}_3 (x_1 \vee x_0)$$

$$Kosten(Q_{0-kon}) = 4$$

Lösung - 1. Aufgabe

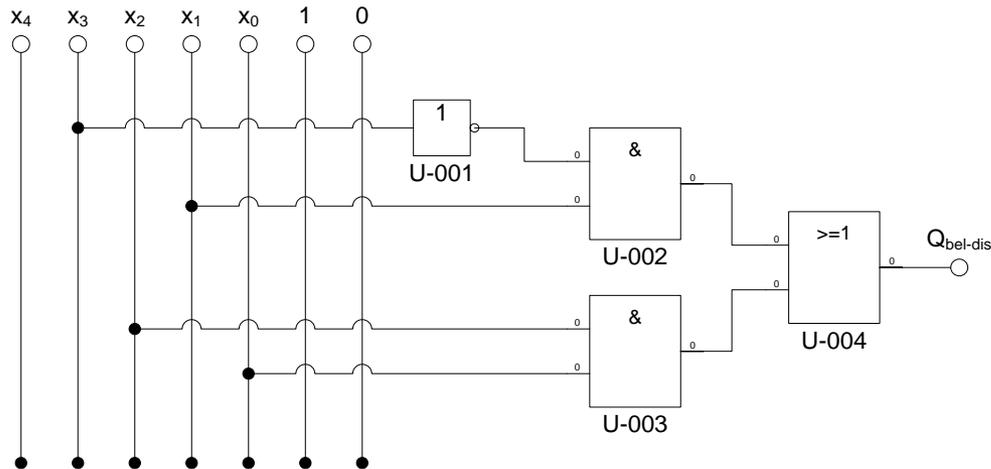
1.5. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die disjunktiv minimierte logische Gleichung $Q_{bel-dis}$ für x =beliebig (don't care) und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{bel-dis})$

Q		x_0				
		0	1	1	0	
x_3	0			1		0
	0	1	1	1	1	1
	1			1		1
	1			1		0
		0	0	1	1	
		x_2				

$$Q_{bel-dis} = \bar{x}_3 x_1 \vee x_2 x_0$$

$$Kosten(Q_{bel-dis}) = 4$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.6. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{bel-dis}$ 

$$Q_{bel-dis} = \bar{x}_3 x_1 \vee x_2 x_0$$

$$Kosten(Q_{bel-dis}) = 4$$

Lösung - 1. Aufgabe

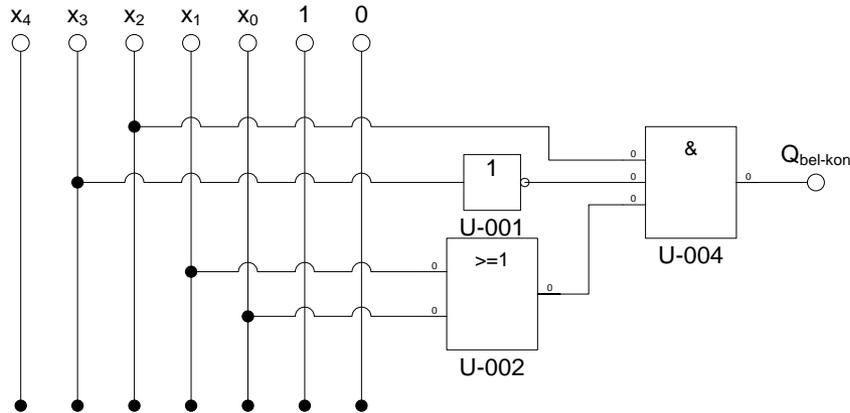
1.7. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die konjunktiv minimierte logische Gleichung $Q_{bel-kon}$ für x =beliebig (don't care) und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{bel-kon})$

Q		x_0				
		0	1	1	0	
x_3	0	0	1	5	4	0
	0	2	3	7	6	1
	1	10	11	15	14	1
	1	8	9	13	12	0
		0	0	1	1	
		x_2				

$$Q_{bel-kon} = x_2 \bar{x}_3 (x_1 \vee x_0)$$

$$Kosten(Q_{bel-kon}) = 4$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.8. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{\text{bel-kon}}$ 

$$Q_{\text{bel-kon}} = x_2 \bar{x}_3 (x_1 \vee x_0)$$

$$\text{Kosten}(Q_{\text{bel-kon}}) = 4$$

2. Aufgabe Lösung

Minimierung nach Quine-McCluskey

- 2.1. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle und die Anzahl der Einsen für jeden Minterm
- 2.2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'schen" Tabellen
- 2.3. Bestimmen Sie die 2. "Quine'sche" Tabelle
- 2.4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \bar{u}_f
- 2.5. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen Q_{D1} - Q_{Dk} (wenn vorhanden) mit den geringsten Kosten und die Kosten
- 2.6. Zeichnen Sie den Schaltplan **einer** der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten

Lösung - 2. Aufgabe

2. Aufgabe Lösung

2.1. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle und die Anzahl der Einsen für jeden Minterm

Q		x_0				
		0	1	1	0	
x_3	0	1 ₀	1 ₁	1 ₅	4	0
	0	1 ₂	1 ₃	1 ₇	6	1
	1	10	1 ₁₁	1 ₁₅	14	1
	1	1 ₈	9	1 ₁₃	1 ₁₂	0
		0	0	1	1	
		x_2				

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Q	Anzahl-Einsen
0	0000	1	0
1	0001	1	1
2	0010	1	1
3	0011	1	2
4	0100		1
5	0101	1	2
6	0110		2
7	0111	1	3
8	1000	1	1
9	1001		2
10	1010		2
11	1011	1	3
12	1100	1	2
13	1101	1	3
14	1110		3
15	1111	1	4

Lösung - 2. Aufgabe

2.1. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle und die Anzahl der Einsen für jeden Minterm

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Q	Anzahl-Einsen
0	0000	1	0
1	0001	1	1
2	0010	1	1
3	0011	1	2
4	0100		1
5	0101	1	2
6	0110		2
7	0111	1	3
8	1000	1	1
9	1001		2
10	1010		2
11	1011	1	3
12	1100	1	2
13	1101	1	3
14	1110		3
15	1111	1	4

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Q	Anzahl-Einsen
0	0000	1	0
1	0001	1	1
2	0010	1	1
8	1000	1	1
3	0011	1	2
5	0101	1	2
12	1100	1	2
7	0111	1	3
11	1011	1	3
13	1101	1	3
15	1111	1	4

Lösung - 2. Aufgabe

2.2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'schen" Tabellen

1.Quine'sche Tabelle		0. Ordnung
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0	0000	
1	0001	
2	0010	
8	1000	
3	0011	
5	0101	
12	1100	
7	0111	
11	1011	
13	1101	
15	1111	

Lösung - 2. Aufgabe

2.2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'schen" Tabellen

1.Quine'sche Tabelle		1. Ordnung	
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	
0,1	000-		
0,2	00-0		
0,8	-000	P1,1	
1,3	00-1		
1,5	0-01		
2,3	001-		
8,12	1-00	P1,2	
3,7	0-11		
3,11	-011		
5,7	01-1		
5,13	-101		
12,13	110-	P1,3	

1.Quine'sche Tabelle		1. Ordnung	
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	
7,15	-111		
11,15	1-11		
13,15	11-1		

Lösung - 2. Aufgabe

2.2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'schen" Tabellen

1.Quine'sche Tabelle		2. Ordnung
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1,2,3	00--	
0,2,1,3	00--	
1,3,5,7	0--1	
1,5,3,7	0--1	
3,7,11,15	--11	
3,11,7,15	--11	
5,7,13,15	-1-1	
5,13,5,15	-1-1	

1.Quine'sche Tabelle		2. Ordnung
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1,2,3	00--	P2,1
1,3,5,7	0--1	P2,2
3,7,11,15	--11	P2,3
5,7,13,15	-1-1	P2,4

Lösung - 2. Aufgabe

2.2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'schen" Tabellen
Primimplikanten

Primimplikanten :

$P_{1,1}$:	0,8	$\bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$
$P_{1,2}$:	8,12	$x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0$
$P_{1,3}$:	12,13	$x_3 x_2 \bar{x}_1$
$P_{2,1}$:	0,1,2,3	$\bar{x}_3 \bar{x}_2$
$P_{2,2}$:	1,3,5,7	$\bar{x}_3 x_0$
$P_{2,3}$:	3,7,11,15	$x_1 x_0$
$P_{2,4}$:	5,7,13,15	$x_2 x_0$

Lösung - 2. Aufgabe

2.4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \ddot{U}_f

$$\ddot{U}_f = (w_{1.1} \vee w_{2.1})(w_{2.1} \vee w_{2.2})w_{2.1}(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.3})(w_{2.2} \vee w_{2.4}) \\ (w_{2.2} \vee w_{2.3} \vee w_{2.4})(w_{1.1} \vee w_{1.2})w_{2.3}(w_{1.2} \vee w_{1.3})(w_{1.3} \vee w_{2.4})(w_{2.3} \vee w_{2.4})$$

Einige Beispiele für Rechenregeln :

$$(1) \quad w_{2.1}(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.3}) = w_{2.1}$$

$$(2) \quad w_{2.1} \vee w_{2.1}w_{2.2}w_{2.3} = w_{2.1}$$

$$(1a) \quad (w_{2.1} \vee w_{2.3})(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.3}) = (w_{2.1} \vee w_{2.3})$$

$$(2a) \quad w_{2.1}w_{2.3} \vee w_{2.1}w_{2.2}w_{2.3} = w_{2.1}w_{2.3}$$

Lösung - 2. Aufgabe

2.4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \ddot{u}_f

$$\begin{aligned}
 \ddot{U}_f &= (w_{1.1} \vee w_{2.1})(w_{2.1} \vee w_{2.2})w_{2.1}(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.3})(w_{2.2} \vee w_{2.4}) \\
 &(w_{2.2} \vee w_{2.3} \vee w_{2.4})(w_{1.1} \vee w_{1.2})w_{2.3}(w_{1.2} \vee w_{1.3})(w_{1.3} \vee w_{2.4})(w_{2.3} \vee w_{2.4}) \\
 &= w_{2.1}w_{2.3}(w_{1.1} \vee w_{2.1})(w_{2.1} \vee w_{2.2})(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.3})(w_{2.2} \vee w_{2.4}) \\
 &(w_{2.2} \vee w_{2.3} \vee w_{2.4})(w_{1.1} \vee w_{1.2})(w_{1.2} \vee w_{1.3})(w_{1.3} \vee w_{2.4})(w_{2.3} \vee w_{2.4}) \\
 &= w_{2.1}w_{2.3}(w_{2.2} \vee w_{2.4}) \\
 &(w_{2.2} \vee w_{2.3} \vee w_{2.4})(w_{1.1} \vee w_{1.2})(w_{1.2} \vee w_{1.3})(w_{1.3} \vee w_{2.4})(w_{2.3} \vee w_{2.4}) \\
 &= w_{2.1}w_{2.3}(w_{1.1}w_{2.2} \vee w_{1.2}w_{2.2} \vee w_{1.1}w_{2.4} \vee w_{1.2}w_{2.4}) \\
 &(w_{1.2} \vee w_{1.3})(w_{1.3} \vee w_{2.4}) \\
 &= w_{2.1}w_{2.3}(w_{1.1}w_{1.2}w_{2.2} \vee w_{1.2}w_{1.2}w_{2.2} \vee w_{1.1}w_{1.2}w_{2.4} \vee w_{1.2}w_{1.2}w_{2.4} \\
 &\quad \vee w_{1.1}w_{1.3}w_{2.2} \vee w_{1.2}w_{1.3}w_{2.2} \vee w_{1.1}w_{1.3}w_{2.4} \vee w_{1.2}w_{1.3}w_{2.4})(w_{1.3} \vee w_{2.4}) \\
 &= w_{2.1}w_{2.3}(w_{1.1}w_{1.2}w_{2.2} \vee w_{1.2}w_{2.2} \vee w_{1.1}w_{1.2}w_{2.4} \vee w_{1.2}w_{2.4} \\
 &\quad \vee w_{1.1}w_{1.3}w_{2.2} \vee w_{1.2}w_{1.3}w_{2.2} \vee w_{1.1}w_{1.3}w_{2.4} \vee w_{1.2}w_{1.3}w_{2.4})(w_{1.3} \vee w_{2.4})
 \end{aligned}$$

Lösung - 2. Aufgabe

2.4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \ddot{u}_f

$$\begin{aligned}
 \ddot{U}_f &= w_{2.1} w_{2.3} (w_{1.2} w_{2.2} \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{2.4} \vee w_{1.2} w_{2.4} \\
 &\quad \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.2} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.4} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.4}) (w_{1.3} \vee w_{2.4}) \\
 &= w_{2.1} w_{2.3} (w_{1.2} w_{2.2} \vee w_{1.2} w_{2.4} \quad \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.2} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.4}) (w_{1.3} \vee w_{2.4}) \\
 &= w_{2.1} w_{2.3} (w_{1.2} w_{1.3} w_{2.2} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.4} \quad \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{1.3} w_{2.2} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{1.3} w_{2.4} \\
 &\quad \vee w_{1.2} w_{2.2} w_{2.4} \vee w_{1.2} w_{2.4} w_{2.4} \quad \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.2} w_{2.4} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.4} w_{2.4}) \\
 &= w_{2.1} w_{2.3} (w_{1.2} w_{1.3} w_{2.2} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.4} \quad \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.2} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.4} \\
 &\quad \vee w_{1.2} w_{2.2} w_{2.4} \vee w_{1.2} w_{2.4} \quad \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.2} w_{2.4} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.4}) \\
 &= w_{2.1} w_{2.3} (w_{1.2} w_{1.3} w_{2.2} \quad \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.2} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.4} \\
 &\quad \vee w_{1.2} w_{2.4} \quad \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.2} w_{2.4} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.4}) \\
 &= w_{2.1} w_{2.3} (w_{1.2} w_{1.3} w_{2.2} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.2} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.4} \vee w_{1.2} w_{2.4}) \\
 &= w_{2.1} w_{2.3} (w_{1.2} w_{2.4} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.2} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.4} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.2}) \\
 &= w_{1.2} w_{2.1} w_{2.3} w_{2.4} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.1} w_{2.2} w_{2.3} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{2.1} w_{2.3} w_{2.4} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.1} w_{2.2} w_{2.3}
 \end{aligned}$$

Lösung - 2. Aufgabe

2.4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \bar{u}_f

2. "Quine'sche" Tabelle																				
Prim-implikant	Minterme															Kosten				
	0	1	2	3	5	7	8	11	12	13	15									
1,1	x						x													3
1,2							x		x											3
1,3									x	x										3
2,1	x	x	x	x																2
2,2		x		x	x	x														2
2,3				x		x		x												2
2,4					x	x														2

Primimplikant 1.1; 1,3 und 2,2 wird nicht gebraucht.

Lösung - 2. Aufgabe

2.5. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen Q_{D1} - Q_{Dk} (wenn vorhanden) mit den geringsten Kosten und die Kosten

$$\ddot{U}_f = w_{1.2}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.4} \vee w_{1.1}w_{1.3}w_{2.1}w_{2.2}w_{2.3} \vee w_{1.1}w_{1.3}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.4} \vee w_{1.2}w_{1.3}w_{2.1}w_{2.2}w_{2.3}$$

$$w_{1.2}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.4} \quad \text{Kosten} = 9$$

$$w_{1.1}w_{1.3}w_{2.1}w_{2.2}w_{2.3} \quad \text{Kosten} = 12$$

$$w_{1.1}w_{1.3}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.4} \quad \text{Kosten} = 12$$

$$w_{1.2}w_{1.3}w_{2.1}w_{2.2}w_{2.3} \quad \text{Kosten} = 12$$

Lösung - 2. Aufgabe

2.5. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen Q_{D1} - Q_{Dk} (wenn vorhanden) mit den geringsten Kosten und die Kosten

Q		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 ₀	1 ₁	1 ₅		4	0
	0	1 ₂	1 ₃	1 ₇		6	1
	1		1 ₁₀	1 ₁₁		15	1
	1	1 ₈		1 ₁₃	1 ₁₂		0
		0	0	1	1		
		x_2					

Primimplikanten :

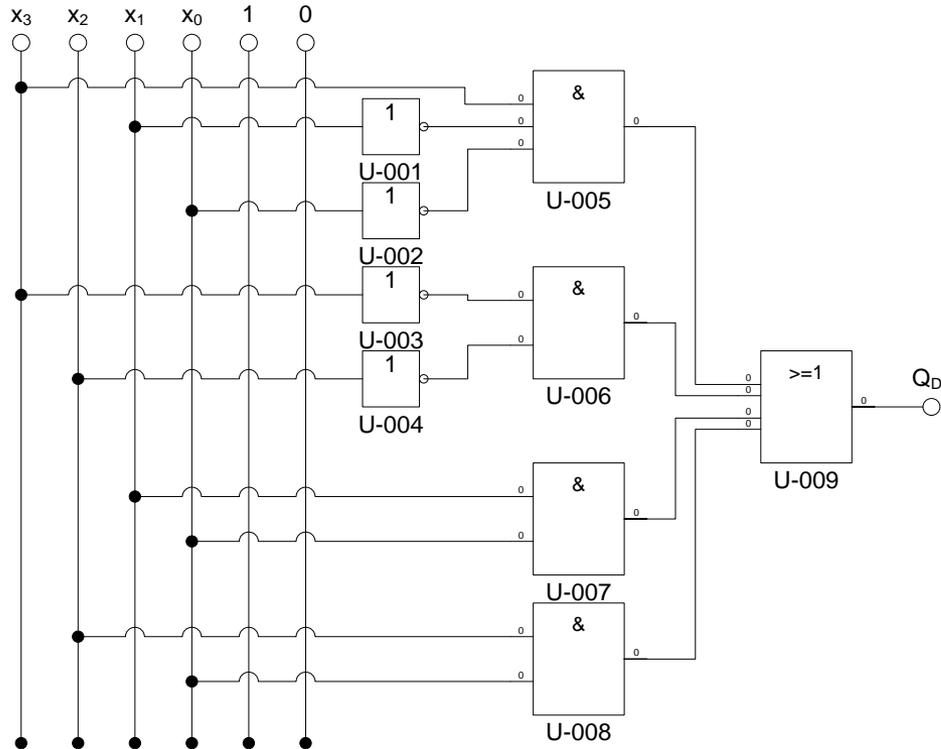
- $P1,1: 0,8 \quad \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \quad \text{Kosten} = 3$
- $P1,2: 8,12 \quad x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \quad \text{Kosten} = 3$
- $P1,3: 12,13 \quad x_3 x_2 \bar{x}_1 \quad \text{Kosten} = 3$
- $P2,1: 0,1,2,3 \quad \bar{x}_3 \bar{x}_2 \quad \text{Kosten} = 2$
- $P2,2: 1,3,5,7 \quad \bar{x}_3 x_0 \quad \text{Kosten} = 2$
- $P2,3: 3,7,11,15 \quad x_1 x_0 \quad \text{Kosten} = 2$
- $P2,4: 5,7,13,15 \quad x_2 x_0 \quad \text{Kosten} = 2$

$$\ddot{U}_f = w_{1.2} w_{2.1} w_{2.3} w_{2.4}$$

$$Q_{D1} = x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_1 x_0 \vee x_2 x_0 \quad \text{Kosten}(Q_{D1}) = 9$$

Lösung - 2. Aufgabe

2.6. Zeichnen Sie den Schaltplan **einer** der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten



$$Q_{D1} = x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_1 x_0 \vee x_2 x_0$$

$$\text{Kosten}(Q_{D1}) = 9$$