

Übung und Seminar zur Vorlesung

„Grundlagen der Technischen Informatik 2“

4. Aufgabenkomplex

1. Aufgabe

1. Aufgabe

Dont' care - Minimierung

Gegeben ist folgendes KV-Diagramm:

Q		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0		X ₁	X ₅	X ₄	0	x_1
	0	X ₂	X ₃	1 ₇	X ₆	1	
	1		X ₁₁	X ₁₅	1 ₁₄	1	
	1					0	
		0	0	1	1		
		x_2					

Die Minterme und Maxterme sollen unter verschiedenen Optionen minimiert werden.

1. Aufgabe

1. Aufgabe

Dont' care – Minimierung

- 1.1. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die disjunktiv minimierte logische Gleichung $Q_{1\text{-dis}}$ für $x=1$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{1\text{-dis}})$
- 1.2. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{1\text{-dis}}$
- 1.3. Bestimmen die NAND-Konversion $Q_{1\text{-NAND-dis}}$ Gleichung $Q_{1\text{-dis}}$
- 1.4. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{1\text{-NAND-dis}}$
- 1.5. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die konjunktiv minimierte logische Gleichung $Q_{1\text{-kon}}$ für $x=1$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{1\text{-kon}})$
- 1.6. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{1\text{-kon}}$
- 1.7. Bestimmen die NOR-Konversion $Q_{1\text{-NOR-kon}}$ der Gleichung $Q_{1\text{-kon}}$
- 1.8. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{1\text{-NOR-kon}}$

1. Aufgabe

- 1.9. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die disjunktiv minimierte logische Gleichung $Q_{0\text{-dis}}$ für $x=0$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{0\text{-dis}})$
- 1.10. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{0\text{-dis}}$
- 1.11. Bestimmen die NAND-Konversion $Q_{0\text{-NAND-dis}}$ Gleichung $Q_{0\text{-dis}}$
- 1.12. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{0\text{-NAND-dis}}$
- 1.13. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die konjunktiv minimierte logische Gleichung $Q_{0\text{-kon}}$ für $x=0$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{0\text{-kon}})$
- 1.14. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{0\text{-kon}}$
- 1.15. Bestimmen die NOR-Konversion $Q_{0\text{-NOR-kon}}$ der Gleichung $Q_{0\text{-kon}}$
- 1.16. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{0\text{-NOR-kon}}$

1. Aufgabe

- 1.17. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die disjunktiv minimierte logische Gleichung $Q_{\text{bel-dis}}$ für x =beliebig (don't care) und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{\text{bel-dis}})$
- 1.18. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{\text{bel-dis}}$
- 1.19. Bestimmen die NAND-Konversion $Q_{\text{bel-NAND-dis}}$ der Gleichung $Q_{\text{bel-dis}}$
- 1.20. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{\text{bel-NAND-dis}}$
- 1.21. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die konjunktiv minimierte logische Gleichung $Q_{\text{bel-kon}}$ für x =beliebig (don't care) und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{\text{bel-kon}})$
- 1.22. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{\text{bel-kon}}$
- 1.23. Bestimmen die NOR-Konversion $Q_{\text{bel-NOR-kon}}$ der Gleichung $Q_{\text{bel-kon}}$
- 1.24. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{\text{bel-NOR-kon}}$

2. Aufgabe

2. Aufgabe

Minimierung nach Quine-McCluskey

Gegeben ist folgendes KV-Diagramm:

Q		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 ₀	1 ₁	1 ₅	1 ₄	0	x_1
	0		1 ₃			1 ₆	
	1	1 ₁₀	1 ₁₁		1 ₁₄	1 ₁₅	
	1	1 ₈	1 ₉		1 ₁₂	0 ₁₃	
		0	0	1	1		
		x_2					

Die Minterme sollen nach Quine-McCluskey minimiert werden.

2. Aufgabe

2. Aufgabe

Minimierung nach Quine-McCluskey

- 2.1. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle und die Anzahl der Einsen für jeden Minterm
- 2.2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'schen" Tabellen
- 2.3. Bestimmen Sie die 2. "Quine'sche" Tabelle
- 2.4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \bar{u}_f
- 2.5. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen Q_{D_1} - $\min(\text{Kosten}=\dots)=$, $Q_{D_2}\min(\text{Kosten}=\dots)=$, ... mit den geringsten Kosten
- 2.6. Zeichnen Sie den Schaltplan **einer** der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten Q_1 - $\min(\text{Kosten}=\dots)=$, Q_2 - $\min(\text{Kosten}=\dots)=$, ... nach der Gleichung (streng)

3. Aufgabe

3. Aufgabe

Fragen zur Theorie

- 3.1. Erklären Sie die de Morganschen Gesetze. Was sagen sie aus? Was für Gleichungsschaltungsarten werden umgeformt.
- 3.2. Erklären Sie die don't care Minimierung. Nennen Sie Vor- und Nachteile
- 3.3. Was versteht man unter einer Boolenschen Funktion? Wie viele Belegungen der Variablen hat eine n-stellige Boolenschen Funktion?
- 3.4. Erklären Sie die NAND- und NOR-Konversion. Was für Gleichungs- und Schaltungsarten werden umgeformt?
- 3.5. Was versteht man unter einer Minimalform? Was für Arten gibt es und woraus bestehen sie?

Punkteverteilung:

Gesamtpunktzahl: 30 Punkte

Aufgabe 1.1-1.24 je 0,5 Punkte

Aufgabe 2.1 je 3 Punkte

Aufgabe 2.2-2.6 je 2 Punkte

Aufgabe 3.1-2.5 je 1 Punkt

Bemerkung:

- Gemeinschaftsarbeiten sind nicht erlaubt. Jeder muss ein Aufgabenblatt abgeben.
- Bei Unklarheiten jeder Art, bitte auf dem Lernserver im entsprechenden Verzeichnis nachsehen.
- Haben mehr als 2/3 der Studenten den Aufgabenkomplex abgegeben, dann werden die Lösungen ins Netz gestellt.
- Die Schaltungen sind streng zu zeichnen, d.h. es sind alle Inverter zu zeichnen.
- Die konjunktive Baumdarstellung bitte aus der kanonisch konjunktive Normalform erstellen.
- Im Allgemeinen sind die Variablen gewichtet x_0 entspricht 2^0 , x_1 entspricht 2^1 , usw., so dass man die Minterme und Maxterme als Zahl auffassen kann.
- Es sind, wenn nicht ausdrücklich anders gefordert, nur AND-, OR- und NOT-Gatter zu verwenden.
- Es sind Gatter mit beliebig vielen Eingängen erlaubt.
- Im Venn-Diagramm bei den Mintermen bitte ausmalen oder eine 1 hineinschreiben
- Bei der Wertetabelle brauchen nur die Einsen geschrieben werden, ebenso im KV-Diagramm. Leere Felder sind immer gleich 0.

Bemerkung:

- Kernprimimplikanten sind eine Untermenge der Primimplikanten.
Primimplikanten sind eine Untermenge der Implikanten.
Im einfachsten Fall sind die Kernprimimplikanten gleich den Primimplikanten.
Analog gilt das auch für die Implikate.
- Kennzeichnung von
Implikanten (I), Primimplikanten (PI) und Kernprimimplikanten (KPI),
Implikate (Ika), Primimplikate (PIka) und Kernprimimplikate (KPIka)
Beispiel für Primimplikate 1. Ordnung : (1,5), (2,10), (9,13)
→ PIka2{(1,5), (2,10), (9,13)} usw.
- Die Kosten sind entsprechend der Kostenbestimmung im Quine-McCluskey
Verfahren aus der Vorlesung zu berechnen. Für n-Variablen hat der (Prim)implikant
0. Ordnung (Minterm) die Kosten n, der (Prim)implikant 1. Ordnung (2er Block) die
Kosten n-1 usw.
Analog gilt es auch für die (Prim)implikate
Es kann mehrere minimale Funktionen mit gleichen Kosten geben.

Hilfswerkzeuge:

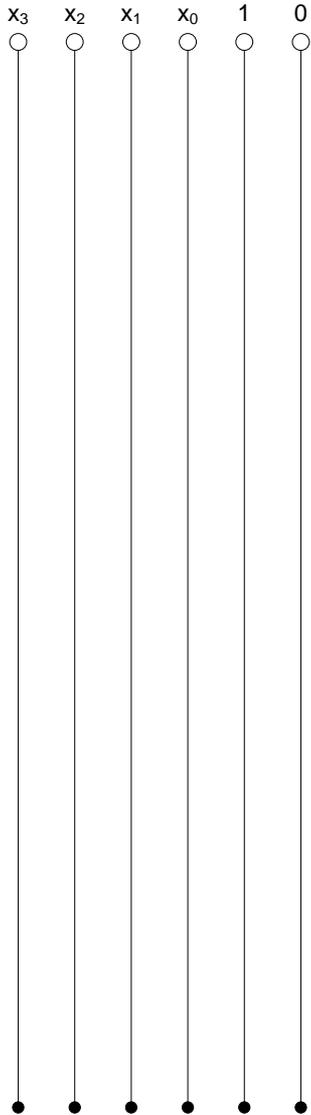
KV-Diagramm

Q		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0	1	5	4	0	x_1
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

KV-Diagramm

Q		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0	1	5	4	0	x_1
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

Hilfswerkzeuge:



04.06.2009

Hilfswerkzeuge:

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Q	Anzahl-Einsen
0	0000		
1	0001		
2	0010		
3	0011		
4	0100		
5	0101		
6	0110		
7	0111		
8	1000		
9	1001		
10	1010		
11	1011		
12	1100		
13	1101		
14	1110		
15	1111		

1. Aufgabe Lösung

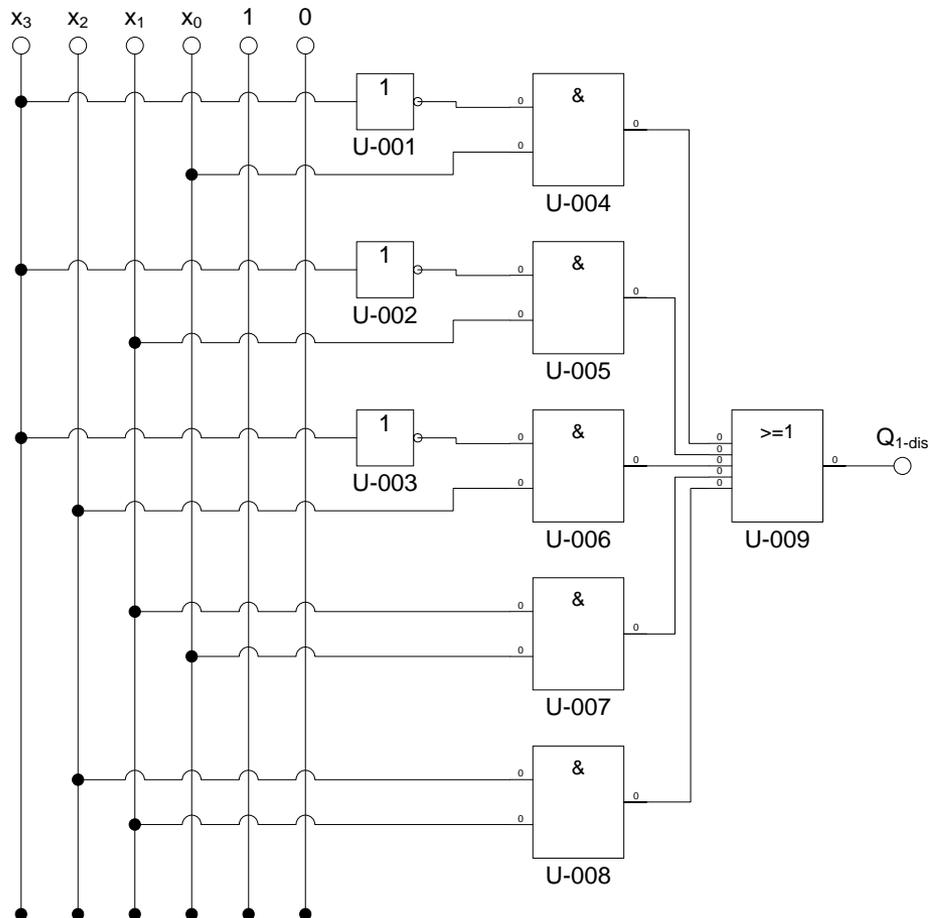
1.1. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die **disjunktiv** minimierte logische Gleichung Q_{1-dis} für $x=1$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{1-dis})$

Q		x_0				
		0	1	1	0	
x_3	0	0	1	1	1	0
	0	2	3	7	6	1
	1	10	11	15	14	1
	1	8	9	13	12	0
		0	0	1	1	
		x_2				

$$Q_{1-dis} = \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 x_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \vee x_1 x_0 \vee x_2 x_1$$

$$Kosten(Q_{1-dis}) = 10$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.2. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung Q_{1-dis} 

$$Q_{1-dis} = \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 x_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \vee x_1 x_0 \vee x_2 x_1$$

$$\text{Kosten}(Q_{1-dis}) = 10$$

1.3. Bestimmen die NAND-Konversion $Q_{1-NAND-dis}$ Gleichung Q_{1-dis}

$$Q_{1-dis} = \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 x_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \vee x_1 x_0 \vee x_2 x_1$$

$$= \overline{\bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 x_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \vee x_1 x_0 \vee x_2 x_1}$$

$$Kosten(Q_{1-dis}) = 10$$

$$Q_{1-NAND-dis} = \overline{\bar{x}_3 x_0 \wedge \bar{x}_3 x_1 \wedge \bar{x}_3 x_2 \wedge x_1 x_0 \wedge x_2 x_1}$$

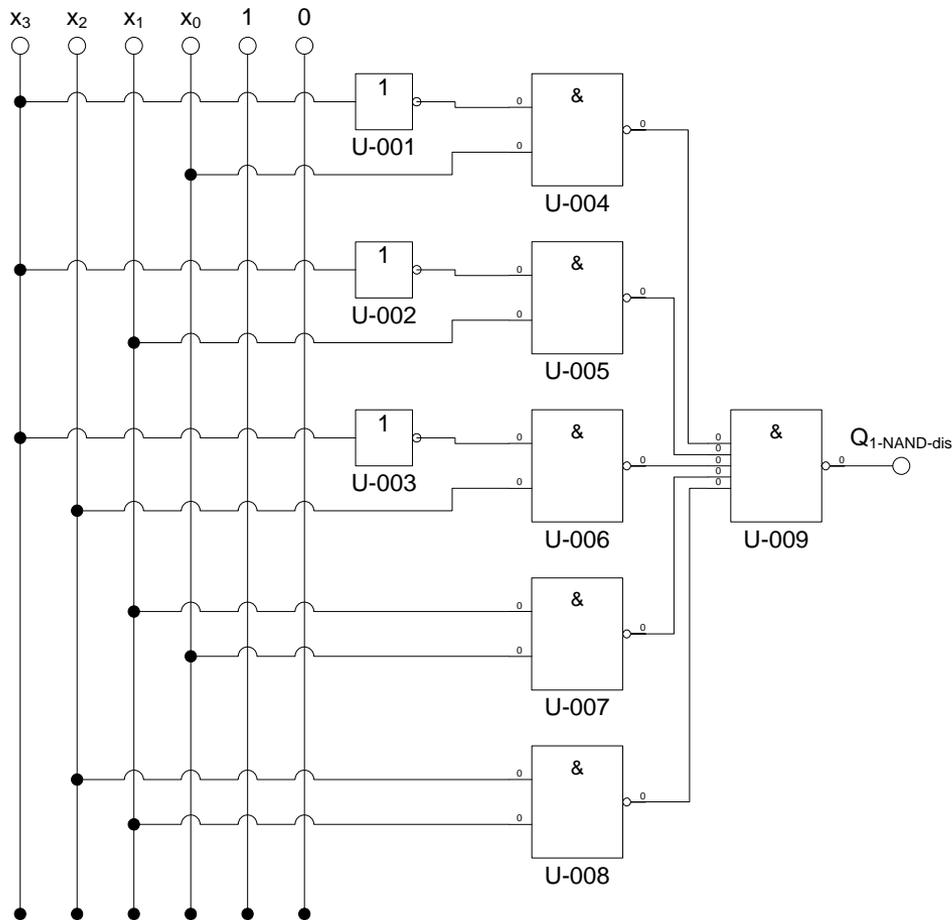
$$= NAND_5 [NAND_2(\bar{x}_3, x_0), NAND_2(\bar{x}_3, x_1), NAND_2(\bar{x}_3, x_2),$$

$$NAND_2(x_1, x_0), NAND_2(x_2, x_1)]$$

$$Kosten(Q_{1-NAND-dis}) = 10$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.4. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{1-NAND-dis}$



$$Q_{1-NAND-dis} = \overline{\overline{x_3 x_0}} \wedge \overline{\overline{x_3 x_1}} \wedge \overline{\overline{x_3 x_2}} \wedge \overline{\overline{x_1 x_0}} \wedge \overline{\overline{x_2 x_1}}$$

$$Kosten(Q_{1-NAND-dis}) = 10$$

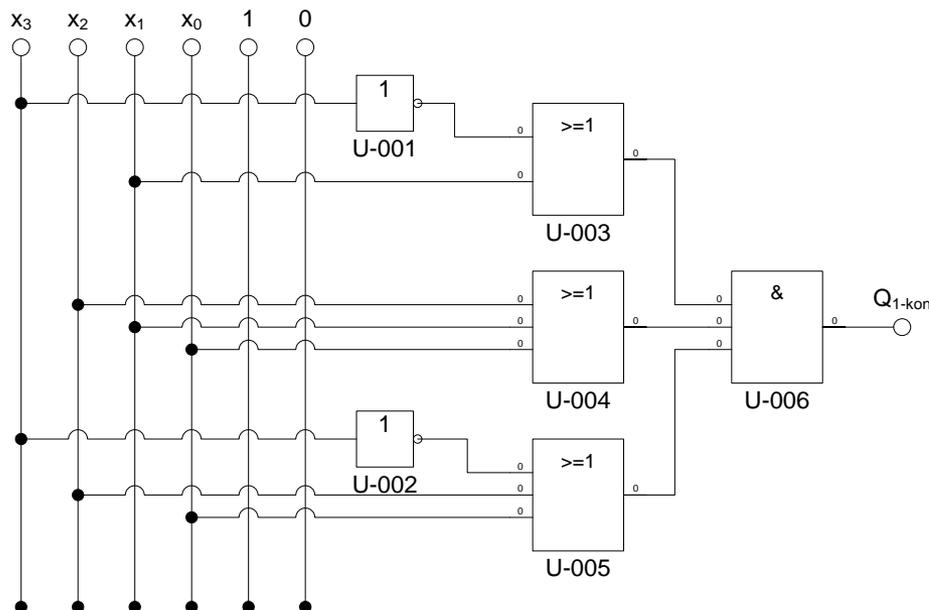
1.5. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die **konjunktiv** minimierte logische Gleichung Q_{1-kon} für $x=1$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{1-kon})$

Q		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0	1	1	1	0	
	0	1	1	1	1	1	
	1		1	1	1	1	
	1					0	
		0	0	1	1		
		x_2					

$$Q_{1-kon} = (\bar{x}_3 \vee x_1)(x_2 \vee x_1 \vee x_0)(\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_0)$$

$$Kosten(Q_{1-kon}) = 8$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.6. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung Q_{1-kon} 

$$Q_{1-kon} = (\bar{x}_3 \vee x_1)(x_2 \vee x_1 \vee x_0)(\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_0)$$

$$Kosten(Q_{1-kon}) = 8$$

1.7. Bestimmen die NOR-Konversion $Q_{1-NOR-kon}$ der Gleichung Q_{1-kon}

$$Q_{1-kon} = (\bar{x}_3 \vee x_1)(x_2 \vee x_1 \vee x_0)(\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_0)$$

$$Kosten(Q_{1-kon}) = 8$$

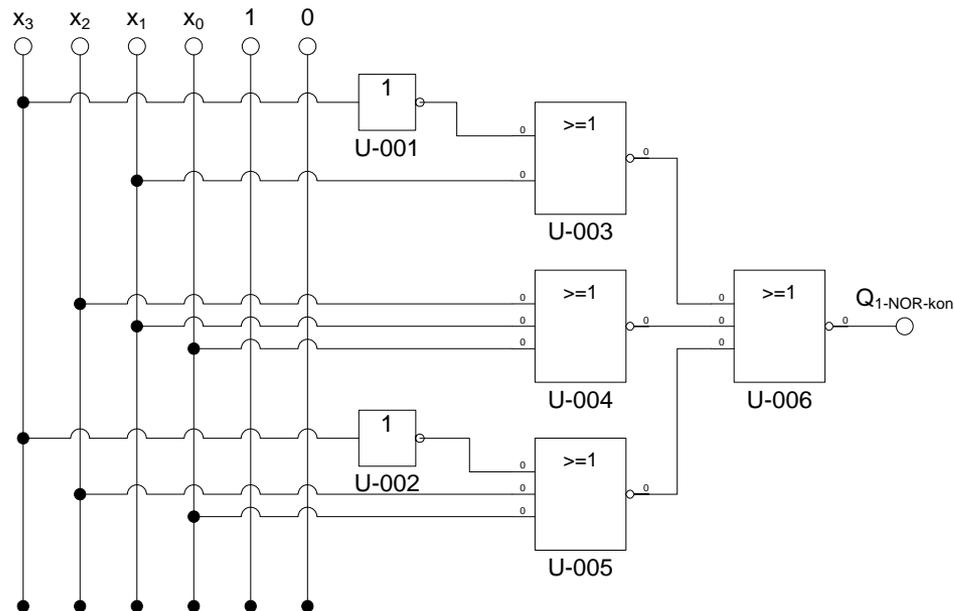
$$= \overline{\overline{(\bar{x}_3 \vee x_1)(x_2 \vee x_1 \vee x_0)(\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_0)}}$$

$$Q_{1-NOR-kon} = \overline{\overline{(\bar{x}_3 \vee x_1) \vee (x_2 \vee x_1 \vee x_0) \vee (\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_0)}}$$

$$Kosten(Q_{1-NOR-kon}) = 8$$

$$= NOR_3[NOR_2(\bar{x}_3, x_1), NOR_3(x_2, x_1, x_0), NOR_3(\bar{x}_3, x_2, x_0)]$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.8. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{1-NOR-kon}$ 

$$Q_{1-NOR-kon} = \overline{\overline{(x_3 \vee x_1)} \vee (x_2 \vee x_1 \vee x_0) \vee (\overline{x_3} \vee x_2 \vee x_0)}$$

$$Kosten(Q_{1-NOR-kon}) = 8$$

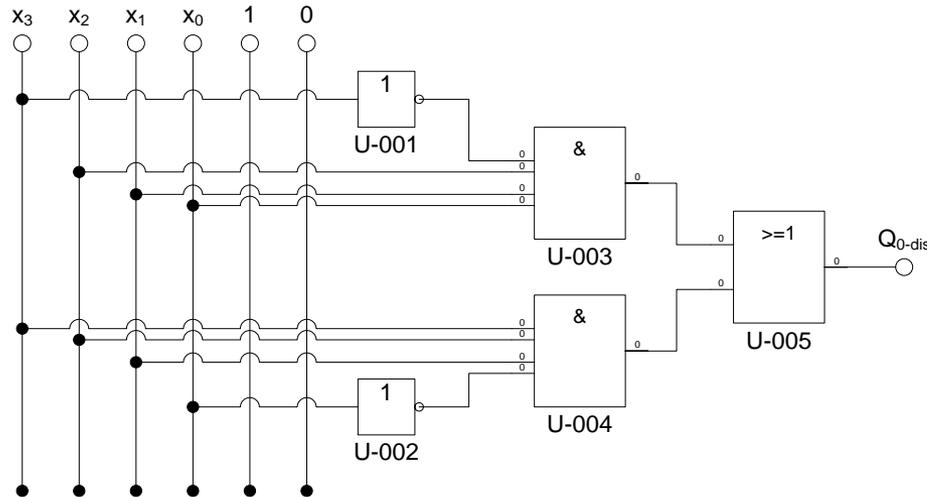
1.9. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die **disjunktiv** minimierte logische Gleichung Q_{0-dis} für $x=0$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{0-dis})$

Q		x_0				
		0	1	1	0	
x_3	0	0	0	0	0	x_1
	0	0	0	1	0	
	1		0	0	1	
	1					
		0	0	1	1	
		x_2				

$$Q_{0-dis} = \bar{x}_3 x_2 x_1 x_0 \vee x_3 x_2 x_1 \bar{x}_0$$

$$Kosten(Q_{0-dis}) = 8$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.10. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung Q_{0-dis} 

$$Q_{0-dis} = \bar{x}_3 x_2 x_1 x_0 \vee x_3 x_2 x_1 \bar{x}_0$$

$$Kosten(Q_{0-dis}) = 8$$

1.11. Bestimmen die NAND-Konversion $Q_{0-NAND-dis}$ Gleichung Q_{0-dis}

$$Q_{0-dis} = \bar{x}_3 x_2 x_1 x_0 \vee x_3 x_2 x_1 \bar{x}_0$$

$$= \overline{\bar{x}_3 x_2 x_1 x_0 \wedge x_3 x_2 x_1 \bar{x}_0}$$

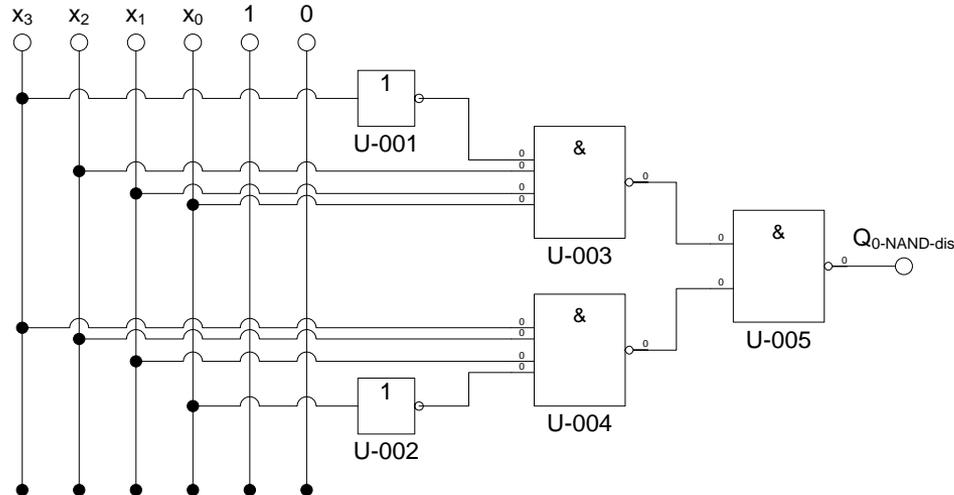
$$Kosten(Q_{0-dis}) = 8$$

$$Q_{0-NAND-dis} = \overline{\bar{x}_3 x_2 x_1 x_0 \wedge x_3 x_2 x_1 \bar{x}_0}$$

$$= NAND_2[NAND_4(\bar{x}_3, x_2, x_1, x_0), NAND_4(x_3, x_2, x_1, \bar{x}_0)]$$

$$Kosten(Q_{0-NAND-dis}) = 8$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.12. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{0-NAND-dis}$ 

$$Q_{0-NAND-dis} = \overline{\overline{x_3 x_2 x_1 x_0}} \wedge \overline{\overline{x_3 x_2 x_1 \bar{x}_0}}$$

$$\text{Kosten}(Q_{0-NAND-dis}) = 8$$

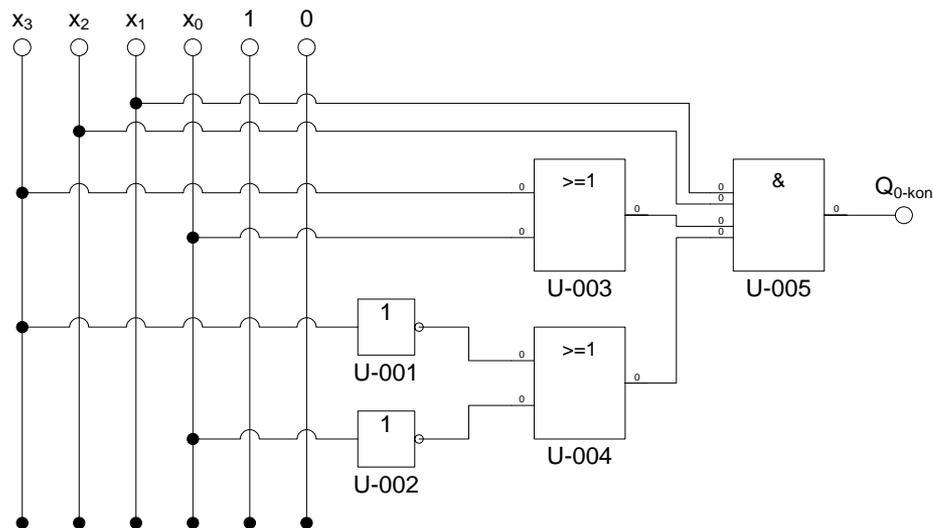
1.13. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die **konjunktiv** minimierte logische Gleichung Q_{0-kon} für $x=0$ und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{0-kon})$

Q		x_0				
		0	1	1	0	
x_3	0	0	0	0	0	x_1
	0	0	0	1	0	
	1	0	0	0	1	
	1	0	0	0	0	
		0	0	1	1	
		x_2				

$$Q_{0-kon} = x_1 x_2 (x_3 \vee x_0)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_0)$$

$$Kosten(Q_{0-kon}) = 6$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.14. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung Q_{0-kon} 

$$Q_{0-kon} = x_1 x_2 (x_3 \vee x_0)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_0)$$

$$Kosten(Q_{0-kon}) = 6$$

1.15. Bestimmen die NOR-Konversion $Q_{0-NOR-kon}$ der Gleichung Q_{0-kon}

$$Q_{0-kon} = x_1 x_2 (x_3 \vee x_0) (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_0)$$

$$= \overline{\overline{x_1 x_2 (x_3 \vee x_0) (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_0)}}$$

$$Kosten(Q_{0-kon}) = 6$$

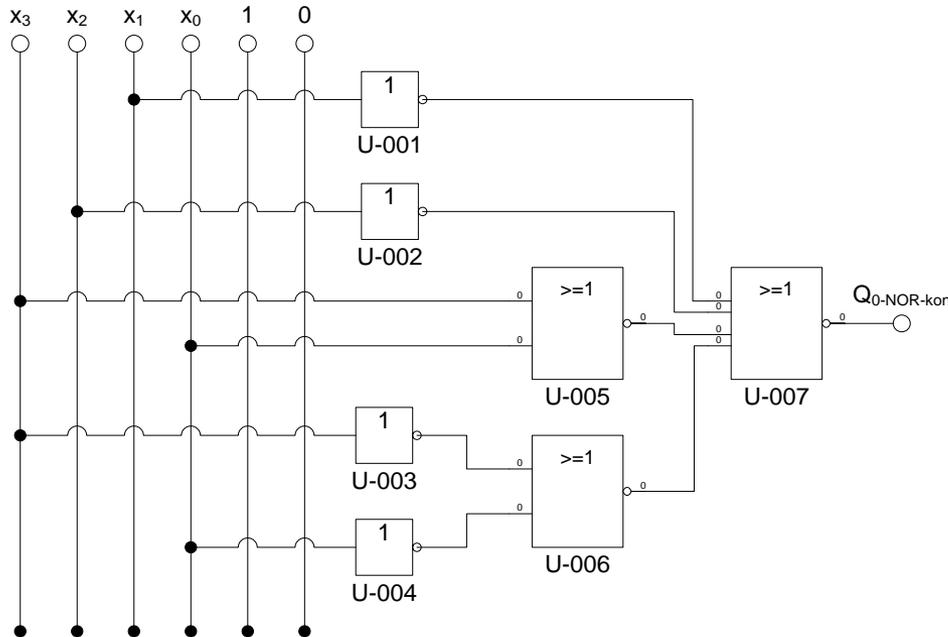
$$Q_{0-NOR-kon} = \overline{\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \vee (x_3 \vee x_0) \vee (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_0)}$$

$$= NOR_4[NOR_1(x_1), NOR_1(x_2), NOR_2(x_3, x_0), NOR_2(\bar{x}_3, \bar{x}_0)]$$

$$Kosten(Q_{0-NOR-kon}) = 6$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.16. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{0-NOR-kon}$



$$Q_{0-NOR-kon} = \overline{\overline{\overline{\overline{x_1} \vee \overline{x_2}} \vee (x_3 \vee x_0)} \vee (\overline{x_3} \vee \overline{x_0})}$$

$$Kosten(Q_{0-NOR-kon}) = 6$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.17. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die **disjunktiv** minimierte logische Gleichung $Q_{bel-dis}$ für **x=beliebig** (don't care) und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten

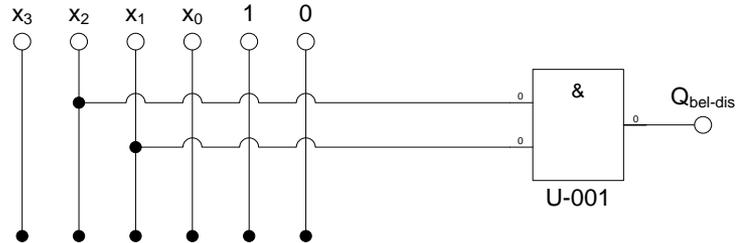
Q		x_0				
		0	1	1	0	
x_3	0	0	0	0	0	x_1
	0	0	0	1	1	
	1		0	1	1	
	1					
		0	0	1	1	
		x_2				

$$Q_{bel-dis} = x_2 x_1$$

$$Kosten(Q_{bel-dis}) = 2$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.18. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{bel-dis}$



$$Q_{bel-dis} = x_2 x_1 \quad \text{Kosten}(Q_{bel-dis}) = 2$$

1.19. Bestimmen die NAND-Konversion $Q_{bel-NAND-dis}$ Gleichung $Q_{bel-dis}$

$$Q_{bel-dis} = x_2 x_1$$

$$\underline{\underline{= x_2 x_1}}$$

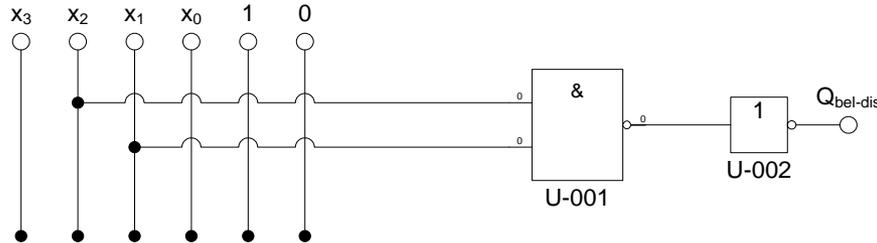
$$Kosten(Q_{bel-dis}) = 2$$

$$Q_{bel-NAND-dis} = \underline{\underline{x_2 x_1}}$$

$$= NAND_1[NAND_2(x_2, x_1)]$$

$$Kosten(Q_{bel-NAND-dis}) = 2$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.20. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{\text{bel-NAND-dis}}$ 

$$Q_{\text{bel-NAND-dis}} = \overline{\overline{x_2 x_1}}$$

$$\text{Kosten}(Q_{\text{bel-NAND-dis}}) = 2$$

1.21. Bestimmen Sie das KV-Diagramm und die **konjunktiv** minimierte logische Gleichung $Q_{\text{bel-kon}}$ für **x=beliebig** (don't care) und minimale Kosten. Bestimmen Sie die Kosten $K(Q_{\text{bel-kon}})$

Q		x_0				
		0	1	1	0	
x_3	0	0	0	0	0	x_1
	0	0	0	1	1	
	1		0	1	1	
	1					
		0	0	1	1	
		x_2				

$$Q_{\text{bel-kon}} = x_1 x_2$$

$$\text{Kosten}(Q_{\text{bel-kon}}) = 2$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.22. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{bel-kon}$ 

$$Q_{bel-kon} = x_1 x_2$$

$$Kosten(Q_{bel-kon}) = 2$$

1.23. Bestimmen die NOR-Konversion $Q_{\text{bel-NOR-kon}}$ der Gleichung $Q_{\text{bel-kon}}$

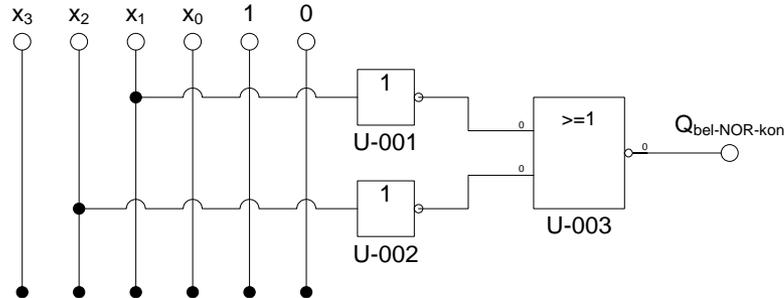
$$Q_{\text{bel-kon}} = x_1 x_2 \quad \text{Kosten}(Q_{\text{bel-kon}}) = 2$$

$$\underline{\underline{= x_1 x_2}}$$

$$Q_{\text{bel-NOR-kon}} = \overline{\overline{x_1} \vee \overline{x_2}} \quad \text{Kosten}(Q_{\text{bel-NOR-kon}}) = 2$$

$$= \text{NOR}_2[\text{NOR}_1(x_1)\text{NOR}_1(x_2)]$$

Lösung - 1. Aufgabe

1.24. Bestimmen die Schaltung für die Gleichung $Q_{\text{bel-NOR-kon}}$ 

$$Q_{\text{bel-NOR-kon}} = \overline{\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2}$$

$$\text{Kosten}(Q_{\text{bel-NOR-kon}}) = 2$$

Lösung - 2. Aufgabe

2. Aufgabe Lösung

2.1. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle und die Anzahl der Einsen für jeden Minterm

Q		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 ₀	1 ₁	1 ₅	1 ₄	0	x_1
	0		1 ₃			1 ₆	
	1	1 ₁₀	1 ₁₁		1 ₁₅	1 ₁₄	
	1	1 ₈	1 ₉		1 ₁₃	1 ₁₂	
		0	0	1	1		
		x_2					

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Q	Anzahl-Einsen
0	0000	1	0
1	0001	1	1
2	0010		1
3	0011	1	2
4	0100	1	1
5	0101	1	2
6	0110		2
7	0111		3
8	1000	1	1
9	1001	1	2
10	1010	1	2
11	1011	1	3
12	1100	1	2
13	1101		3
14	1110	1	3
15	1111		4

Lösung - 2. Aufgabe

2.1. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle und die Anzahl der Einsen für jeden Minterm

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Q	Anzahl-Einsen
0	0000	1	0
1	0001	1	1
2	0010		
3	0011	1	2
4	0100	1	1
5	0101	1	2
6	0110		
7	0111		
8	1000	1	1
9	1001	1	2
10	1010	1	2
11	1011	1	3
12	1100	1	2
13	1101		
14	1110	1	3
15	1111		

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Q	Anzahl-Einsen
0	0000	1	0
1	0001	1	1
4	0100	1	1
8	1000	1	1
3	0011	1	2
5	0101	1	2
9	1001	1	2
10	1010	1	2
12	1100	1	2
11	1011	1	3
14	1110	1	3

Lösung - 2. Aufgabe

2.2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'schen" Tabellen

1.Quine'sche Tabelle		0. Ordnung
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0	0000	
1	0001	
4	0100	
8	1000	
3	0011	
5	0101	
9	1001	
10	1010	
12	1100	
11	1011	
14	1110	

Lösung - 2. Aufgabe

2.2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'schen" Tabellen

1.Quine'sche Tabelle		1. Ordnung
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1	000-	
0,4	0-00	
0,8	-000	
1,3	00-1	
1,5	0-01	
1,9	-001	
4,5	010-	
4,12	-100	
8,9	100-	
8,10	10-0	
8,12	1-00	

1.Quine'sche Tabelle		1. Ordnung
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
3,11	-011	
9,11	10-1	
10,11	101-	
10,14	1-10	
12,14	11-0	

Lösung - 2. Aufgabe

2.2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'schen" Tabellen

1.Quine'sche Tabelle	2. Ordnung	
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1,4,5	0-0-	
0,1,8,9	-00-	
0,4,1,5	0-0-	
0,4,8,12	--00	
0,8,1,9	-00-	
0,8,4,12	--00	
1,3,9,11	-0-1	
1,9,3,11	-0-1	
8,9,10,11	10--	
8,10,9,11	10--	
8,10,12,14	1--0	
8,12,10,14	1--0	

1.Quine'sche Tabelle	2. Ordnung	
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1,4,5	0-0-	P2.1
0,1,8,9	-00-	P2.2
0,4,1,5	0-0-	
0,4,8,12	--00	P2.3
0,8,1,9	-00-	
0,8,4,12	--00	
1,3,9,11	-0-1	P2.4
1,9,3,11	-0-1	
8,9,10,11	10--	P2.5
8,10,9,11	10--	
8,10,12,14	1--0	P2.6
8,12,10,14	1--0	

Lösung - 2. Aufgabe

2.2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'schen" Tabellen

1.Quine'sche Tabelle	2. Ordnung	
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1,4,5	0-0-	P2.1
0,1,8,9	-00-	P2.2
0,4,8,12	--00	P2.3
1,3,9,11	-0-1	P2.4
8,9,10,11	10--	P2.5
8,10,12,14	1--0	P2.6



Lösung - 2. Aufgabe

2.3. Bestimmen Sie die 2. "Quine'sche" Tabelle

2. "Quine'sche" Tabelle																						
Prim-implikant	Minterme																				Kosten	
	0	1	3	4	5	8	9	10	11	12	14											
2.1	x	x		x	x																	
2.2	x	x				x	x															
2.3	x			x		x				x												
2.4		x	x				x		x													
2.5						x	x	x	x													
2.6						x		x		x	x											

Lösung - 2. Aufgabe

2.4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \dot{u}_f

$$\begin{aligned} \dot{U}_f &= (w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.3})(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.4})w_{2.4}(w_{2.1} \vee w_{2.3})w_{2.1} \\ &\quad (w_{2.2} \vee w_{2.3} \vee w_{2.5} \vee w_{2.6})(w_{2.2} \vee w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.5} \vee w_{2.6}) \\ &\quad (w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.3} \vee w_{2.6})w_{2.6} \\ &= w_{2.1}w_{2.4}w_{2.6}(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.3})(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.4})(w_{2.1} \vee w_{2.3}) \\ &\quad (w_{2.2} \vee w_{2.3} \vee w_{2.5} \vee w_{2.6})(w_{2.2} \vee w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.5} \vee w_{2.6}) \\ &\quad (w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.3} \vee w_{2.6}) \end{aligned}$$

Einige Beispiele für Rechenregeln :

$$(1) \quad w_{2.1}(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.3}) = w_{2.1}$$

$$(2) \quad w_{2.1} \vee w_{2.1}w_{2.2}w_{2.3} = w_{2.1}$$

$$(1a) \quad (w_{2.1} \vee w_{2.3})(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.3}) = (w_{2.1} \vee w_{2.3})$$

$$(2a) \quad w_{2.1}w_{2.3} \vee w_{2.1}w_{2.2}w_{2.3} = w_{2.1}w_{2.3}$$

Lösung - 2. Aufgabe

2.4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \ddot{U}_f

$$\begin{aligned} \ddot{U}_f &= w_{2.1} w_{2.4} w_{2.6} (w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.3})(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.4})(w_{2.1} \vee w_{2.3}) \\ &\quad (w_{2.2} \vee w_{2.3} \vee w_{2.5} \vee w_{2.6})(w_{2.2} \vee w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.5} \vee w_{2.6}) \\ &\quad (w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.3} \vee w_{2.6}) \\ &\quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{U}_f &= w_{2.1} w_{2.4} w_{2.6} (w_{2.2} \vee w_{2.3} \vee w_{2.5} \vee w_{2.6})(w_{2.2} \vee w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.5} \vee w_{2.6}) \\ &\quad (w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.3} \vee w_{2.6}) \\ &= w_{2.1} w_{2.4} w_{2.6} (w_{2.2} \vee w_{2.3} \vee w_{2.5} \vee w_{2.6})(w_{2.5} \vee w_{2.6})(w_{2.3} \vee w_{2.6}) \\ &= w_{2.1} w_{2.4} w_{2.6} \end{aligned}$$



Lösung - 2. Aufgabe

2.4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \bar{u}_f

2. "Quine'sche" Tabelle																					
Prim-implikant	Minterme																		Kosten		
	0	1	3	4	5	8	9	10	11	12	14										
2.1	x	x		x	x																
2.2	x	x																			
2.3	x			x																	
2.4		x	x																		
2.5																					
2.6																					

Lösung - 2. Aufgabe

2.5. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen $Q_{D1} = \min(\text{Kosten} = \dots) =$, $Q_{D2} = \min(\text{Kosten} = \dots) =$, ... mit den geringsten Kosten

Q		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 ₀	1 ₁	1 ₅	1 ₄	0	x_1
	0		1 ₃			1 ₆	
	1	1 ₁₀	1 ₁₁		1 ₁₄	1	
	1	1 ₈	1 ₉		1 ₁₂	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

1. Quine'sche Tabelle	2. Ordnung	
Nr.	$x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1,4,5	0-0-	P2.1
0,1,8,9	-00-	P2.2
0,4,8,12	--00	P2.3
1,3,9,11	-0-1	P2.4
8,9,10,11	10--	P2.5
8,10,12,14	1--0	P2.6

$$PI(w_{2.1}) = \bar{x}_3 \bar{x}_1$$

$$PI(w_{2.4}) = \bar{x}_2 x_0$$

$$PI(w_{2.6}) = x_3 \bar{x}_0$$

$$Q_{D1} = \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 x_0 \vee x_3 \bar{x}_0$$

$$Kosten(Q_{D1}) = 6$$

Lösung - 2. Aufgabe

2.5. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen Q_{D1} -
 $\min(\text{Kosten}=\dots)=$, $Q_{D2}\min(\text{Kosten}=\dots)=$, ... mit den geringsten Kosten

$$PI(w_{2.1}) = \bar{x}_3 \bar{x}_1$$

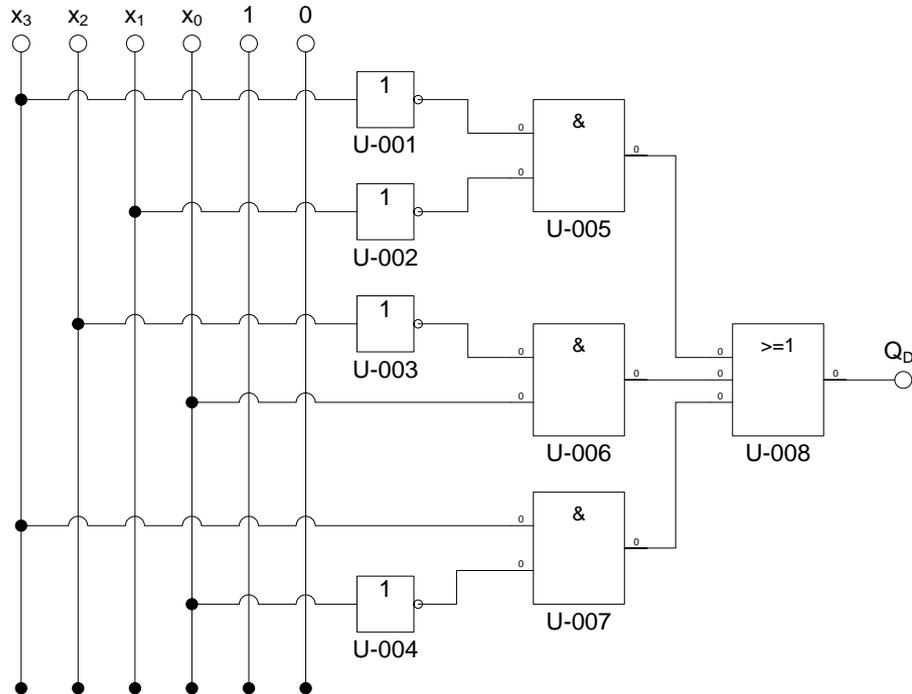
$$PI(w_{2.4}) = \bar{x}_2 x_0$$

$$PI(w_{2.6}) = x_3 \bar{x}_0$$

$$Q_{D1} = \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 x_0 \vee x_3 \bar{x}_0 \quad \text{Kosten}(Q_{D1}) = 6$$

Lösung - 2. Aufgabe

2.6. Zeichnen Sie den Schaltplan **einer** der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten Q_1 -min(Kosten=.....)=, Q_2 -min(Kosten=.....)=, ... nach der Gleichung (streng)



$$Q_{D1} = \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 x_0 \vee x_3 \bar{x}_0 \quad \text{Kosten}(Q_{D1}) = 6$$

3. Aufgabe Lösung – Nicht ins Internet!

Fragen zur Theorie

- 3.1. Erklären Sie die de Morganschen Gesetze. Was sagen sie aus? Was für Gleichungsschaltungsarten werden umgeformt.
- 3.2. Erklären Sie die don't care Minimierung. Nennen Sie Vor- und Nachteile
- 3.3. Was versteht man unter einer Boolenschen Funktion? Wie viele Belegungen der Variablen hat eine n-stellige Boolenschen Funktion?
- 3.4. Erklären Sie die NAND- und NOR-Konversion. Was für Gleichungs- und Schaltungsarten werden umgeformt?
- 3.5. Was versteht man unter einer Minimalform? Was für Arten gibt es und woraus bestehen sie?