



## Studentenmitteilung

### 2. Semester - SS 2008

## Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 2

### 4. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

**Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey**

Gegeben ist die nebenstehende vollständige Funktionstabelle:

**Aufgaben:**

**Gesamtpunktzahl: 30 Punkte**

**Minimieren Sie die Schaltung nach Quine-Mc-Cluskey.**

1. Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm **5 Punkte**
2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'sche" Tabelle **5 Punkte**
3. Bestimmen Sie die 2. "Quine'sche" Tabelle **5 Punkte**
4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion  $\bar{u}_f$  **5 Punkte**
5. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen  $Q_{D1}\text{-min(Kosten=.....)}=$ ,  $Q_{D2}\text{min(Kosten=.....)}=$ , ... mit den geringsten Kosten **5 Punkte**
6. Zeichnen Sie den Schaltplan **einer** der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten  $Q_1\text{-min(Kosten=.....)}=$ ,  $Q_2\text{-min(Kosten=.....)}=$ , ... nach der Gleichung (streng) **5 Punkte**

**Bemerkungen:**

Im günstigsten Fall existiert nur eine Funktion mit minimalen Kosten, es können aber auch mehr sein.

Es sollen keine Reduktionsregeln für die 2. Quinesche Tabelle benutzt, sondern die Überdeckungsfunktion bestimmt werden.

<b>Vollständige Funktionstabelle</b>			
<b>Nr.</b>	<b>Eingangsvariablen</b> $x_4, x_3, x_2, x_1, x_0$	<b>Q</b>	<b>Anzahl Einsen</b>
0	00000	1	
1	00001	1	
2	00010		
3	00011	1	
4	00100	1	
5	00101		
6	00110	1	
7	00111	1	
8	01000	1	
9	01001	1	
10	01010	1	
11	01011	1	
12	01100		
13	01101		
14	01110		
15	01111		
16	10000	1	
17	10001		
18	10010	1	
19	10011		
20	10100		
21	10101		
22	10110		
23	10111		
24	11000	1	
25	11001	1	
26	11010	1	
27	11011	1	
28	11100	1	
29	11101		
30	11110	1	
31	11111		

**Hilfen:**

<b>Vollständige Funktionstabelle</b>			
<b>Nr.</b>	<b>Eingangsvariablen</b> $x_4, x_3, x_2, x_1, x_0$	<b>Q</b>	<b>Anzahl Einsen</b>
0	00000		
1	00001		
2	00010		
3	00011		
4	00100		
5	00101		
6	00110		
7	00111		
8	01000		
9	01001		
10	01010		
11	01011		
12	01100		
13	01101		
14	01110		
15	01111		
16	10000		
17	10001		
18	10010		
19	10011		
20	10100		
21	10101		
22	10110		
23	10111		
24	11000		
25	11001		
26	11010		
27	11011		
28	11100		
29	11101		
30	11110		
31	11111		











**Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant**



**Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant**







## Bemerkung:

Sind zwischen den Variablen keine Operatoren, so ist das als UND-Verknüpfung zu lesen.

Beispiel:  $abc \equiv a \wedge b \wedge c$

Für bestimmte Fälle wird  $x_0$  mit  $2^0=1$ ,  $x_1$  mit  $2^1=2$ ,  $x_2$  mit  $2^2=4$  und später  $x_3$  mit  $2^3=8$  u.s.w. gewichtet, so das man sie als eine Zahl ansehen kann.

Bei den Schaltungen können die Gatter beliebig viele Eingänge haben, ausgenommen der Inverter. Es sind, wenn nicht ausdrücklich anders gefordert, nur AND-, OR- und NOT-Gatter zu verwenden.

Leere Felder in Karnaugh-Veitch-Diagrammen sind immer null.

Bei den Konversionen sind Inverter als Spezialfall der NAND- und NOR - Gatter auf der untersten Ebene erlaubt. Die Konversionen sind, wenn nicht anders angegeben, aus den kanonischen Normalformen zu erstellen.

Streng in Zusammenhang mit der Schaltung bedeutet, daß alle Inverter gezeichnet werden müssen! Es existiert jeweils nur ein Draht für die nicht invertierten Variablen.

Zum Beispiel gilt für die Implikanten 1. Ordnung (1,5) und (2,6)  $I(1)=\{(1,5),(2,6)\}$

2. Ordnung (4,5,6,7)  $I(2)=\{(4,5,6,7)\}$ . Für die Primimplikanten z.B:  $PI(1)=$  und die Kernimplikanten z.B:  $KPI(1)=$ . Entsprechend gilt für Implikate  $I_k$ , Primimplikate  $PI_k$  und Kernprimimplikate  $KPI_k$ .

Bei der Baumdarstellung geht man zweckmäßiger Weise von der kanonisch disjunktiven Normalform oder einer disjunktiven Form aus.

Die Kosten sind entsprechend der Kostenbestimmung im Quine-McCluskey Verfahren aus der Vorlesung zu berechnen. Für n-Variablen hat der (Prim)implikant 0. Ordnung (Minterm) die Kosten n, der (Prim)implikant 1. Ordnung (2er Block) die Kosten n-1 usw.

Analog gilt es auch für die (Prim)implikate

Es kann mehrere minimale Funktionen mit minimalen Kosten geben.

# Lösung:

## 4. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey

- Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	Eingangsvariablen $x_4, x_3, x_2, x_1, x_0$	Q	Anzahl Einsen
0	00000	1	0
1	00001	1	1
2	00010		
3	00011	1	2
4	00100	1	1
5	00101		
6	00110	1	2
7	00111	1	3
8	01000	1	1
9	01001	1	2
10	01010	1	2
11	01011	1	3
12	01100		
13	01101		
14	01110		
15	01111		
16	10000	1	1
17	10001		
18	10010	1	2
19	10011		
20	10100		
21	10101		
22	10110		
23	10111		
24	11000	1	2
25	11001	1	3
26	11010	1	3
27	11011	1	4
28	11100	1	3
29	11101		
30	11110	1	4

31	11111		
----	-------	--	--

2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'sche" Tabelle

1. "Quine'sche" Tabelle					
0. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0	00000				
1	00001				
4	00100				
8	01000				
16	10000				
3	00011				
6	00110				
9	01001				
10	01010				
18	10010				
24	11000				
7	00111				
11	01011				
25	11001				
26	11010				
28	11100				
27	11011				
30	11110				

**Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant**

1. "Quine'sche" Tabelle					
1. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1	0000-		11,27	-1011	
0,4	00-00	P1.1	25,27	110-1	
0,8	0-000		26,27	1101-	
0,16	-0000		26,30	11-10	
			28,30	111-0	
1,3	000-1				
1,9	0-001				
4,6	001-0	P1.3			
8,9	0100-				
8,10	010-0				
8,24	-1000				
16,18	100-0				
16,24	1-000				
3,7	00-11	P1.2			
3,11	0-011				
6,7	0011-	P1.4			
9,11	010-1				
9,25	-1001				
10,11	0101-				
10,26	-1010				
18,26	1-010				
24,25	1100-				
24,26	110-0				
24,28	11-00				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle (3.Teil)					
2. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
<b>0,1,8,9</b>	<b>0-00-</b>	<b>P2.1</b>			
<b>0,8,1,9</b>	<b>0-00-</b>				
<b>0,8,16,24</b>	<b>--000</b>	<b>P2.2</b>			
<b>0,16,8,24</b>	<b>--000</b>				
<b>1,3,9,11</b>	<b>0-0-1</b>	<b>P2.3</b>			
<b>8,9,10,11</b>	<b>010--</b>				
<b>8,9,24,25</b>	<b>-100-</b>				
<b>8,10,9,11</b>	<b>010--</b>				
<b>8,10,24,26</b>	<b>-10-0</b>				
<b>8,24,9,25</b>	<b>-100-</b>				
<b>8,24,10,26</b>	<b>-10-0</b>				
<b>16,18,24,26</b>	<b>1-0-0</b>	<b>P2.4</b>			
<b>16,24,18,26</b>	<b>1-0-0</b>				
<b>9,11,25,27</b>	<b>-10-1</b>				
<b>9,25,11,27</b>	<b>-10-1</b>				
<b>10,11,26,27</b>	<b>-101-</b>				
<b>10,26,11,27</b>	<b>-101-</b>				
<b>24,25,26,27</b>	<b>110--</b>				
<b>24,26,25,27</b>	<b>110--</b>				
<b>24,26,28,30</b>	<b>11--0</b>	<b>P2.5</b>			
<b>24,28,26,30</b>	<b>11--0</b>				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant







1. "Quine'sche" Tabelle			
Übersicht Primimplikanten			
Nr.	Funktion	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,4	$\bar{x}_4\bar{x}_3\bar{x}_1\bar{x}_0$	00-00	P1.1
3,7	$\bar{x}_4\bar{x}_3x_1x_0$	00-11	P1.2
4,6	$\bar{x}_4\bar{x}_3x_2\bar{x}_0$	001-0	P1.3
6,7	$\bar{x}_4\bar{x}_3x_2x_1$	0011-	P1.4
0,1,8,9	$\bar{x}_4\bar{x}_2\bar{x}_1$	0-00-	P2.1
0,8,16,24	$\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0$	--000	P2.2
1,3,9,11	$\bar{x}_4\bar{x}_2x_0$	0-0-1	P2.3
16,18,24,26	$x_4\bar{x}_2\bar{x}_0$	1-0-0	P2.4
24,26,28,30	$x_4x_3\bar{x}_0$	11--0	P2.5
8,9,10,11,24,25,26,27	$x_3\bar{x}_2$	-10--	P3.1
	$\bar{x}_4\bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0$		

**Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant**





*Einige Beispiele für Rechenregeln:*

$$w_{1,1}(w_{1,1} \vee w_{1,2}) = w_{1,1}$$

$$w_{2,2}w_{2,3} \vee w_{2,3} = w_{2,3}$$

$$w_{1,2}w_{2,2}w_{2,5}w_{2,6} \vee w_{2,2}w_{2,5}w_{2,6} = w_{2,2}w_{2,5}w_{2,6}$$

1. Löschen aller doppelten Einzelterme
2. Löschen aller doppelten Mehrfachterme (keine vorhanden)
3. Nutzung der Rechenregel  $w_{1,1}(w_{1,1} \vee w_{1,2}) = w_{1,1}$  mit  $w_{2,4}, w_{2,5}$  und  $w_{3,1}$

$$\begin{aligned} \ddot{u}_f &= (w_{1,1} \vee w_{2,1} \vee w_{2,2})(w_{2,1} \vee w_{2,3})(w_{1,2} \vee w_{2,3})(w_{1,1} \vee w_{1,3})(w_{1,3} \vee w_{1,4})(w_{1,2} \vee w_{1,4})(w_{2,1} \vee w_{2,2} \vee w_{3,1}) \\ & (w_{2,1} \vee w_{2,3} \vee w_{3,1})w_{3,1}(w_{2,3} \vee w_{3,1})(w_{2,2} \vee w_{2,4})w_{2,4}(w_{2,2} \vee w_{2,4} \vee w_{2,5} \vee w_{3,1})w_{3,1}(w_{2,4} \vee w_{2,5} \vee w_{3,1}) \\ & w_{3,1}w_{2,5}w_{2,5} \\ &= w_{2,4}w_{2,5}w_{3,1}(w_{1,1} \vee w_{2,1} \vee w_{2,2})(w_{2,1} \vee w_{2,3})(w_{1,2} \vee w_{2,3})(w_{1,1} \vee w_{1,3})(w_{1,3} \vee w_{1,4})(w_{1,2} \vee w_{1,4}) \\ & (w_{2,1} \vee w_{2,2} \vee w_{3,1})(w_{2,1} \vee w_{2,3} \vee w_{3,1})(w_{2,3} \vee w_{3,1})(w_{2,2} \vee w_{2,4})(w_{2,2} \vee w_{2,4} \vee w_{2,5} \vee w_{3,1})(w_{2,4} \vee w_{2,5} \vee w_{3,1}) \\ &= w_{2,4}w_{2,5}w_{3,1}(w_{1,1} \vee w_{2,1} \vee w_{2,2})(w_{2,1} \vee w_{2,3})(w_{1,2} \vee w_{2,3})(w_{1,1} \vee w_{1,3})(w_{1,3} \vee w_{1,4})(w_{1,2} \vee w_{1,4}) \\ & (w_{2,1} \vee w_{2,2} \vee w_{3,1})(w_{2,1} \vee w_{2,3} \vee w_{3,1})(w_{2,3} \vee w_{3,1}) \\ &= w_{2,4}w_{2,5}w_{3,1}(w_{1,1} \vee w_{2,1} \vee w_{2,2})(w_{2,1} \vee w_{2,3})(w_{1,2} \vee w_{2,3})(w_{1,1} \vee w_{1,3})(w_{1,3} \vee w_{1,4})(w_{1,2} \vee w_{1,4}) \end{aligned}$$

4. Nutzung der Rechenregel  $w_{2,2}w_{2,3} \vee w_{2,3} = w_{2,3}$  und der erweiterten Form

$$w_{1,2}w_{2,2}w_{2,5}w_{2,6} \vee w_{2,2}w_{2,5}w_{2,6} = w_{2,2}w_{2,5}w_{2,6}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{u}_f &= w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} (w_{1.1} \vee w_{2.1} \vee w_{2.2})(w_{2.1} \vee w_{2.3})(w_{1.2} \vee w_{2.3})(w_{1.1} \vee w_{1.3})(w_{1.3} \vee w_{1.4})(w_{1.2} \vee w_{1.4}) \\
&= w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} (w_{1.1} \vee w_{2.1} \vee w_{2.2})(w_{2.1} \vee w_{2.3})(w_{1.2} \vee w_{2.3})(w_{1.1} \vee w_{1.3}) \\
&\quad (w_{1.2} w_{1.3} \vee w_{1.2} w_{1.4} \vee w_{1.3} w_{1.4} \vee w_{1.4} w_{1.4}) \\
&= w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} (w_{1.1} \vee w_{2.1} \vee w_{2.2})(w_{2.1} \vee w_{2.3})(w_{1.2} \vee w_{2.3})(w_{1.1} \vee w_{1.3}) \\
&\quad (w_{1.2} w_{1.3} \vee w_{1.4}) \\
&= w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} (w_{1.1} \vee w_{2.1} \vee w_{2.2})(w_{2.1} \vee w_{2.3})(w_{1.2} \vee w_{2.3}) \\
&\quad (w_{1.1} w_{1.2} w_{1.3} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{1.3} \vee w_{1.1} w_{1.4} \vee w_{1.3} w_{1.4}) \\
&= w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} (w_{1.1} \vee w_{2.1} \vee w_{2.2})(w_{2.1} \vee w_{2.3})(w_{1.2} \vee w_{2.3}) \\
&\quad (w_{1.2} w_{1.3} \vee w_{1.1} w_{1.4} \vee w_{1.3} w_{1.4}) \\
&= w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} (w_{1.1} \vee w_{2.1} \vee w_{2.2})(w_{2.1} \vee w_{2.3}) \\
&\quad (w_{1.2} w_{1.3} \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.4} \vee w_{1.1} w_{1.4} w_{2.3} \vee w_{1.3} w_{1.4} w_{2.3}) \\
&= w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} (w_{1.1} \vee w_{2.1} \vee w_{2.2}) \\
&\quad (w_{1.2} w_{1.3} w_{2.1} \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.4} w_{2.1} \vee w_{1.1} w_{1.4} w_{2.1} w_{2.3} \vee w_{1.3} w_{1.4} w_{2.1} w_{2.3} \\
&\quad \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.3} \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.4} w_{2.3} \vee w_{1.1} w_{1.4} w_{2.3} w_{2.3} \vee w_{1.3} w_{1.4} w_{2.3} w_{2.3}) \\
&= w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} (w_{1.1} \vee w_{2.1} \vee w_{2.2}) \\
&\quad (w_{1.2} w_{1.3} w_{2.1} \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.4} w_{2.1} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.3} \vee w_{1.1} w_{1.4} w_{2.3} \vee w_{1.3} w_{1.4} w_{2.3}) \\
&= w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} \\
&\quad (w_{1.1} w_{1.2} w_{1.3} w_{2.1} \vee w_{1.1} w_{1.1} w_{1.2} w_{1.4} w_{2.1} \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.3} w_{2.3} \vee w_{1.1} w_{1.1} w_{1.4} w_{2.3} \vee w_{1.1} w_{1.3} w_{1.4} w_{2.3} \\
&\quad \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.1} w_{2.1} \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.4} w_{2.1} w_{2.1} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.1} w_{2.3} \vee w_{1.1} w_{1.4} w_{2.1} w_{2.3} \vee w_{1.3} w_{1.4} w_{2.1} w_{2.3} \\
&\quad \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.1} w_{2.2} \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.4} w_{2.1} w_{2.2} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.2} w_{2.3} \vee w_{1.1} w_{1.4} w_{2.2} w_{2.3} \vee w_{1.3} w_{1.4} w_{2.2} w_{2.3}) \\
&= w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} \\
&\quad (w_{1.1} w_{1.2} w_{1.4} w_{2.1} \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.3} w_{2.3} \vee w_{1.1} w_{1.4} w_{2.3} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.1} \vee w_{1.3} w_{1.4} w_{2.1} w_{2.3} \\
&\quad \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.4} w_{2.1} w_{2.2} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.2} w_{2.3} \vee w_{1.3} w_{1.4} w_{2.2} w_{2.3})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{u}_f &= w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} \\
& (w_{1.1} w_{1.4} w_{2.3} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.1} \\
& \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.4} w_{2.1} \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.3} w_{2.3} \vee w_{1.3} w_{1.4} w_{2.1} w_{2.3} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.2} w_{2.3} \vee w_{1.3} w_{1.4} w_{2.2} w_{2.3}) \\
& = w_{1.1} w_{1.4} w_{2.3} w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.1} w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} \\
& \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.4} w_{2.1} w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} \vee w_{1.1} w_{1.2} w_{1.3} w_{2.3} w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} \vee w_{1.3} w_{1.4} w_{2.1} w_{2.3} w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} \\
& \vee w_{1.2} w_{1.3} w_{2.2} w_{2.3} w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1} \vee w_{1.3} w_{1.4} w_{2.2} w_{2.3} w_{2.4} w_{2.5} w_{3.1}
\end{aligned}$$

$$\ddot{u}_f = w_{2,4} w_{2,5} w_{3,1}$$

$$(w_{1,1} w_{1,4} w_{2,3} \vee w_{1,2} w_{1,3} w_{2,1}$$

$$\vee w_{1,1} w_{1,2} w_{1,4} w_{2,1} \vee w_{1,1} w_{1,2} w_{1,3} w_{2,3} \vee w_{1,3} w_{1,4} w_{2,1} w_{2,3} \vee w_{1,2} w_{1,3} w_{2,2} w_{2,3} \vee w_{1,3} w_{1,4} w_{2,2} w_{2,3})$$

$$= w_{1,1} w_{1,4} w_{2,3} w_{2,4} w_{2,5} w_{3,1} \vee w_{1,2} w_{1,3} w_{2,1} w_{2,4} w_{2,5} w_{3,1}$$

$$\vee w_{1,1} w_{1,2} w_{1,4} w_{2,1} w_{2,4} w_{2,5} w_{3,1} \vee w_{1,1} w_{1,2} w_{1,3} w_{2,3} w_{2,4} w_{2,5} w_{3,1} \vee w_{1,3} w_{1,4} w_{2,1} w_{2,3} w_{2,4} w_{2,5} w_{3,1}$$

$$\vee w_{1,2} w_{1,3} w_{2,2} w_{2,3} w_{2,4} w_{2,5} w_{3,1} \vee w_{1,3} w_{1,4} w_{2,2} w_{2,3} w_{2,4} w_{2,5} w_{3,1}$$

$$\Pr I(w_{1,1}) = \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \quad 0,4$$

$$\Pr I(w_{1,2}) = \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_1 x_0 \quad 3,7$$

$$\Pr I(w_{1,3}) = \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0 \quad 4,6$$

$$\Pr I(w_{1,4}) = \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 x_1 \quad 6,7$$

$$\Pr I(w_{2,1}) = \bar{x}_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \quad 0,1,8,9$$

$$\Pr I(w_{2,2}) = \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \quad 0,8,16,24$$

$$\Pr I(w_{2,3}) = \bar{x}_4 \bar{x}_2 x_0 \quad 1,3,9,11$$

$$\Pr I(w_{2,4}) = x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \quad 16,18,24,26$$

$$\Pr I(w_{2,5}) = x_4 x_3 \bar{x}_0 \quad 24,26,28,30$$

$$\Pr I(w_{3,1}) = x_3 \bar{x}_2 \quad 8,9,10,11,24,25,26,27$$

Die Primimplikanten P2.4, P2.5 und P3.1 sind Kernprimimplikanten.

$$Q_{D1-\min} = \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 x_1 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_2 x_0 \vee x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee x_4 x_3 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2$$

$$\text{Kosten} = 4 + 4 + 3 + 3 + 3 + 2 = 19$$

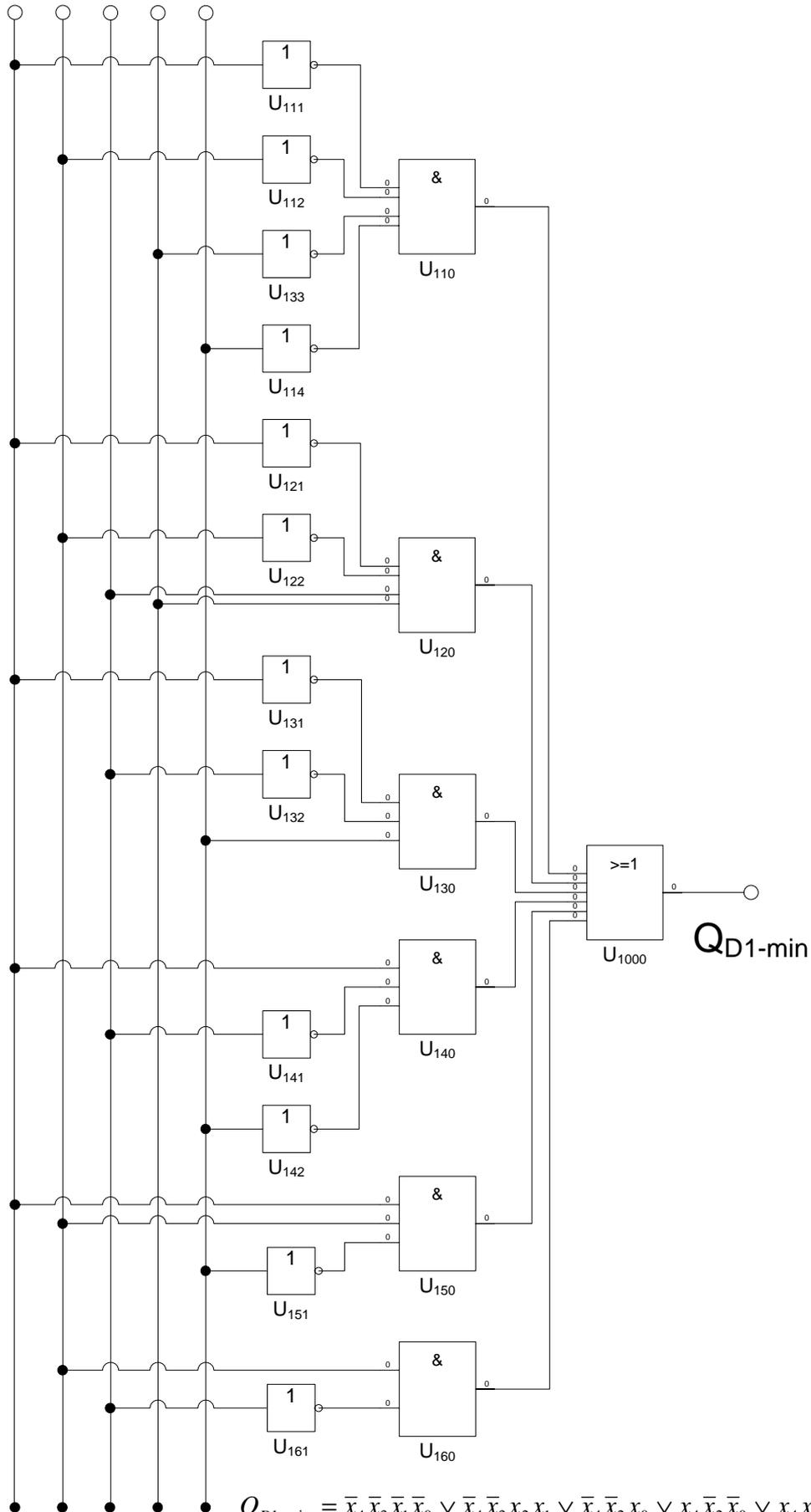
$$\Pr I(1.1/1.4/2.3/2.4/2.5/3.1) \quad w_{1,1} w_{1,4} w_{2,3} w_{2,4} w_{2,5} w_{3,1}$$

$$Q_{D2-\min} = \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_1 x_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee x_4 x_3 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2$$

$$\text{Kosten} = 4 + 4 + 3 + 3 + 3 + 2 = 19$$

$$\Pr I(1.2/1.3/2.1/2.4/2.5/3.1) \quad w_{1,2} w_{1,3} w_{2,1} w_{2,4} w_{2,5} w_{3,1}$$

$X_4 \ X_3 \ X_2 \ X_1 \ X_0$

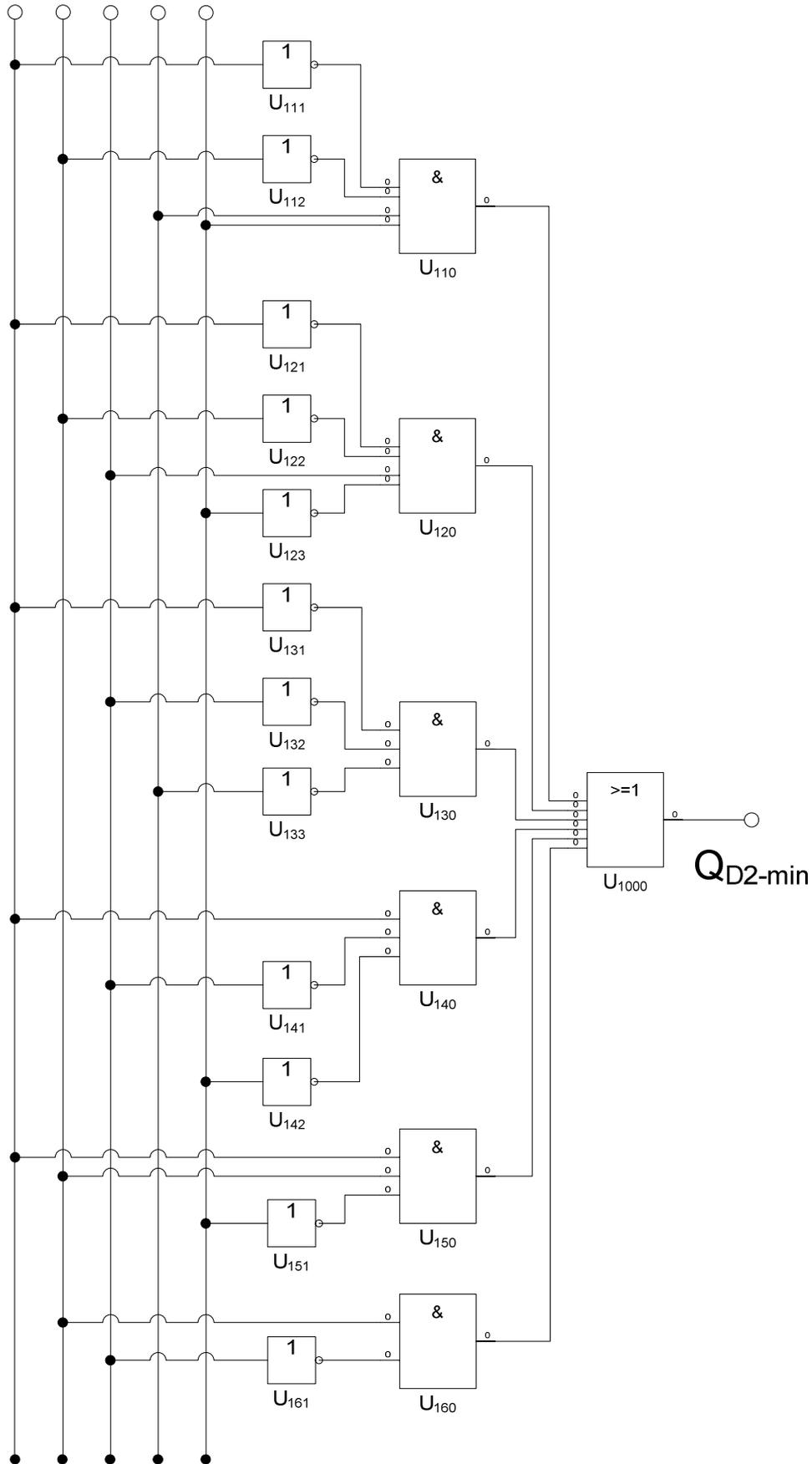


$$Q_{D1-min} = \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 x_1 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_2 x_0 \vee x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee x_4 x_3 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2$$

$$\text{Kosten} = 4 + 4 + 3 + 3 + 3 + 2 = 19$$

$$\text{Pr } I(1.1/1.5/2.2/2.3/2.4/3.1)$$

$X_4 \ X_3 \ X_2 \ X_1 \ X_0$



$$Q_{D2-min} = \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_1 x_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee x_4 x_3 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2$$

$$Kosten = 4 + 4 + 3 + 3 + 3 + 2 = 19$$

$$Pr I(1.3/1.4/2.1/2.3/2.4/3.1)$$

$$Q_{D1-\min} = \bar{x}_4 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 x_1 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_2 x_0 \vee x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee x_4 x_3 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2$$

$$Kosten = 4 + 4 + 3 + 3 + 3 + 2 = 19$$

$$Pr I(1.1/1.5/2.2/2.3/2.4/3.1)$$

$$w_{1.1} w_{1.5} w_{2.2} w_{2.3} w_{2.4} w_{3.1}$$

$$Q_{D2-\min} = \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_1 x_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee x_4 x_3 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2$$

$$Kosten = 4 + 4 + 3 + 3 + 3 + 2 = 19$$

$$Pr I(1.3/1.4/2.1/2.3/2.4/3.1)$$

$$w_{1.3} w_{1.4} w_{2.1} w_{2.3} w_{2.4} w_{3.1}$$

## Zur Kontrolle:

Durch Kernprimimplikanten P2.4, P2.5 und P3.1 abgedeckte Bereiche

$x_4=0$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	1 0	1 1	5	1 4	0	$x_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	1 10	1 11	15	14	1	
	1	1 8	1 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

$x_4=1$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	1 16	17	21	20	0	$x_1$
	0	1 18	19	23	22	1	
	1	1 26	1 27	31	1 30	1	
	1	1 24	1 25	29	1 28	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

$x_4=0$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	<b>1</b> 0	<b>1</b> 1	5	<b>1</b> 4	0	$x_1$
	0	2	<b>1</b> 3	<b>1</b> 7	<b>1</b> 6	1	
	1	<b>1</b> 10	<b>1</b> 11	15	14	1	
	1	<b>1</b> 8	<b>1</b> 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

$x_4=1$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	<b>1</b> 16	17	21	20	0	$x_1$
	0	<b>1</b> 18	19	23	22	1	
	1	<b>1</b> 26	<b>1</b> 27	31	<b>1</b> 30	1	
	1	<b>1</b> 24	<b>1</b> 25	29	<b>1</b> 28	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

$$\ddot{u}_f = 000000000000000000000000$$

$$w_{1,1} \quad w_{1,2} \quad w_{1,3} \quad w_{1,4} \quad w_{2,1} \quad w_{2,2} \quad w_{2,3} \quad w_{2,4} \quad w_{2,5} \quad w_{3,1}$$

$$\ddot{u}_f =$$

$$\ddot{u}_f = 000000000000000000000000$$

$$w_{1,1} \quad w_{1,2} \quad w_{1,3} \quad w_{1,4} \quad w_{2,1} \quad w_{2,2} \quad w_{2,3} \quad w_{2,4} \quad w_{2,5} \quad w_{3,1}$$

$$\begin{aligned} \ddot{u}_f &= (w_{1,1} \vee w_{2,1} \vee w_{2,2})(w_{2,1} \vee w_{2,3})(w_{1,2} \vee w_{2,3})(w_{1,1} \vee w_{1,3})(w_{1,3} \vee w_{1,4})(w_{1,2} \vee w_{1,4})(w_{2,1} \vee w_{2,2} \vee w_{3,1}) \\ &\quad (w_{2,1} \vee w_{2,3} \vee w_{3,1}) \\ &\quad w_{3,1}(w_{2,3} \vee w_{3,1})(w_{2,2} \vee w_{2,4})w_{2,4}(w_{2,2} \vee w_{2,4} \vee w_{2,5} \vee w_{3,1})w_{3,1}(w_{2,4} \vee w_{2,5} \vee w_{3,1})w_{3,1}w_{2,5}w_{2,5} \\ &= (w_{1,1} \vee w_{2,1} \vee w_{2,2})(w_{2,1} \vee w_{2,3})(w_{1,2} \vee w_{2,3})(w_{1,1} \vee w_{1,3})(w_{1,3} \vee w_{1,4})(w_{1,2} \vee w_{1,4})(w_{2,1} \vee w_{2,2} \vee w_{3,1}) \\ &\quad (w_{2,1} \vee w_{2,3} \vee w_{3,1}) \\ &\quad w_{3,1}(w_{2,3}w_{3,1})(w_{2,2}w_{2,4})w_{2,4}(w_{2,2}w_{2,4}w_{2,5}w_{3,1})w_{3,1}(w_{2,4}w_{2,5}w_{3,1})w_{3,1}w_{2,5}w_{2,5} \end{aligned}$$