



Studentenmitteilung

2. Semester - SS 2008

Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske

Johannissgasse 26

04109 Leipzig

Postfach 10 09 20, 04009 Leipzig

Tel.: [49]-0341-97 32213

Zimmer: Jo 04-47

e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de

www: <http://www.informatik.uni-leipzig.de/~lieske/>

Datum: Montag, 7. Juli 2008

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 2

3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Bündelinimierung logischer Schaltungen

Gegeben ist folgende Tabelle:

Wertetabelle						
Nr.	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Q_1	Q_2	Q_B	Q_{NB1}	Q_{NB2}
0	0000	1				
1	0001	1				
2	0010		1			
3	0011	1	1			
4	0100	1	1			
5	0101	1	1			
6	0110		1			
7	0111	1	1			
8	1000		1			
9	1001	1				
10	1010		1			
11	1011	1	1			
12	1100	1				
13	1101	1				
14	1110		1			
15	1111	1	1			

Diese Gleichungen solle disjunktiv normalminimiert und bündelminimiert werden.
 Bei der Bündelminimierung dürfen in der Bündelminimierung verwendete Minterme **nicht wieder** verwendet werden.

Aufgaben:

Gesamtpunktzahl: 15 Punkte

1. Bestimmen Sie KV-Diagramme der normal minimierten logischen Gleichungen
 $Q_{1-K-min}$ und $Q_{2-K-min}$ **2 Punkte**
2. Bestimmen Sie die minimierten logischen Gleichungen und die Kosten von
 $Q_{1-K-min}$ und $Q_{2-K-min}$ **2 Punkte**
3. Bestimmen Sie die minimierten logischen Schaltungen von $Q_{1-K-min}$ und $Q_{2-K-min}$
2 Punkte
4. Bestimmen Sie das KV-Diagramm des bündelbaren Teiles Q_{B-min} **2 Punkte**
5. Bestimmen Sie die minimierte Gleichung und die Kosten des bündelbaren Teiles Q_{B-min}
2 Punkte
6. Bestimmen Sie die KV-Diagramme der nichtbündelbaren Teile $Q_{NB1-min}$ und $Q_{NB2-min}$
2 Punkte
7. Bestimmen Sie die minimierte Gleichungen und die Kosten der nichtbündelbaren Teile
 $Q_{NB1-min}$ und $Q_{NB2-min}$ **1 Punkt**
8. Bestimmen Sie die bündelminimierte Gesamtgleichungen $Q_{B1-min} = Q_{B-min} \vee Q_{NB1-min}$ und
 $Q_{B2-min} = Q_{B-min} \vee Q_{NB2-min}$ sowie die Kosten **1 Punkt**
9. Bestimmen Sie die bündelminimierte Gesamtschaltung Q_{B1-min} und Q_{B2-min} **1 Punkt**

Hilfen:

Wertetabelle						
Nr.	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Q_1	Q_2	Q_B	Q_{NB1}	Q_{NB2}
0	0000					
1	0001					
2	0010					
3	0011					
4	0100					
5	0101					
6	0110					
7	0111					
8	1000					
9	1001					
10	1010					
11	1011					
12	1100					
13	1101					
14	1110					
15	1111					

		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0	1	5	4	0	x_1
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	0	1	5	4	0	X ₁
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	0	1	5	4	0	X ₁
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

3. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

„don't care“ Minimierung logischer Schaltungen

Gegeben ist folgendes KV-Diagramm:

		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	X 0	X 1	5	1 4	0	X ₁
	0	1 2	3	X 7	1 6	1	
	1	X 10	11	X 15	1 14	1	
	1	X 8	9	13	X 12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

Aufgaben:

Gesamtpunktzahl: 15 Punkte

1. Bestimmen Sie für $x=0$

- 1.1. Die disjunktiv minimierte Gleichung, die Kosten und die Schaltung **2 Punkte**
 1.2. Die konjunktiv minimierte Gleichung, die Kosten und die Schaltung **3 Punkte**

2. Bestimmen Sie für $x=1$

- 2.1. Die disjunktiv minimierte Gleichung, die Kosten und die Schaltung **2 Punkte**
 1.2. Die konjunktiv minimierte Gleichung, die Kosten und die Schaltung **3 Punkte**

2. Bestimmen Sie für x =beliebig

- 2.1. Die disjunktiv minimierte Gleichung, die Kosten und die Schaltung **2 Punkte**
 2.2. Die konjunktiv minimierte Gleichung, die Kosten und die Schaltung **3 Punkte**

		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	0	1	5	4	0	X ₁
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	0	1	5	4	0	X ₁
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

Bemerkung:

Sind zwischen den Variablen keine Operatoren, so ist das als UND-Verknüpfung zu lesen.

Beispiel: $abc \equiv a \wedge b \wedge c$

Für bestimmte Fälle wird x_0 mit $2^0=1$, x_1 mit $2^1=2$, x_2 mit $2^2=4$ und später x_3 mit $2^3=8$ u.s.w. gewichtet, so das man sie als eine Zahl ansehen kann.

Bei den Schaltungen können die Gatter beliebig viele Eingänge haben, ausgenommen der Inverter. Es sind, wenn nicht ausdrücklich anders gefordert, nur AND-, OR- und NOT-Gatter zu verwenden.

Leere Felder in Karnaugh-Veitch-Diagrammen sind immer null.

Bei den Konversionen sind Inverter als Spezialfall der NAND- und NOR - Gatter auf der untersten Ebene erlaubt. Die Konversionen sind, wenn nicht anders angegeben, aus den kanonischen Normalformen zu erstellen.

Streng in Zusammenhang mit der Schaltung bedeutet, daß alle Inverter gezeichnet werden müssen! Es existiert jeweils nur ein Draht für die nicht invertierten Variablen.

Zum Beispiel gilt für die Implikanten 1. Ordnung (1,5) und (2,6) $I(1)=\{(1,5),(2,6)\}$

2. Ordnung (4,5,6,7) $I(2)=\{(4,5,6,7)\}$. Für die Primimplikanten z.B: $PI(1)=$ und die

Kernimplikanten z.B: $KPI(1)=$. Entsprechend gilt für Implikante I_k , Primimplikante PI_k und Kernprimimplikante KPI_k .

Bei der Baumdarstellung geht man zweckmäßiger Weise von der kanonisch disjunktiven Normalform oder einer disjunktiven Form aus.

Die Kosten sind entsprechend der Kostenbestimmung im Quine-McCluskey Verfahren aus der Vorlesung zu berechnen. Für n-Variablen hat der (Prim)implikant 0. Ordnung (Minterm) die Kosten n, der (Prim)implikant 1. Ordnung (2er Block) die Kosten n-1 usw.

Analog gilt es auch für die (Prim)implikante

Es kann mehrere minimale Funktionen mit minimalen Kosten geben.

Kernprimimplikanten sind eine Untermenge der Primimplikanten.

Primimplikanten sind eine Untermenge der Implikanten.

Im einfachsten Fall sind die Kernprimimplikanten gleich den Primimplikanten

Ebenso bei den Implikaten.

Lösung:

3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Bündelinimierung logischer Schaltungen

- Bestimmen Sie KV-Diagramme der normal minimierten logischen Gleichungen

$Q_{1-K-min}$ und $Q_{2-K-min}$

Wertetabelle						
Nr.	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Q_1	Q_2	Q_B	Q_{NB1}	Q_{NB2}
0	0000	1			1	
1	0001	1			1	
2	0010		1			1
3	0011	1	1	1		
4	0100	1	1	1		
5	0101	1	1	1		
6	0110		1			1
7	0111	1	1	1		
8	1000		1			1
9	1001	1			1	
10	1010		1			1
11	1011	1	1	1		
12	1100	1			1	
13	1101	1			1	
14	1110		1			1
15	1111	1	1	1		

$Q_{1-K-\min}$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	X_1
	0	2	1 3	1 7	6	1	
	1	10	1 11	1 15	14	1	
	1	8	1 9	1 13	1 12	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{1-K-\min} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_2 \bar{x}_1$$

$Q_{2-K-\min}$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	0	1	1 5	1 4	0	X_1
	0	1 2	1 3	1 7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1	1 8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{2-K-\min} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0$$

2. Bestimmen Sie die minimierten logischen Gleichungen und die Kosten von

$Q_{1-K-\min}$ und $Q_{2-K-\min}$

$$Q_{1-K-\min} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_2 \bar{x}_1$$

$$K(Q_{1-K-\min}) = 5$$

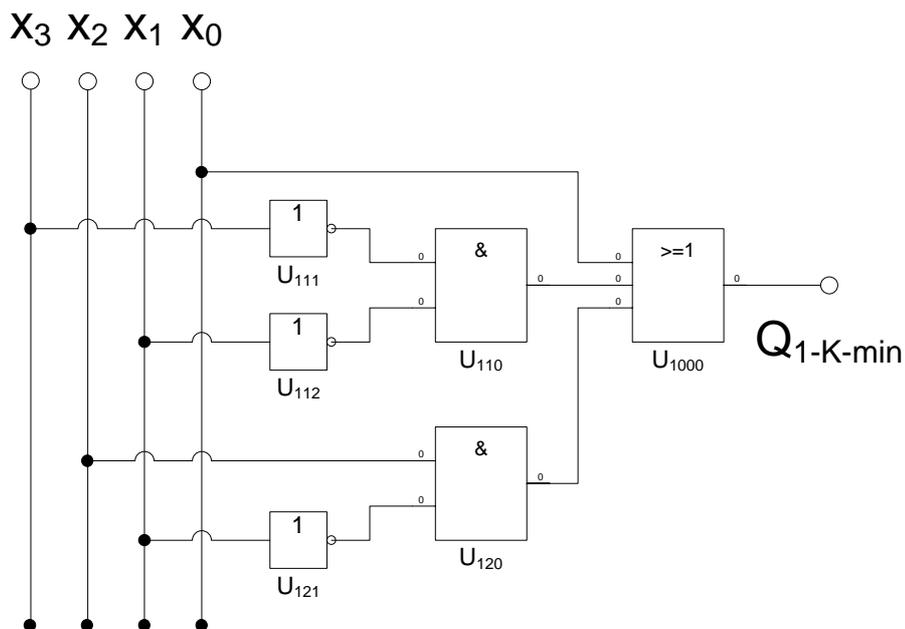
$$Q_{2-K-\min} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0$$

$$K(Q_{2-K-\min}) = 6$$

3. Bestimmen Sie die minimierten logischen Schaltungen von $Q_{1-K-\min}$ und $Q_{2-K-\min}$

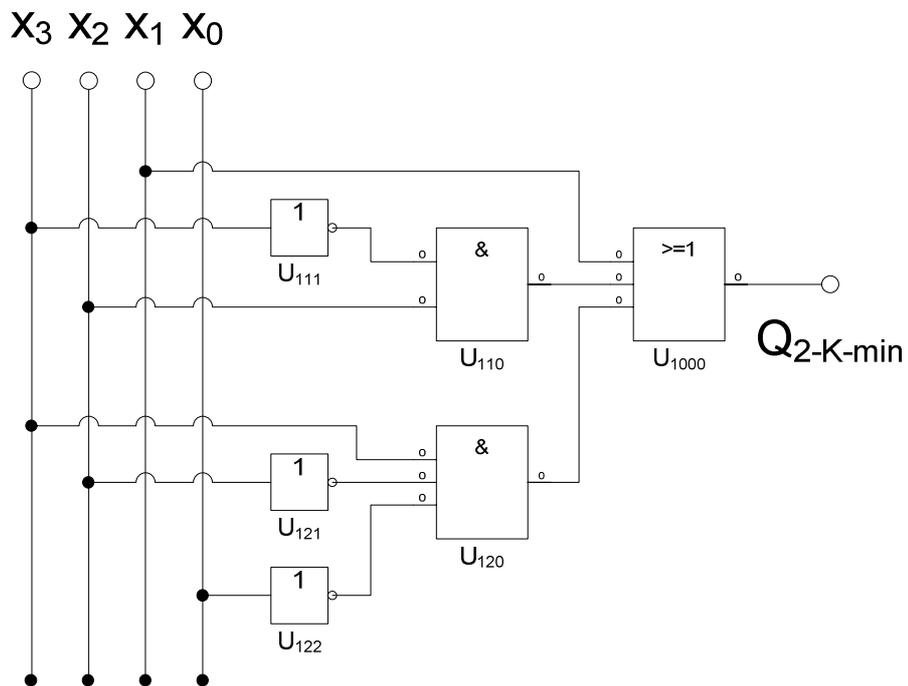
$$Q_{1-K-\min} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_2 \bar{x}_1$$

$$K(Q_{1-K-\min}) = 5$$



$$Q_{2-K-\min} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0$$

$$K(Q_{2-K-\min}) = 6$$



4. Bestimmen Sie das KV-Diagramm des bündelbaren Teiles $Q_{B-\min}$
5. Bestimmen Sie die minimierte Gleichung und die Kosten des bündelbaren Teiles $Q_{B-\min}$

Wertetabelle						
Nr.	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Q_1	Q_2	Q_B	Q_{NB1}	Q_{NB2}
0	0000	1			1	
1	0001	1			1	
2	0010		1			1
3	0011	1	1	1		
4	0100	1	1	1		
5	0101	1	1	1		
6	0110		1			1
7	0111	1	1	1		
8	1000		1			1
9	1001	1			1	
10	1010		1			1
11	1011	1	1	1		
12	1100	1			1	
13	1101	1			1	
14	1110		1			1
15	1111	1	1	1		

$Q_{B-\min}$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0			1	1	0	X_1
		0	1	5	4		
	0		1	1		1	
		2	3	7	6		
	1		1	1		1	
		10	11	15	14		
	1					0	
		8	9	13	12		
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{B-\min} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1$$

$$K(Q_{B-\min}) = 5$$

6. Bestimmen Sie die KV-Diagramme der nichtbündelbaren Teile $Q_{NB1-\min}$ und $Q_{NB2-\min}$
 7. Bestimmen Sie die minimierte Gleichungen und die Kosten der nichtbündelbaren Teile $Q_{NB1-\min}$ und $Q_{NB2-\min}$

$Q_{NB1-\min}$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 0	1 1	5 4	4	0	
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	1 9	1 13	1 12	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{NB1,1-\min} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1$$

$$Q_{NB1,2-\min} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee x_3 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1$$

$$K(Q_{B-\min}) = 9$$

$Q_{NB2-\min}$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	0	1	5	4	0	
	0	1 2	3	7	1 6	1	
	1	1 10	11	15	1 14	1	
	1	1 8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{NB2-\min} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_1 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0$$

$$K(Q_{B-\min}) = 6$$

8. Bestimmen Sie die bündelminimierte Gesamtgleichungen $Q_{B1-\min} = Q_{B-\min} \vee Q_{NB1-\min}$ und $Q_{B2-\min} = Q_{B-\min} \vee Q_{NB2-\min}$ sowie die Kosten
9. Bestimmen Sie die bündelminimierte Gesamtschaltung $Q_{B1-\min}$ und $Q_{B2-\min}$

$$Q_{B1,1-\min} = Q_{B-\min} \vee Q_{NB1,1-\min} = x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1$$

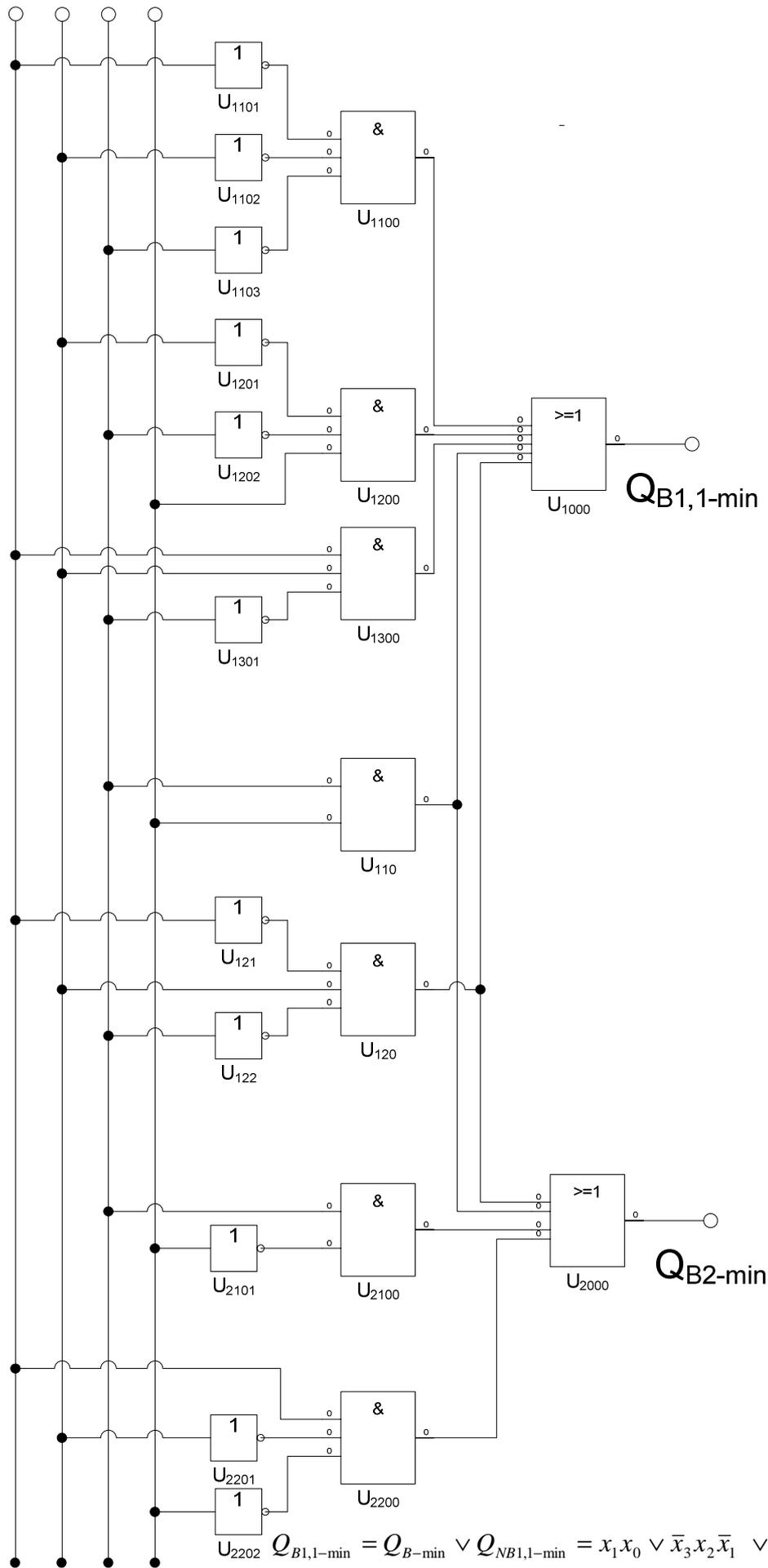
$$Q_{B1,2-\min} = Q_{B-\min} \vee Q_{NB1,2-\min} = x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee x_3 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1$$

$$K(Q_{B1,1-\min}) = K(Q_{B1,2-\min}) = 14$$

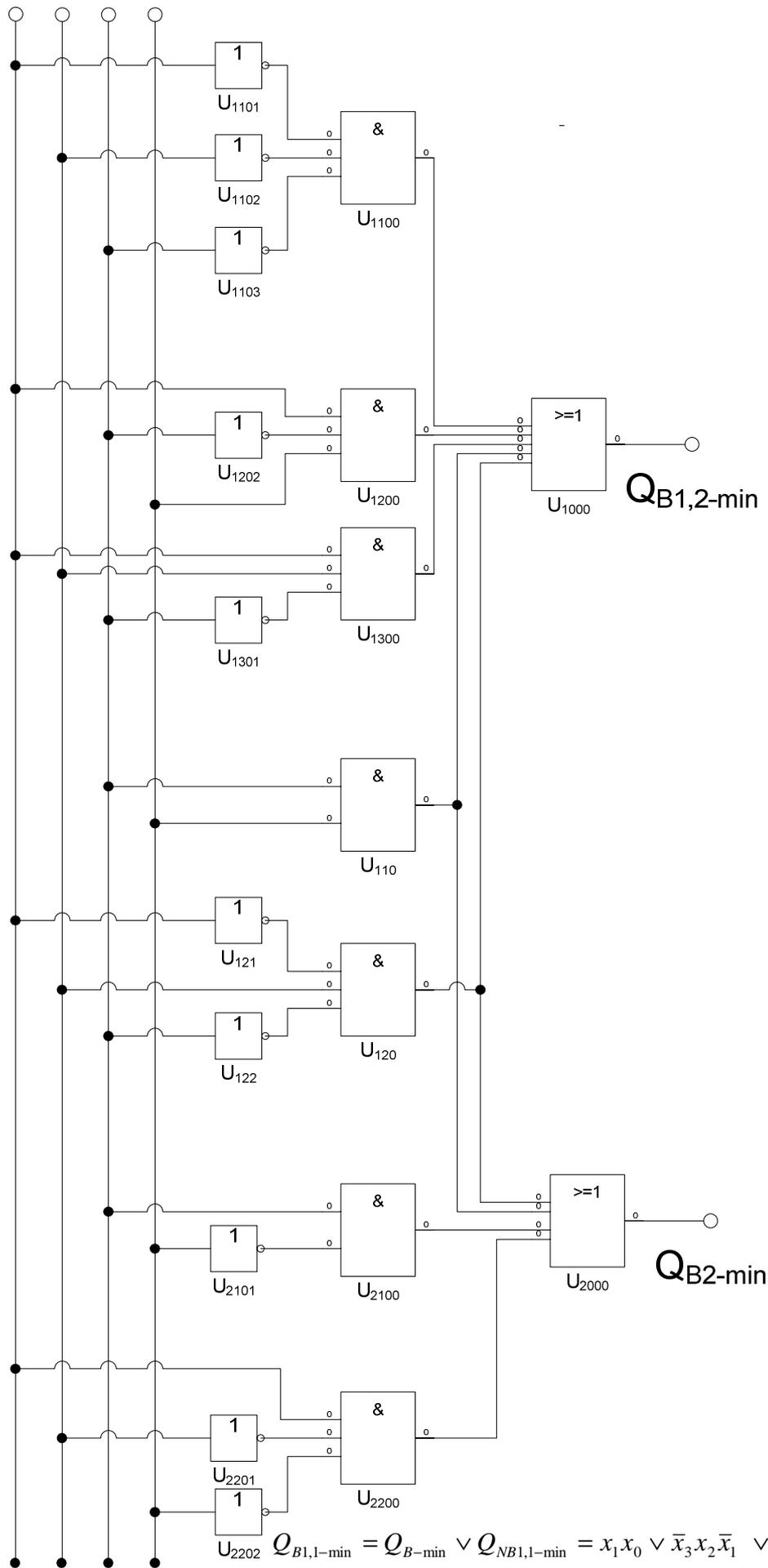
$$Q_{B2-\min} = Q_{B-\min} \vee Q_{NB2-\min} = x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \vee x_1 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0$$

$$K(Q_{B2-\min}) = 10$$

X₃ X₂ X₁ X₀



$X_3 \ X_2 \ X_1 \ X_0$



$$Q_{B1,1-min} = Q_{B-min} \vee Q_{NB1,1-min} = x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1$$

$$Q_{B1,2-min} = Q_{B-min} \vee Q_{NB1,2-min} = x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee x_3 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1$$

$$Q_{B2-min} = Q_{B-min} \vee Q_{NB2-min} = x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \vee x_1 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0$$

Lösung:

3. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

„don't care“ Minimierung logischer Schaltungen

1. Bestimmen Sie für $x=0$

1.1. Die disjunktiv minimierte Gleichung, die Kosten und die Schaltung

1.2. Die konjunktiv minimierte Gleichung, die Kosten und die Schaltung

		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0 0	0 1	5 5	1 4	x_1	0
	0	1 2	3	0 7	1 6		1
	1	0 10	11	0 15	1 14		1
	1	0 8	9	13	0 12		0
		0	0	1	1		
		x_2					

		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	0	1	5	1 4	0	
	0	1 2	3	7	1 6	1	
	1	10	11	15	1 14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

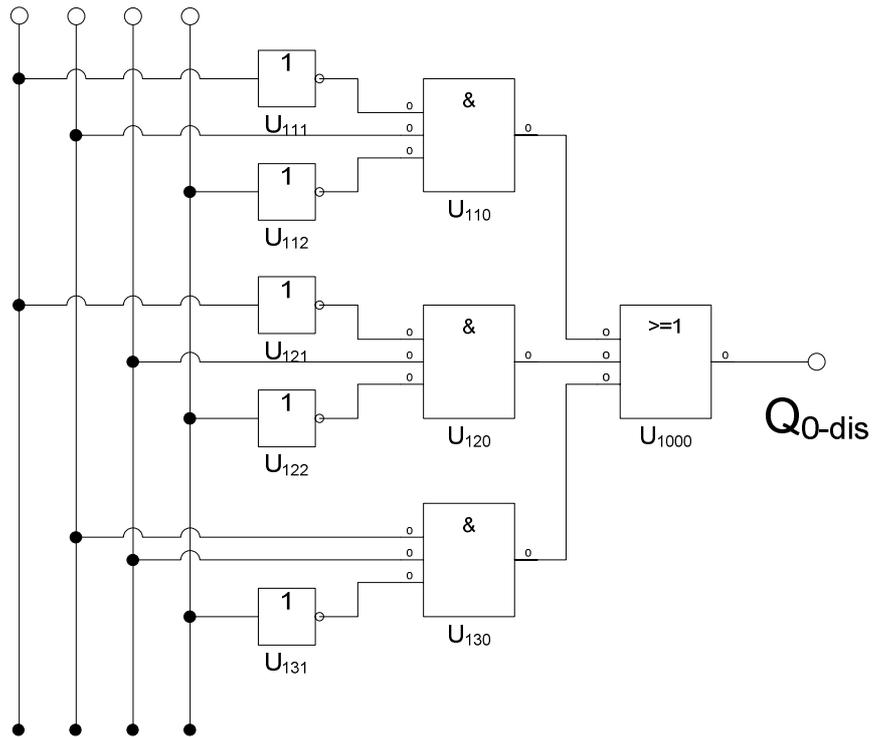
$$Q_{0-dis} = \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0 \vee x_2 x_1 \bar{x}_0$$

$$K(Q_{0-dis}) = 9$$

$$Q_{0-kon} = \bar{x}_0 (x_2 \vee x_1) (\bar{x}_3 \vee x_2) (\bar{x}_3 \vee x_1)$$

$$K(Q_{0-kon}) = 7$$

$X_3 \ X_2 \ X_1 \ X_0$



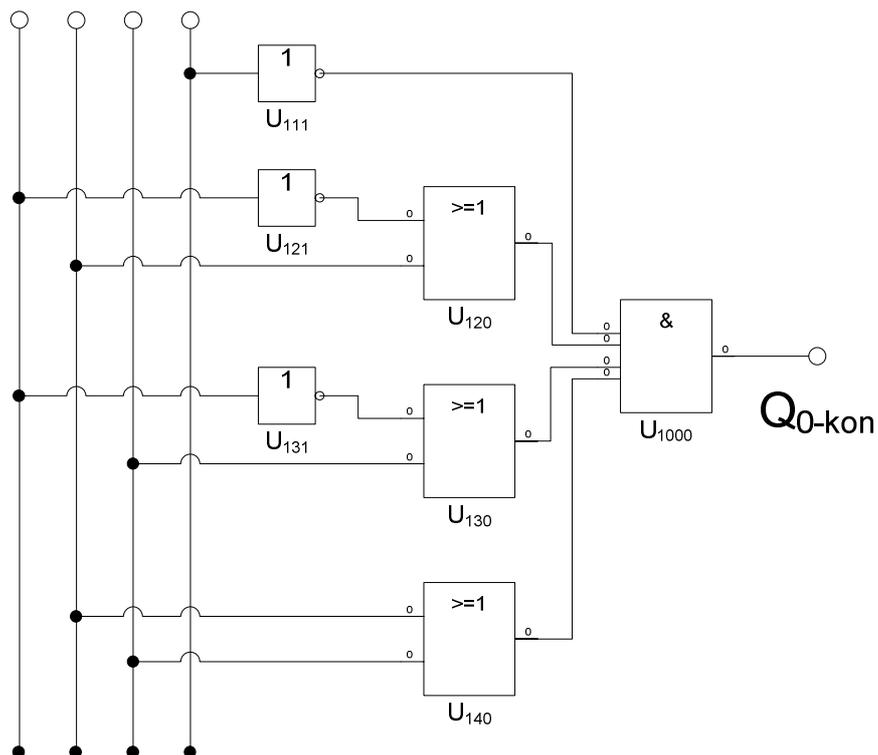
$$Q_{0-dis} = \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0 \vee x_2 x_1 \bar{x}_0$$

$$K(Q_{0-dis}) = 3 + 3 + 3 = 9$$

$$Q_{0-kon} = \bar{x}_0 (\bar{x}_3 \vee x_2)(\bar{x}_3 \vee x_1)(x_2 \vee x_1)$$

$$K(Q_{0-kon}) = 7$$

$X_3 \ X_2 \ X_1 \ X_0$



2. Bestimmen Sie für $x=1$

2.1. Die disjunktiv minimierte Gleichung, die Kosten und die Schaltung

1.2. Die konjunktiv minimierte Gleichung, die Kosten und die Schaltung

		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	1 0	1 1	5	1 4	0	
	0	1 2	3	1 7	1 6	1	
	1	1 10	11	1 15	1 14	1	
	1	1 8	9	13	1 12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

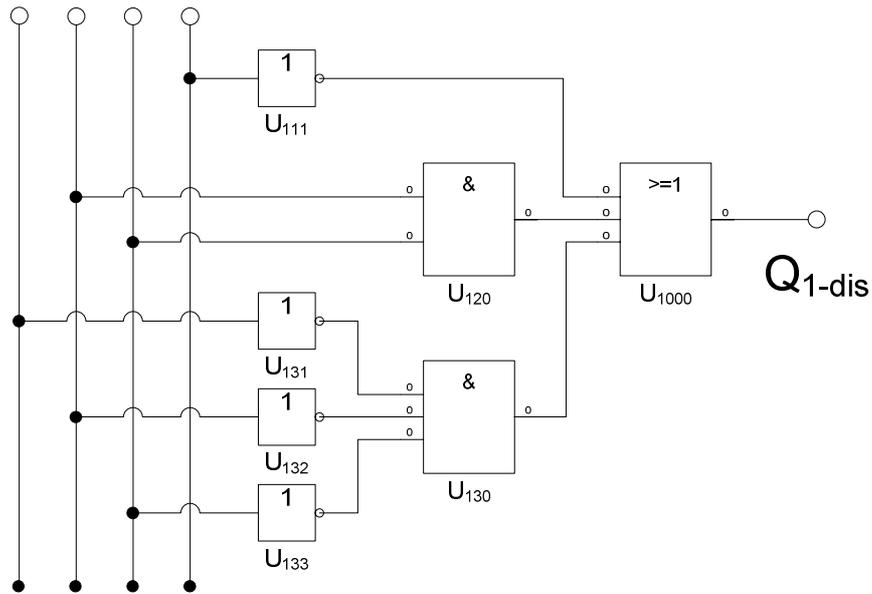
$$Q_{1-dis} = \bar{x}_0 \vee x_2 x_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$$

$$K(Q_{1-dis}) = 6$$

$$Q_{1-kon} = (x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0)(\bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0)(\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_0)$$

$$K(Q_{1-kon}) = 9$$

$X_3 \ X_2 \ X_1 \ X_0$



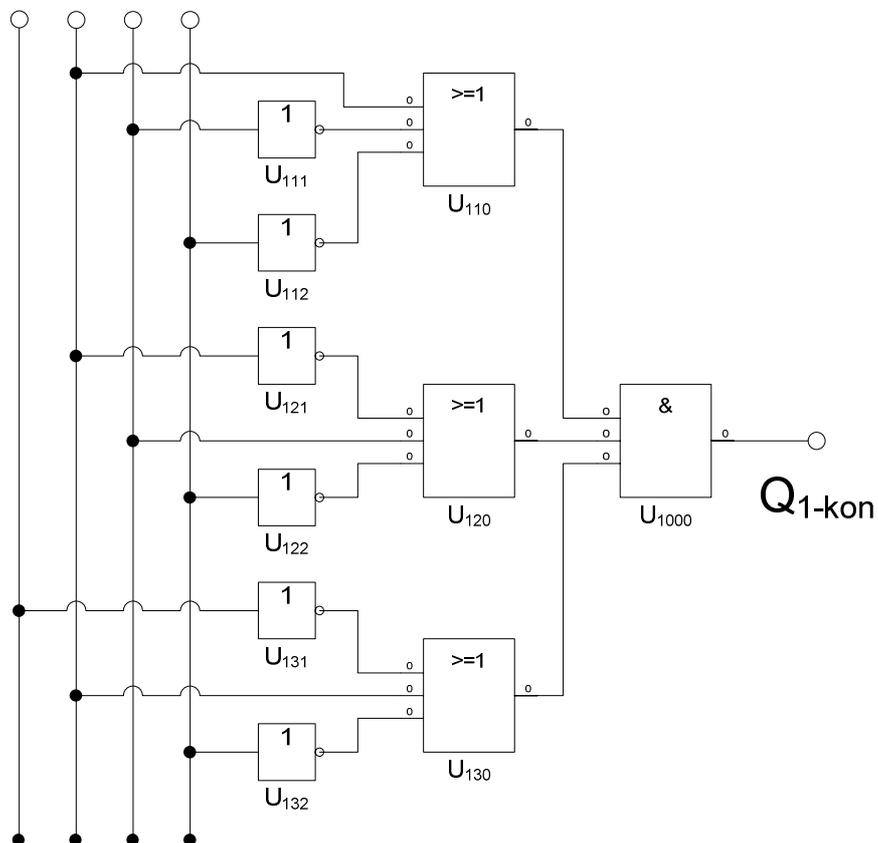
$$Q_{1-dis} = \bar{x}_0 \vee x_2 x_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$$

$$K(Q_{0-dis}) = 6$$

$$Q_{1-kon} = (x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0)(\bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0)(\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_0)$$

$$K(Q_{1-kon}) = 9$$

$X_3 \ X_2 \ X_1 \ X_0$



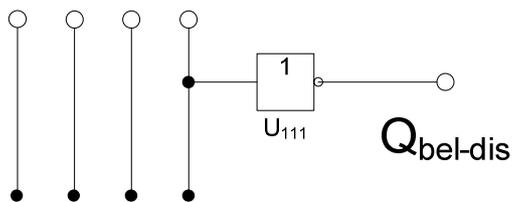
2. Bestimmen Sie für x =beliebig

2.1. Die disjunktiv minimierte Gleichung, die Kosten und die Schaltung

2.2. Die konjunktiv minimierte Gleichung, die Kosten und die Schaltung

		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	1 0	0 1	5	1 4	X ₁	0
	0	1 2	3	0 7	1 6		1
	1	1 10	11	0 15	1 14		1
	1	1 8	9	13	1 12		0
		X ₂					
		0	0	1	1		

X₃ X₂ X₁ X₀



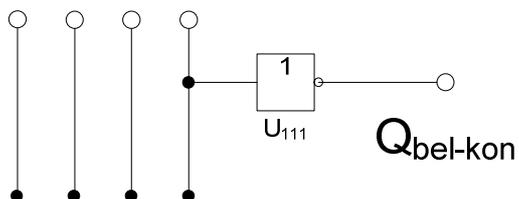
$$Q_{bel-dis} = \bar{x}_0$$

$$K(Q_{0-dis}) = 1$$

$$Q_{bel-kon} = \bar{x}_0$$

$$K(Q_{bel-kon}) = 1$$

X₃ X₂ X₁ X₀



Ergebnisse für $x=0$, $x=1$ und $x=\text{beliebig}$

$$Q_{0-dis} = \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0 \vee x_2 x_1 \bar{x}_0$$

$$K(Q_{0-dis}) = 9$$

$$Q_{0-kon} = \bar{x}_0 (\bar{x}_3 \vee x_2) (\bar{x}_3 \vee x_1) (x_2 \vee x_1)$$

$$K(Q_{0-kon}) = 7$$

$$Q_{1-dis} = \bar{x}_0 \vee x_2 x_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$$

$$K(Q_{1-dis}) = 6$$

$$Q_{1-kon} = (x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) (\bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0) (\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_0)$$

$$K(Q_{1-kon}) = 9$$

$$Q_{bel-dis} = \bar{x}_0$$

$$K(Q_{0-dis}) = 1$$

$$Q_{bel-kon} = \bar{x}_0$$

$$K(Q_{bel-kon}) = 1$$