UNIVERSITÄT LEIPZIG

Institut für Informatik

Abt. Technische Informatik
Gerätebeauftragter
Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske
Tel.: [49]-0341-97 32213
Zimmer: So 04-47
e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de
www: http://www.informatik.uni-leipzig.de/~lieske
Sprechstunde: Mi. $14^{00} – 15^{00}$ (Vorlesungszeit)

Studentenmitteilung

2. Semester - SS 2007

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 2

4. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey

Gegeben ist die nebenstehende vollständige Funktionstabelle:

Aufgaben: **Gesamtpunktzahl: 30 Punkte**

Minimieren Sie die Schaltung nach Quine-Mc-Cluskey.

1. Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm 5 Punkte
2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'sche" Tabelle 5 Punkte
3. Bestimmen Sie die 2. "Quine'sche" Tabelle 5 Punkte
4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion $ü_f$ 5 Punkte
5. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen Q_{D1}-min(Kosten=.....)=, Q_{D2}min(Kosten=.....)=, ... mit den geringsten Kosten 5 Punkte
6. Zeichnen Sie den Schaltplan **einer** der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten Q_1-min(Kosten=.....)=, Q_2-min(Kosten=.....)=, ... nach der Gleichung (streng) 5 Punkte

Bemerkungen:
Im günstigsten Fall existiert nur eine Funktion mit minimalen Kosten, es können aber auch mehr sein.
Es sollen keine Reduktionsregeln für die 2. Quinesche Tabelle benutzt, sondern die Überdeckungsfunktion bestimmt werden.

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	**Eingangsvariablen** x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	**Q**	**Anzahl Einsen**
0	**00000**	**1**	
1	**00001**		
2	**00010**	**1**	
3	**00011**		
4	**00100**		
5	**00101**	**1**	
6	**00110**	**1**	
7	**00111**	**1**	
8	**01000**	**1**	
9	**01001**	**1**	
10	**01010**	**1**	
11	**01011**	**1**	
12	**01100**	**1**	
13	**01101**		
14	**01110**	**1**	
15	**01111**		
16	**10000**	**1**	
17	**10001**		
18	**10010**	**1**	
19	**10011**		
20	**10100**		
21	**10101**	**1**	
22	**10110**	**1**	
23	**10111**	**1**	
24	**11000**	**1**	
25	**11001**	**1**	
26	**11010**	**1**	
27	**11011**	**1**	
28	**11100**	**1**	
29	**11101**	**1**	
30	**11110**	**1**	
31	**11111**		

Hilfen:

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	**Eingangsvariablen** x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	**Q**	**Anzahl Einsen**
0	00000		
1	00001		
2	00010		
3	00011		
4	00100		
5	00101		
6	00110		
7	00111		
8	01000		
9	01001		
10	01010		
11	01011		
12	01100		
13	01101		
14	01110		
15	01111		
16	10000		
17	10001		
18	10010		
19	10011		
20	10100		
21	10101		
22	10110		
23	10111		
24	11000		
25	11001		
26	11010		
27	11011		
28	11100		
29	11101		
30	11110		
31	11111		

1. "Quine'sche" Tabelle (1.Teil)

0. Ordnung

Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle (2.Teil)					
1. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	**Primimplikant**	**Nr.**	$x_4x_3x_2x_1x_0$	**Primimplikant**

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle (3.Teil)					
2. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	**Primimplikant**	**Nr.**	$x_4x_3x_2x_1x_0$	**Primimplikant**

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle (4.Teil)

3. Ordnung

Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primi m- Pli- kant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Prim im- Pli- kant

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle (5.Teil)		
4. Ordnung		
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	**Primim -plikant**

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

2. "Quine'sche" Tabelle																								
	Minterme																							**Kosten**
Prim-implkant																								

Bemerkung:

Sind zwischen den Variablen keine Operatoren, so ist das als UND-Verknüpfung zu lesen.
Beispiel: abc ≡ a∧b∧c

Für bestimmte Fälle wird x_0 mit $2^0=1$, x_1 mit $2^1=2$, x_2 mit $2^2=4$ und später x_3 mit $2^3=8$ u.s.w. gewichtet, so das man sie als eine Zahl ansehen kann.
Bei den Schaltungen können die Gatter beliebig viele Eingänge haben, ausgenommen der Inverter. Es sind, wenn nicht ausdrücklich anders gefordert, nur AND-, OR- und NOT-Gatter zu verwenden.
Leere Felder in Karnaugh-Veitch-Diagrammen sind immer null.
Bei den Konversionen sind Inverter als Spezialfall der NAND- und NOR - Gatter auf der untersten Ebene erlaubt. Die Konversionen sind, wenn nicht anders angegeben, aus den kanonischen Normalformen zu erstellen.
Streng in Zusammenhang mit der Schaltung bedeutet, daß alle Inverter gezeichnet werden müssen! Es existiert jeweils nur ein Draht für die nicht invertierten Variablen.
Zum Beispiel gilt für die Implikanten 1. Ordnung (1,5) und (2,6) I(1)={(1,5),(2,6)} 2. Ordnung (4,5,6,7)   I(2)={(4,5,6,7)}. Für die Primimplikanten z.B: PI(1)= und die Kernimplikanten z.B: KPI(1)= . Entsprechend gilt für Implikate Ik, Primimplikate PIk und Kernprimimplikate KPIk.
Bei der Baumdarstellung geht man zweckmäßiger Weise von der kanonisch disjunktiven Normalform oder einer disjunktiven Form aus.
Die Kosten sind entsprechend der Kostenbestimmung im Quine-McCluskey Verfahren aus der Vorlesung zu berechnen. Für n-Variablen hat der (Prim)implikant 0. Ordnung (Minterm) die Kosten n, der (Prim)implikant 1. Ordnung (2er Block) die Kosten n-1 usw.

Analog gilt es auch für die (Prim)implikate

Es kann mehrere minimale Funktionen mit minimalen Kosten geben.

Kernprimimplikanten sind eine Untermenge der Primimplikanten.
Primimplikanten sind eine Untermenge der Implikanten.
Im einfachsten Fall sind die Kernprimimplikanten gleich den Primimplikanten
Ebenso bei den Implikaten.

Lösung:

4. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey

1. Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	**Eingangsvariablen** x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	**Q**	**Anzahl Einsen**
0	00000	1	0
1	00001		
2	00010	1	1
3	00011		
4	00100		
5	00101	1	2
6	00110	1	2
7	00111	1	3
8	01000	1	1
9	01001	1	2
10	01010	1	2
11	01011	1	3
12	01100	1	2
13	01101		
14	01110	1	3
15	01111		
16	10000	1	1
17	10001		
18	10010	1	2
19	10011		
20	10100		
21	10101	1	3
22	10110	1	3
23	10111	1	4
24	11000	1	2
25	11001	1	3
26	11010	1	3
27	11011	1	4
28	11100	1	3
29	11101	1	4
30	11110	1	4
31	11111		

2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'sche" Tabelle

1. "Quine'sche" Tabelle					
0. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	**Primimplikant**	**Nr.**	$x_4x_3x_2x_1x_0$	**Primimplikant**
0	**00000**				
2	**00010**				
8	**01000**				
16	**10000**				
5	**00101**				
6	**00110**				
9	**01001**				
10	**01010**				
12	**01100**				
18	**10010**				
24	**11000**				
7	**00111**				
11	**01011**				
14	**01110**				
21	**10101**				
22	**10110**				
25	**11001**				
26	**11010**				
28	**11100**				
23	**10111**				
27	**11011**				
29	**11101**				
30	**11110**				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle					
1. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,2	000-0		24,25	1100-	
0,8	0-000		24,26	110-0	
0,16	-0000		24,28	11-00	
2,6	00-10		7,23	-0111	
2,10	0-010		11,27	-1011	
2,18	-0010		14,30	-1110	
8,9	0100-		21,23	101-1	
8,10	010-0		21,29	1-101	
8,12	01-00		22,23	1011-	
8,24	-1000		22,30	1-110	
16,18	100-0		25,27	110-1	
16,24	1-000		25,29	11-01	
			26,27	1101-	
5,7	001-1		26,30	11-10	
5,21	-0101		28,29	1110-	
6,7	0011-		28,30	111-0	
6,14	0-110				
6,22	-0110				
9,11	010-1				
9,25	-1001				
10,11	0101-				
10,14	01-10				
10,26	-1010				
12,14	011-0				
12,28	-1100				
18,22	10-10				
18,26	1-010				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle					
2. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,2, 8,10	0-0-0		6,7, 22,23	-011-	
0,2, 16,18	-00-0		6,14, 22,30	--110	
0,8, 2,10	0-0-0		6,22, 7,23	-011-	
0,8, 16,24	--000		6,22, 14,30	--110	
0,16, 2,18	-00-0		9,11, 25,27	-10-1	
0,16, 8,24	--000		9,25, 11,27	-10-1	
			10,11, 26,27	-101-	
2,6, 10,14	0--10		10,14, 26,30	-1-10	
2,6, 18,22	-0-10		10,26, 11,27	-101-	
2,10, 6,14	0--10		10,26, 14,30	-1-10	
2,10, 18,26	--010		12,14, 28,30	-11-0	
2,18, 6,22	-0-10		12,28, 14,30	-11-0	
2,18, 10,26	--010		18,22, 26,30	1--10	
8,9, 10,11	010--		18,26, 22,30	1--10	
8,9, 24,25	-100-		24,25, 26,27	110--	
8,10, 9,11	010--		24,25, 28,29	11-0-	
8,10, 12,14	01--0		24,26, 25,27	110--	
8,10, 24,26	-10-0		24,26, 28,30	11--0	
8,12, 10,14	01--0		24,28, 25,29	11-0-	
8,12, 24,28	-1-00		24,28, 26,30	11--0	
8,24, 9,25	-100-				
8,24, 10,26	-10-0				
8,24, 12,28	-1-00				
16,18, 24,26	1-0-0				
16,24, 18,26	1-0-0				
5,7, 21,23	-01-1				
5,21, 7,23	-01-1				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle					
2. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,2, 8,10	0-0-0		6,7, 22,23	-011-	
0,2, 16,18	-00-0		6,14, 22,30	--110	
0,8, 2,10	0-0-0		6,22, 7,23	-011-	
0,8, 16,24	--000		6,22, 14,30	--110	
0,16, 2,18	-00-0		9,11, 25,27	-10-1	
0,16, 8,24	--000		9,25, 11,27	-10-1	
			10,11, 26,27	-101-	
2,6, 10,14	0--10		10,14, 26,30	-1-10	
2,6, 18,22	-0-10		10,26, 11,27	-101-	
2,10, 6,14	0--10		10,26, 14,30	-1-10	
2,10, 18,26	--010		12,14, 28,30	-11-0	
2,18, 6,22	-0-10		12,28, 14,30	-11-0	
2,18, 10,26	--010		18,22, 26,30	1--10	
8,9, 10,11	010--		18,26, 22,30	1--10	
8,9, 24,25	-100-		24,25, 26,27	110--	
8,10, 9,11	010--		24,25, 28,29	11-0-	
8,10, 12,14	01--0		24,26, 25,27	110--	
8,10, 24,26	-10-0		24,26, 28,30	11--0	
8,12, 10,14	01--0		24,28, 25,29	11-0-	
8,12, 24,28	-1-00		24,28, 26,30	11--0	
8,24, 9,25	-100-				
8,24, 10,26	-10-0				
8,24, 12,28	-1-00				
16,18, 24,26	1-0-0				
16,24, 18,26	1-0-0				
5,7, 21,23	-01-1				
5,21, 7,23	-01-1				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle					
2. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,2, 8,10	0-0-0				
0,2, 16,18	-00-0				
0,8, 16,24	--000				
2,6, 10,14	0--10				
2,6, 18,22	-0-10				
2,10, 18,26	--010				
8,9, 10,11	010--				
8,9, 24,25	-100-				
8,10, 12,14	01--0				
8,10, 24,26	-10-0				
8,12, 24,28	-1-00				
16,18, 24,26	1-0-0				
5,7, 21,23	-01-1	P2.1			
6,7, 22,23	-011-	P2.2			
6,14, 22,30	--110				
9,11, 25,27	-10-1				
10,11, 26,27	-101-				
10,14, 26,30	-1-10				
12,14, 28,30	-11-0				
18,22, 26,30	1--10				
24,25, 26,27	110--				
24,25, 28,29	11-0-	P2.3			
24,26, 28,30	11--0				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle		
3. Ordnung		
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim -plikant
0,2, 8,10 - 16,18, 24,26	--0-0	
0,2, 16,18 - 8,10, 24,26	--0-0	
0,8, 16,24 - 2,10, 18,26	--0-0	
2,6, 10,14 - 18,22, 26,30	---10	
2,6, 18,22 - 10,14, 26,30	---10	
2,10, 18,26 - 6,14, 22,30	---10	
8,9, 10,11 - 24,25, 26,27	-10--	
8,9, 24,25 - 10,11, 26,27	-10--	
8,10, 12,14 - 24,26, 28,30	-1--0	
8,10, 24,26 - 9,11, 25,27	-10-0	
8,10, 24,26 - 12,14, 28,30	-1--0	
8,12, 24,28 - 10,14, 26,30	-1--0	

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle (4.Teil)		
3. Ordnung		
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim -plikant
0,2, 8,10 - 16,18, 24,26	--0-0	
0,2, 16,18 - 8,10, 24,26	--0-0	
0,8, 16,24 - 2,10, 18,26	--0-0	
2,6, 10,14 - 18,22, 26,30	---10	
2,6, 18,22 - 10,14, 26,30	---10	
2,10, 18,26 - 6,14, 22,30	---10	
8,9, 10,11 - 24,25, 26,27	-10--	
8,9, 24,25 - 10,11, 26,27	-10--	
8,10, 12,14 - 24,26, 28,30	-1--0	
8,10, 24,26 - 9,11, 25,27	-10-0	
8,10, 24,26 - 12,14, 28,30	-1--0	
8,12, 24,28 - 10,14, 26,30	-1--0	

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle (4.Teil)

3. Ordnung

Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim -plikant
0,2, 8,10 - 16,18, 24,26	--0-0	P3.1
2,6, 10,14 - 18,22, 26,30	---10	P3.2
8,9, 10,11 - 24,25, 26,27	-10--	P3.3
8,10, 12,14 - 24,26, 28,30	-1--0	P3.4

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. "Quine'sche" Tabelle		
Übersicht Primimplikanten		
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim -plikant
5,7, 21,23	-01-1	P2.1
6,7, 22,23	-011-	P2.2
24,25, 28,29	11-0-	P2.3
0,2, 8,10 - 16,18, 24,26	--0-0	P3.1
2,6, 10,14 - 18,22, 26,30	---10	P3.2
8,9, 10,11 - 24,25, 26,27	-10--	P3.3
8,10, 12,14 - 24,26, 28,30	-1--0	P3.4

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

3. Bestimmen Sie die 2. "Quine'sche" Tabelle

2. "Quine'sche" Tabelle																								
	Minterme																							**Kosten**
Prim-implkant	**0**	**2**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**14**	**16**	**18**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	
P 2.1			x		x									x		x								3
P 2.2				x		x									x	x								3
P 2.3																	x	x			x	x		3
P 3.1	x	x				x		x				x	x				x		x					2
P 3.2		x		x				x			x		x		x				x				x	2
P 3.3						x	x	x	x								x	x	x	x				2
P 3.4						x		x		x	x						x		x		x		x	2

2. "Quine'sche" Tabelle																								
	Minterme																							**Kosten**
Prim-implkant	**0**	**2**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**14**	**16**	**18**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	
P 2.1			x		x									x		x								3
P 2.2				x		x									x	x								3
P 2.3																	x	x			x	x		3
P 3.1	x	x				x		x				x	x				x		x					2
P 3.2		x		x				x			x		x		x				x				x	2
P 3.3						x	x	x	x								x	x	x	x				2
P 3.4						x		x		x	x						x		x		x		x	2

Die Primimplikanten P2.1, 2.3, 3.1,3.3 und 3.4 sind Kernprimimplikanten.

4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion $\ddot{u}_f$
5. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen Q_{D1}-min(Kosten=.....)=, Q_{D2}min(Kosten=.....)=, ... mit den geringsten Kosten

2. "Quine'sche" Tabelle																								
	Minterme																							**Kosten**
Prim-implkant	**0**	**2**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**14**	**16**	**18**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	
P 2.1			x		x									x		x								3
P 2.2				x		x									x	x								3
P 2.3																	x	x			x	x		3
P 3.1	x	x				x		x				x	x				x		x					2
P 3.2		x		x				x			x		x		x				x				x	2
P 3.3						x	x	x	x								x	x	x	x				2
P 3.4						x		x		x	x						x		x		x		x	2

Die Primimplikanten P2.1, P2.3, P3.1, P3.3 und P3.4 sind Kernprimimplikanten.

$$\ddot{u}_f = w_{3.1}(w_{3.1} \vee w_{3.2})w_{2.1}(w_{2.2} \vee w_{3.2})w_{2.1}(w_{2.2} \vee w_{3.1} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})w_{3.3}(w_{3.1} \vee w_{3.2} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})$$
$$w_{3.3}w_{3.4}(w_{3.2} \vee w_{3.4})w_{3.1}(w_{3.1} \vee w_{3.2})w_{2.1}(w_{2.2} \vee w_{3.2})(w_{2.1} \vee w_{2.2})(w_{2.3} \vee w_{3.1} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})$$
$$(w_{2.3} \vee w_{3.3})(w_{3.1} \vee w_{3.2} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})w_{3.3}(w_{2.3} \vee w_{3.4})w_{2.3}(w_{3.2} \vee w_{3.4})$$

Einige Beispiele für Rechenregeln:

$$w_{1.1}(w_{1.1} \vee w_{1.2}) = w_{1.1}$$
$$w_{2.2}w_{2.3} \vee w_{2.3} = w_{2.3}$$
$$w_{1.2}w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} = w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6}$$

1. Löschen aller doppelten Einzelterme
2. Löschen aller doppelten Mehrfachterme
3. Nutzung der ersten Rechenregel $w_{1.1}(w_{1.1} \vee w_{1.2}) = w_{1.1}$ mit $w_{2.1}$ *und* $w_{2.3}$
4. Nutzung der ersten Rechenregel $w_{1.1}(w_{1.1} \vee w_{1.2}) = w_{1.1}$ mit $w_{3.1}, w_{3.3}$ *und* $w_{3.4}$

$$\ddot{u}_f = w_{3.1}(w_{3.1} \vee w_{3.2})w_{2.1}(w_{2.2} \vee w_{3.2})w_{2.1}(w_{2.2} \vee w_{3.1} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})w_{3.3}(w_{3.1} \vee w_{3.2} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})$$
$$w_{3.3}w_{3.4}(w_{3.2} \vee w_{3.4})w_{3.1}(w_{3.1} \vee w_{3.2})w_{2.1}(w_{2.2} \vee w_{3.2})(w_{2.1} \vee w_{2.2})(w_{2.3} \vee w_{3.1} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})$$
$$(w_{2.3} \vee w_{3.3})(w_{3.1} \vee w_{3.2} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})w_{3.3}(w_{2.3} \vee w_{3.4})w_{2.3}(w_{3.2} \vee w_{3.4})$$

$$= w_{2.1}w_{2.3}w_{3.1}w_{3.3}w_{3.4}(w_{3.1} \vee w_{3.2})(w_{2.2} \vee w_{3.2})(w_{2.2} \vee w_{3.1} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})(w_{3.1} \vee w_{3.2} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})$$
$$(w_{3.2} \vee w_{3.4})(w_{3.1} \vee w_{3.2})(w_{2.2} \vee w_{3.2})(w_{2.1} \vee w_{2.2})(w_{2.3} \vee w_{3.1} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})$$
$$(w_{2.3} \vee w_{3.3})(w_{3.1} \vee w_{3.2} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})(w_{2.3} \vee w_{3.4})(w_{3.2} \vee w_{3.4})$$

$$= w_{2.1}w_{2.3}w_{3.1}w_{3.3}w_{3.4}(w_{3.1} \vee w_{3.2})(w_{2.2} \vee w_{3.2})(w_{2.2} \vee w_{3.1} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})(w_{3.1} \vee w_{3.2} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})$$
$$(w_{3.2} \vee w_{3.4})(w_{3.1} \vee w_{3.2})(w_{2.2} \vee w_{3.2})(w_{3.1} \vee w_{3.2} \vee w_{3.3} \vee w_{3.4})(w_{3.2} \vee w_{3.4})$$

$$= w_{2.1}w_{2.3}w_{3.1}w_{3.3}w_{3.4}(w_{2.2} \vee w_{3.2})$$
$$= w_{2.1}w_{2.2}w_{2.3}w_{3.1}w_{3.3}w_{3.4} \vee w_{2.1}w_{2.3}w_{3.1}w_{3.3}w_{3.2}w_{3.4}$$

Q_{D2}min(Kosten=.....)=, ... mit den geringsten Kosten

2. "Quine'sche" Tabelle																								
	Minterme																							**Kosten**
Prim-implkant	**0**	**2**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**14**	**16**	**18**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	
P 2.1			x		x									x		x								3
P 2.2				x		x									x	x								3
P 2.3																	x	x			x	x		3
P 3.1	x	x				x		x				x	x				x		x					2
P 3.2		x		x				x			x		x		x				x				x	2
P 3.3						x	x	x	x								x	x	x	x				2
P 3.4						x		x		x	x						x		x		x		x	2

Alle grau unterlegten Minterme werden durch mindestens 2 Primimplikanten abgedeckt, davon ist mindestens einer ein Kernprimiplikant..

Die Minterme 6 und 22 können nur durch den Primimplikanten P2.2 oder P3.2 oder durch beide abgedeckt werden. Dabei hat der Primimplikant P3.2 eine um 1 höhere Kostenstelle.

Alle anderen Minterme werden durch dir Kernprimimplikanten abgedeckt.

$$\ddot{u}_f = w_{2.1}w_{2.3}w_{3.1}w_{3.3}w_{3.4}(w_{2.2} \vee w_{3.2})$$
$$= w_{2.1}w_{2.2}w_{2.3}w_{3.1}w_{3.3}w_{3.4} \vee w_{2.1}w_{2.3}w_{3.1}w_{3.2}w_{3.3}w_{3.4}$$

$\Pr I(w_{2.1}) = \bar{x}_3 x_2 x_0$ 5,7, 21,23

$\Pr I(w_{2.2}) = \bar{x}_3 x_2 x_1$ 6,7,22,23

$\Pr I(w_{2.3}) = x_4 x_3 \bar{x}_1$ 24,25,28,29

$\Pr I(w_{3.1}) = \bar{x}_2 \bar{x}_0$ 0,2,8,10,16,18,24,26

$\Pr I(w_{3.2}) = x_1 \bar{x}_0$ 2,6,10,14,18,22,26,30

$\Pr I(w_{3.3}) = x_3 \bar{x}_2$ 8,9,10,11,24,25,26,27

$\Pr I(w_{3.4}) = x_3 \bar{x}_0$ 8,10,12,14,24,26,28,30

Die Primimplikanten P2.1, P2.3, P3.1, P3.3 und P3.4 sind Kernprimimplikanten.

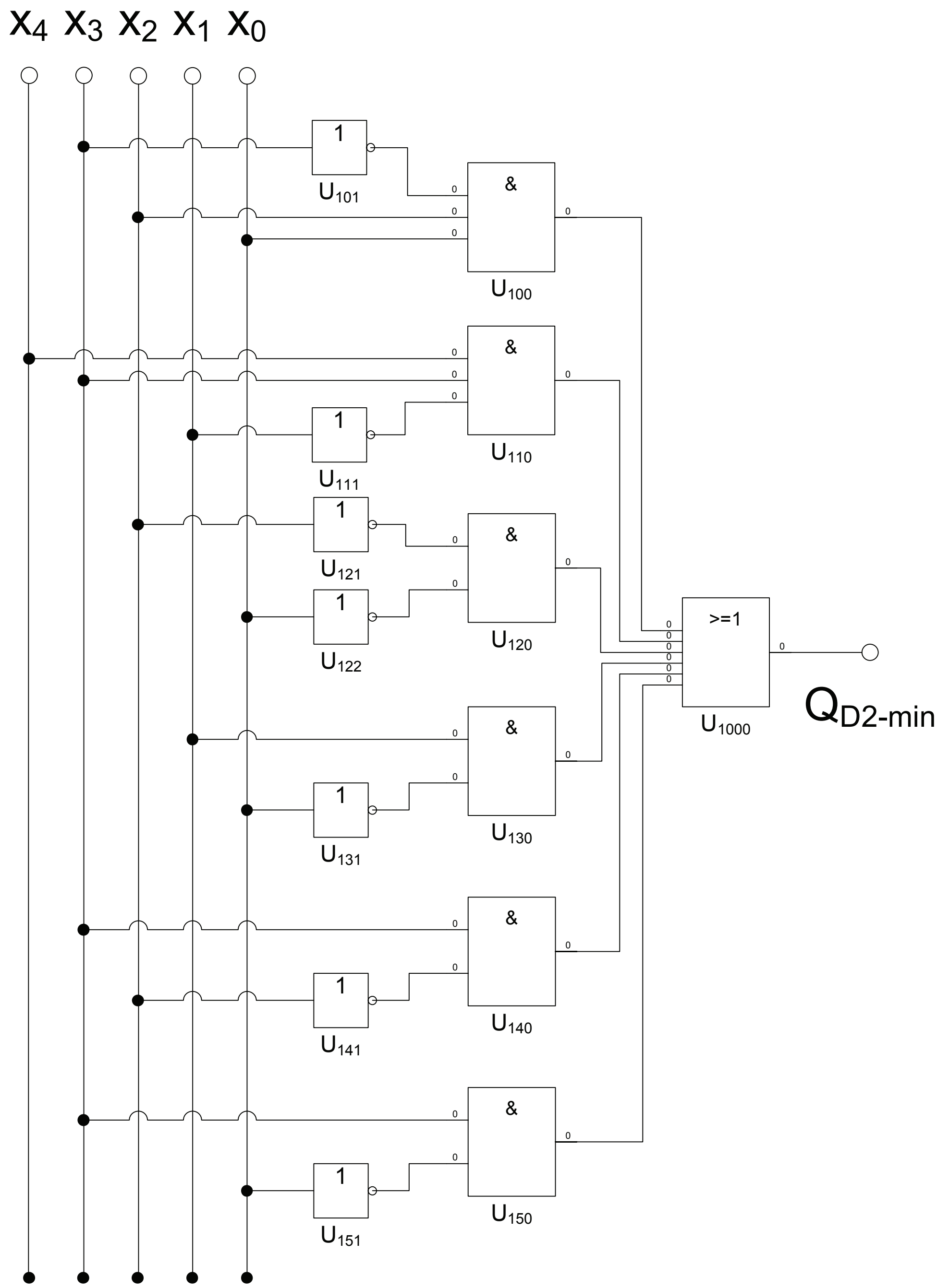
$Q_{D1-\min} = \bar{x}_3 x_2 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 x_1 \vee x_4 x_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \vee x_3 \bar{x}_0$ $\quad Kosten = 3+3+3+2+2+2 = 15$

$\Pr I(2.1/2.2/2.3/3.1/3.3/3.4)$ $\quad w_{2.1}w_{2.2}w_{2.3}w_{3.1}w_{3.3}w_{3.4}$

$Q_{D2-\min} = \bar{x}_3 x_2 x_0 \vee x_4 x_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee x_1 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \vee x_3 \bar{x}_0$ $\quad Kosten = 3+3+2+2+2+2 = 14$

$\Pr I(2.1/2.3/3.1/3.2/3.3/3.4)$ $\quad w_{2.1}w_{2.3}w_{3.1}w_{3.2}w_{3.3}w_{3.4}$

6. Zeichnen Sie den Schaltplan **einer** der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten Q_1-min(Kosten=.....)=, Q_2-min(Kosten=.....)=, ... nach der Gleichung (streng)



Zur Kontrolle:

$x_4=0$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 0	 1	1 5	 4	0	x_1
	0	1 2	 3	1 7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	 15	1 14	1	
	1	1 8	1 9	 13	1 12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

$x_4=1$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 16	 17	1 21	 20	0	x_1
	0	1 18	 19	1 23	1 22	1	
	1	1 26	1 27	 31	1 30	1	
	1	1 24	1 25	1 29	1 28	0	
		0	0	1	1		
		x_2					