



Studentenmitteilung

2. Semester - SS 2006

Abt. Technische Informatik
Gerätebeauftragter

Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske

Tel.: [49]-0341-97 32213

Zimmer: HG 02-37

e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de

www: <http://www.informatik.uni-leipzig.de/~lieske>

Sprechstunde: Mi. 14⁰⁰ – 15⁰⁰ (Vorlesungszeit)

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 2

3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey

Gegeben ist die nebenstehende vollständige Funktionstabelle:

Aufgaben:

Gesamtpunktzahl: 30 Punkte

Minimieren Sie die Schaltung nach Quine-Mc-Cluskey.

1. Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm 5 Punkte
2. Bestimmen Sie die 1. "Quine'sche" Tabelle 5 Punkte
3. Bestimmen Sie die 2. "Quine'sche" Tabelle 5 Punkte
4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \bar{u}_f 5 Punkte
5. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen Q_{D1} -min(Kosten=.....)=, Q_{D2} min(Kosten=.....)=, ... mit den geringsten Kosten 5 Punkte
6. Zeichnen Sie den Schaltplan **einer** der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten Q_1 -min(Kosten=.....)=, Q_2 -min(Kosten=.....)=, ... nach der Gleichung (streng) 5 Punkte

Bemerkungen:

Im günstigsten Fall existiert nur eine Funktion mit minimalen Kosten, es können aber auch mehr sein.

Es sollen keine Reduktionsregeln für die 2. Quinesche Tabelle benutzt, sondern die Überdeckungsfunktion bestimmt werden.

| Vollständige Funktionstabelle | | | |
|--------------------------------------|---|----------|----------------------|
| Nr. | Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0 | Q | Anzahl Einsen |
| 0 | 00000 | | |
| 1 | 00001 | 1 | |
| 2 | 00010 | 1 | |
| 3 | 00011 | 1 | |
| 4 | 00100 | 1 | |
| 5 | 00101 | | |
| 6 | 00110 | | |
| 7 | 00111 | 1 | |
| 8 | 01000 | | |
| 9 | 01001 | | |
| 10 | 01010 | 1 | |
| 11 | 01011 | | |
| 12 | 01100 | 1 | |
| 13 | 01101 | | |
| 14 | 01110 | 1 | |
| 15 | 01111 | 1 | |
| 16 | 10000 | | |
| 17 | 10001 | 1 | |
| 18 | 10010 | 1 | |
| 19 | 10011 | 1 | |
| 20 | 10100 | | |
| 21 | 10101 | | |
| 22 | 10110 | | |
| 23 | 10111 | 1 | |
| 24 | 11000 | | |
| 25 | 11001 | | |
| 26 | 11010 | 1 | |
| 27 | 11011 | | |
| 28 | 11100 | | |
| 29 | 11101 | | |
| 30 | 11110 | 1 | |
| 31 | 11111 | 1 | |

Hilfen:

| Vollständige Funktionstabelle | | | |
|--------------------------------------|---|----------|----------------------|
| Nr. | Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0 | Q | Anzahl Einsen |
| 0 | 00000 | | |
| 1 | 00001 | | |
| 2 | 00010 | | |
| 3 | 00011 | | |
| 4 | 00100 | | |
| 5 | 00101 | | |
| 6 | 00110 | | |
| 7 | 00111 | | |
| 8 | 01000 | | |
| 9 | 01001 | | |
| 10 | 01010 | | |
| 11 | 01011 | | |
| 12 | 01100 | | |
| 13 | 01101 | | |
| 14 | 01110 | | |
| 15 | 01111 | | |
| 16 | 10000 | | |
| 17 | 10001 | | |
| 18 | 10010 | | |
| 19 | 10011 | | |
| 20 | 10100 | | |
| 21 | 10101 | | |
| 22 | 10110 | | |
| 23 | 10111 | | |
| 24 | 11000 | | |
| 25 | 11001 | | |
| 26 | 11010 | | |
| 27 | 11011 | | |
| 28 | 11100 | | |
| 29 | 11101 | | |
| 30 | 11110 | | |
| 31 | 11111 | | |

Bemerkung:

Sind zwischen den Variablen keine Operatoren, so ist das als UND-Verknüpfung zu lesen.

Beispiel: $abc \equiv a \wedge b \wedge c$

Für bestimmte Fälle wird x_0 mit $2^0=1$, x_1 mit $2^1=2$, x_2 mit $2^2=4$ und später x_3 mit $2^3=8$ u.s.w. gewichtet, so das man sie als eine Zahl ansehen kann.

Bei den Schaltungen können die Gatter beliebig viele Eingänge haben, ausgenommen der Inverter. Es sind, wenn nicht ausdrücklich anders gefordert, nur AND-, OR- und NOT-Gatter zu verwenden.

Leere Felder in Karnaugh-Veitch-Diagrammen sind immer null.

Bei den Konversionen sind Inverter als Spezialfall der NAND- und NOR - Gatter auf der untersten Ebene erlaubt. Die Konversionen sind aus den kanonischen Normalformen zu erstellen.

Streng in Zusammenhang mit der Schaltung bedeutet, daß alle Inverter gezeichnet werden müssen! Es existiert jeweils nur ein Draht für die nicht invertierten Variablen.

Zum Beispiel gilt für die Implikanten 1. Ordnung (1,5) und (2,6) $I(1)=\{(1,5),(2,6)\}$

2. Ordnung (4,5,6,7) $I(2)=\{(4,5,6,7)\}$. Für die Primimplikanten z.B: $PI(1)=$ und die Kernimplikanten z.B: $KPI(2)=$

Bei der Baumdarstellung geht man zweckmäßiger Weise von der kanonisch disjunktiven Normalform oder einer disjunktiven Form aus.

Die Kosten sind entsprechend der Kostenbestimmung im Quine-McCluskey Verfahren aus der Vorlesung zu berechnen. Für n-Variablen hat der (Prim)implikant 0. Ordnung (Minterm) die Kosten n, der (Prim)implikant 1. Ordnung (2er Block) die Kosten n-1 usw.

Es kann mehrere minimale Funktionen mit minimalen Kosten geben.

Kernprimimplikanten sind eine Untermenge der Primimplikanten.

Primimplikanten sind eine Untermenge der Implikanten.

Im einfachsten Fall sind die Kernprimimplikanten gleich den Primimplikanten

Lösung:

3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey

1. Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm

| Vollständige Funktionstabelle | | | |
|-------------------------------|--|---|------------------|
| Nr. | Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0 | Q | Anzahl Einsen |
| 0 | 00000 | | |
| 1 | 00001 | 1 | 1 |
| 2 | 00010 | 1 | 1 |
| 3 | 00011 | 1 | 2 |
| 4 | 00100 | 1 | 1 |
| 5 | 00101 | | |
| 6 | 00110 | | |
| 7 | 00111 | 1 | 3 |
| 8 | 01000 | | |
| 9 | 01001 | | |
| 10 | 01010 | 1 | 2 |
| 11 | 01011 | | |
| 12 | 01100 | 1 | 2 |
| 13 | 01101 | | |
| 14 | 01110 | 1 | 3 |
| 15 | 01111 | 1 | 4 |
| 16 | 10000 | | |
| 17 | 10001 | 1 | 2 |
| 18 | 10010 | 1 | 2 |
| 19 | 10011 | 1 | 3 |
| 20 | 10100 | | |
| 21 | 10101 | | |
| 22 | 10110 | | |
| 23 | 10111 | 1 | 4 |
| 24 | 11000 | | |
| 25 | 11001 | | |
| 26 | 11010 | 1 | 3 |
| 27 | 11011 | | |
| 28 | 11100 | | |
| 29 | 11101 | | |
| 30 | 11110 | 1 | 4 |
| 31 | 11111 | 1 | 5 |

| 1. "Quine'sche" Tabelle (2.Teil) | | | | | |
|----------------------------------|-------------------|---------------|-----|-------------------|---------------|
| 1. Ordnung | | | | | |
| Nr. | $x_4x_3x_2x_1x_0$ | Primimplikant | Nr. | $x_4x_3x_2x_1x_0$ | Primimplikant |
| 1,3 | 000-1 | | | | |
| 1,17 | -0001 | | | | |
| 2,3 | 0001- | | | | |
| 2,10 | 0-010 | | | | |
| 2,18 | -0010 | | | | |
| 4,12 | 0-100 | P1.1 | | | |
| | | | | | |
| 3,7 | 00-11 | | | | |
| 3,19 | -0011 | | | | |
| 10,14 | 01-10 | | | | |
| 10,26 | -1010 | | | | |
| 12,14 | 011-0 | P1.2 | | | |
| 17,19 | 100-1 | | | | |
| 18,19 | 1001- | | | | |
| 18,26 | 1-010 | | | | |
| | | | | | |
| 7,15 | 0-111 | | | | |
| 7,23 | -0111 | | | | |
| 14,15 | 0111- | | | | |
| 14,30 | -1110 | | | | |
| 19,23 | 10-11 | | | | |
| 26,30 | 11-10 | | | | |
| | | | | | |
| 15,31 | -1111 | | | | |
| 23,31 | 1-111 | | | | |
| 30,31 | 1111- | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

3. Bestimmen Sie die 2. "Quine'sche" Tabelle
4. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \ddot{u}_f

| 2. "Quine'sche" Tabelle | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------|----------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--------|--|--|--|
| | Minterme | | | | | | | | | | | | | | | | Kosten | | | |
| Prim-implkant | 1 | 2 | 3 | 4 | 7 | 10 | 12 | 14 | 15 | 17 | 18 | 19 | 23 | 26 | 30 | 31 | | | | |
| P 1.1 | | | | x | | | x | | | | | | | | | | | | | |
| P 1.2 | | | | | | | x | x | | | | | | | | | | | | |
| P 2.1 | x | | x | | | | | | | x | | x | | | | | | | | |
| P 2.2 | | x | x | | | | | | | | x | x | | | | | | | | |
| P 2.3 | | x | | | | x | | | | | x | | | x | | | | | | |
| P 2.4 | | | x | | x | | | | | | | x | x | | | | | | | |
| P 2.5 | | | | | x | | | | x | | | | x | | | x | | | | |
| P 2.6 | | | | | | x | | x | | | | | | x | x | | | | | |
| P 2.7 | | | | | | | | x | x | | | | | | x | x | | | | |

$$\begin{aligned} \ddot{u}_f &= w_{2,1}(w_{2,2} \vee w_{2,3})(w_{2,1} \vee w_{2,2} \vee w_{2,4})w_{1,1}(w_{2,4} \vee w_{2,5})(w_{2,3} \vee w_{2,6})(w_{1,1} \vee w_{1,2})(w_{1,2} \vee w_{2,6} \vee w_{2,7}) \\ &\quad (w_{2,5} \vee w_{2,7})w_{2,1}(w_{2,2} \vee w_{2,3})(w_{2,1} \vee w_{2,2} \vee w_{2,4})(w_{2,4} \vee w_{2,5})(w_{2,3} \vee w_{2,6})(w_{2,6} \vee w_{2,7})(w_{2,5} \vee w_{2,7}) \\ &= (w_{2,2}w_{2,5}w_{2,6} \vee w_{2,3}w_{2,4}w_{2,7} \vee w_{2,3}w_{2,5}w_{2,6} \vee w_{2,3}w_{2,5}w_{2,7} \vee w_{2,2}w_{2,4}w_{2,6}w_{2,7}) w_{1,1}w_{2,1} \\ &= (w_{1,1}w_{2,1}w_{2,2}w_{2,5}w_{2,6} \vee w_{1,1}w_{2,1}w_{2,3}w_{2,4}w_{2,7} \vee w_{1,1}w_{2,1}w_{2,3}w_{2,5}w_{2,6} \vee w_{1,1}w_{2,1}w_{2,3}w_{2,5}w_{2,7} \vee w_{1,1}w_{2,1}w_{2,2}w_{2,4}w_{2,6}w_{2,7}) \end{aligned}$$

P1.1 und P 2.1 sind Kern-Primimplikanten.

| 2. "Quine'sche" Tabelle | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------|----------|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--------|--|--|--|
| | Minterme | | | | | | | | | | | | | | | | Kosten | | | |
| Prim-implkant | 1 | 2 | 3 | 4 | 7 | 10 | 12 | 14 | 15 | 17 | 18 | 19 | 23 | 26 | 30 | 31 | | | | |
| P 1.1 | x | | x | x | | | x | | | x | | x | | | | | | | | |
| P 1.2 | x | | x | x | | | x | x | | x | | x | | | | | | | | |
| P 2.1 | x | | x | x | | | x | | | x | | x | | | | | | | | |
| P 2.2 | | x | x | x | | | x | | | x | | x | | | | | | | | |
| P 2.3 | | x | x | x | | x | | | | x | | x | | x | | | | | | |
| P 2.4 | | | x | x | x | | x | | | x | | x | x | | | | | | | |
| P 2.5 | | | x | x | x | | x | | x | | | x | | x | | x | | | | |
| P 2.6 | | | x | x | | x | | x | | x | | x | | x | x | | | | | |
| P 2.7 | | | x | x | | | x | x | | x | | x | | | x | x | | | | |

Einige Beispiele für Rechenregeln:

$$w_{1,1}(w_{1,1} \vee w_{1,2}) = w_{1,1}$$

$$w_{2,2}w_{2,3} \vee w_{2,3} = w_{2,3}$$

$$w_{1,2}w_{2,2}w_{2,5}w_{2,6} \vee w_{2,2}w_{2,5}w_{2,6} = w_{2,2}w_{2,5}w_{2,6}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{u}_f &= w_{2.1}(w_{2.2} \vee w_{2.3})(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.4})w_{1.1}(w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.3} \vee w_{2.6})(w_{1.1} \vee w_{1.2})(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&\quad (w_{2.5} \vee w_{2.7})w_{2.1}(w_{2.2} \vee w_{2.3})(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.4})(w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.3} \vee w_{2.6})(w_{2.6} \vee w_{2.7})(w_{2.5} \vee w_{2.7}) \\
&= w_{1.1}w_{2.1}(w_{2.2} \vee w_{2.3})(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.4})(w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.3} \vee w_{2.6})(w_{1.1} \vee w_{1.2})(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&\quad (w_{2.5} \vee w_{2.7})(w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&= w_{1.1}(w_{1.1} \vee w_{1.2})w_{2.1}(w_{2.1} \vee w_{2.2} \vee w_{2.4}) \\
&\quad (w_{2.2} \vee w_{2.3})(w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.3} \vee w_{2.6})(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7})(w_{2.5} \vee w_{2.7})(w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&= w_{1.1}w_{2.1} \\
&\quad (w_{2.2} \vee w_{2.3})(w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{2.3} \vee w_{2.6})(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7})(w_{2.5} \vee w_{2.7})(w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&= (w_{2.2} \vee w_{2.3})(w_{2.3} \vee w_{2.6}) \\
&\quad w_{1.1}w_{2.1}(w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7})(w_{2.5} \vee w_{2.7})(w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&= (w_{2.2}w_{2.3} \vee w_{2.3} \vee w_{2.2}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.6}) \\
&\quad w_{1.1}w_{2.1}(w_{2.4} \vee w_{2.5})(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7})(w_{2.5} \vee w_{2.7})(w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&= (w_{2.3} \vee w_{2.2}w_{2.6})(w_{2.4} \vee w_{2.5}) \\
&\quad w_{1.1}w_{2.1}(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7})(w_{2.5} \vee w_{2.7})(w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&= (w_{2.3}w_{2.4} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.5} \vee w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6}) \\
&\quad w_{1.1}w_{2.1}(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7})(w_{2.5} \vee w_{2.7})(w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&= (w_{2.3}w_{2.4} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.5} \vee w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6})(w_{2.5} \vee w_{2.7}) \\
&\quad w_{1.1}w_{2.1}(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7})(w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&= (w_{2.3}w_{2.4}w_{2.5} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.5} \vee w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7} \\
&\quad \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \vee w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6}w_{2.7}) \\
&\quad w_{1.1}w_{2.1}(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7})(w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&= (w_{2.3}w_{2.5} \vee w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7})(w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&\quad w_{1.1}w_{2.1}(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&= (w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7} \\
&\quad \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \vee w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6}w_{2.7} \vee w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7}) \\
&\quad w_{1.1}w_{2.1}(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&= (w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \vee w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7})(w_{1.2} \vee w_{2.6} \vee w_{2.7}) \\
&\quad w_{1.1}w_{2.1} \\
&= (w_{1.2}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{1.2}w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{1.2}w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7} \vee w_{1.2}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \vee w_{1.2}w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \\
&\quad \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6}w_{2.7} \vee w_{2.3}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7} \\
&\quad \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6}w_{2.7} \vee w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6}w_{2.7} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \vee w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7}) \\
&\quad w_{1.1}w_{2.1} \\
&= (w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \\
&\quad \vee w_{1.2}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{1.2}w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{1.2}w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7} \vee w_{1.2}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \vee w_{1.2}w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \\
&\quad \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7}) \\
&\quad w_{1.1}w_{2.1} \\
&= (w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \\
&\quad \vee w_{1.2}w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{1.2}w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \vee w_{1.2}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{1.2}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7} \\
&\quad \vee w_{1.2}w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7}) \\
&\quad w_{1.1}w_{2.1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \\
&\vee w_{1.2}w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{1.2}w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \vee w_{1.2}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{1.2}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7} \\
&\vee w_{1.2}w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7}) \\
&w_{1.1}w_{2.1} \\
&= (w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7}) w_{1.1}w_{2.1} \\
&= (w_{1.1}w_{2.1}w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{1.1}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \vee w_{1.1}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{1.1}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \vee w_{1.1}w_{2.1}w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7}
\end{aligned}$$

5. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen $Q_{D1-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, $Q_{D2-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, ... mit den geringsten Kosten

$$= (w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \vee w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7}) w_{1.1}w_{2.1}$$

$$= (w_{1.1}w_{2.1}w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{1.1}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7} \vee w_{1.1}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6} \vee w_{1.1}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7} \vee w_{1.1}w_{2.1}w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7})$$

$$\Pr I(w_{1.1}) = \bar{x}_4x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \quad 4,12$$

$$\Pr I(w_{1.2}) = \bar{x}_4x_3x_2\bar{x}_0 \quad 12,14$$

$$\Pr I(w_{2.1}) = \bar{x}_3\bar{x}_2x_0 \quad 1,3,17,19$$

$$\Pr I(w_{2.2}) = \bar{x}_3\bar{x}_2x_1 \quad 2,3,18,19$$

$$\Pr I(w_{2.3}) = \bar{x}_2x_1\bar{x}_0 \quad 2,10,18,26$$

$$\Pr I(w_{2.4}) = \bar{x}_3x_1x_0 \quad 3,7,19,23$$

$$\Pr I(w_{2.5}) = x_2x_1x_0 \quad 7,15,23,31$$

$$\Pr I(w_{2.6}) = x_3x_1\bar{x}_0 \quad 10,14,26,30$$

$$\Pr I(w_{2.7}) = x_3x_2x_1 \quad 14,15,30,31$$

Die Primimplikanten 1.1. und 2.1. sind Kernprimimplikanten

$$Q_{D1-\min} = \bar{x}_4x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_1 \vee x_2x_1x_0 \vee x_3x_1\bar{x}_0 \quad \text{Kosten} = 4 + 3 + 3 + 3 + 3 = 16$$

$$\Pr I(1.1/2.1/2.2/2.5/2.6) \quad w_{1.1}w_{2.1}w_{2.2}w_{2.5}w_{2.6}$$

$$Q_{D2-\min} = \bar{x}_4x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_2x_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3x_1x_0 \vee x_3x_2x_1 \quad \text{Kosten} = 4 + 3 + 3 + 3 + 3 = 16$$

$$\Pr I(1.1/2.1/2.3/2.4/2.7) \quad w_{1.1}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.4}w_{2.7}$$

$$Q_{D3-\min} = \bar{x}_4x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_2x_1\bar{x}_0 \vee x_2x_1x_0 \vee x_3x_1\bar{x}_0 \quad \text{Kosten} = 4 + 3 + 3 + 3 + 3 = 16$$

$$\Pr I(1.1/2.1/2.3/2.5/2.6) \quad w_{1.1}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.6}$$

$$Q_{D4-\min} = \bar{x}_4x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_2x_1\bar{x}_0 \vee x_2x_1x_0 \vee x_3x_2x_1 \quad \text{Kosten} = 4 + 3 + 3 + 3 + 3 = 16$$

$$\Pr I(1.1/2.1/2.3/2.5/2.7) \quad w_{1.1}w_{2.1}w_{2.3}w_{2.5}w_{2.7}$$

$$Q_{D5-\min} = \bar{x}_4x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_1 \vee \bar{x}_3x_1x_0 \vee x_3x_1\bar{x}_0 \vee x_3x_2x_1 \quad \text{Kosten} = 4 + 3 + 3 + 3 + 3 = 19$$

$$\Pr I(1.1/2.1/2.2/2.4/2.6/2.7) \quad w_{1.1}w_{2.1}w_{2.2}w_{2.4}w_{2.6}w_{2.7}$$

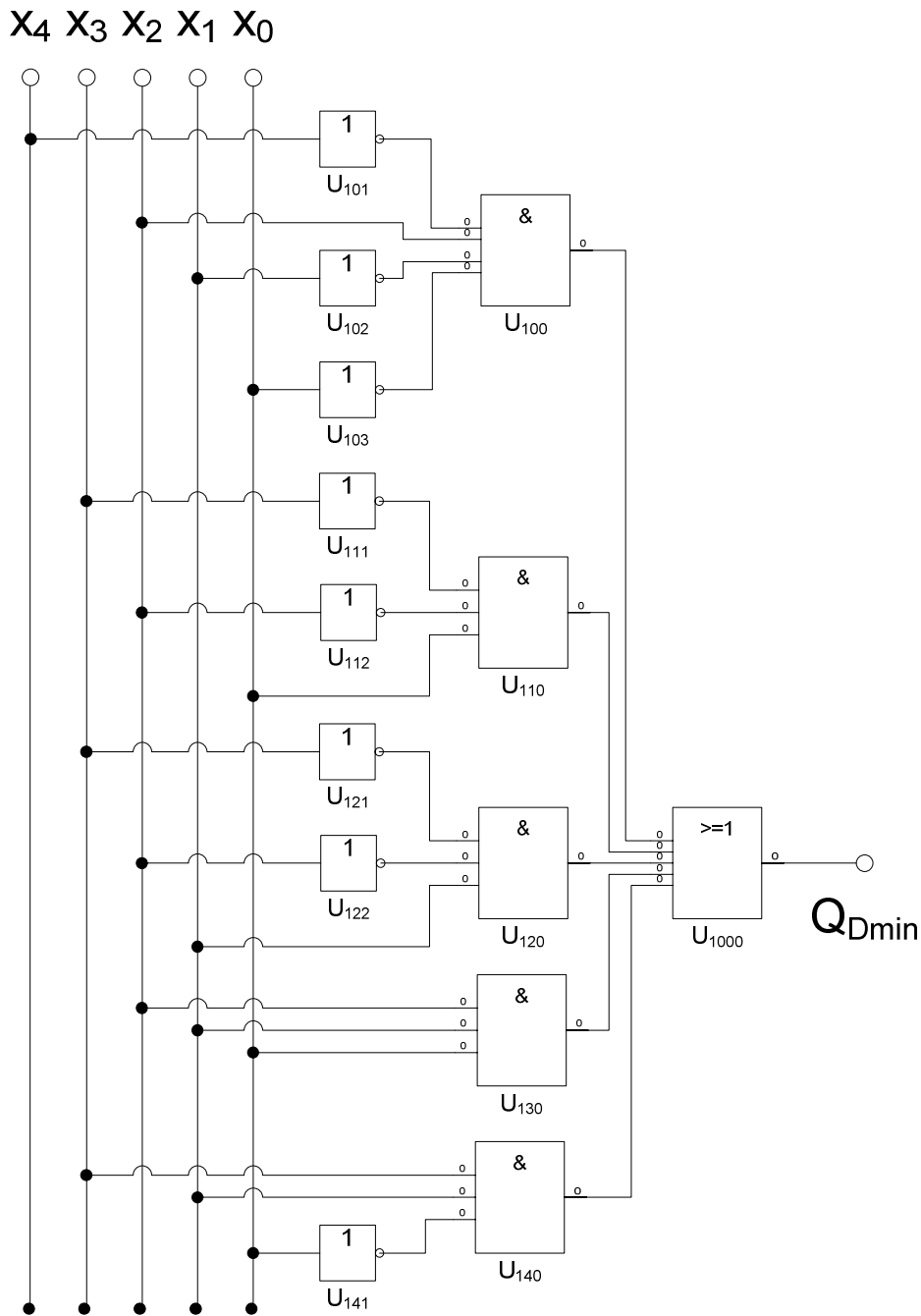
...

$$Q_{Dxx-\min} = \bar{x}_4x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_4x_3x_2\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_1 \vee \bar{x}_2x_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3x_1x_0 \vee x_2x_1x_0 \vee x_3x_1\bar{x}_0 \vee x_3x_2x_1$$

$$\text{Kosten} = 4 + 4 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 29$$

$$\Pr I(1.1/1.2/2.1/2.2/2.3/2.4/2.5/2.6/2.7) \quad w_{1.1}w_{1.2}w_{2.1}w_{2.2}w_{2.3}w_{2.4}w_{2.5}w_{2.6}w_{2.7}$$

6. Zeichnen Sie den Schaltplan **einer** der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten Q_1 -min(Kosten=.....)=, Q_2 -min(Kosten=.....)=, ... nach der Gleichung (streng)



$$Q_{D1-\min} = \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_0 \vee \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_1 \vee x_2 \cdot x_1 \cdot x_0 \vee x_3 \cdot x_1 \cdot \bar{x}_0$$

Pr I(1.1/2.1/2.2/2.5/2.6)

$$Kosten = 4 + 3 + 3 + 3 + 3 = 16$$

$$w_{1.1} w_{2.1} w_{2.2} w_{2.5} w_{2.6}$$

Zur Kontrolle:

| | | | | | | | |
|---------|---|----------|----------|----------|----------|---|-------|
| $x_4=0$ | | x_0 | | | | | |
| | | 0 | 1 | 1 | 0 | | |
| x_3 | 0 | | 1 | | 1 | 0 | x_1 |
| | | 0 | 1 | 5 | 4 | | |
| | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | |
| | | 2 | 3 | 7 | 6 | | |
| | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | |
| | | 10 | 11 | 15 | 14 | | |
| | 1 | | | | 1 | 0 | |
| | | 8 | 9 | 13 | 12 | | |
| | | 0 | 0 | 1 | 1 | | |
| | | x_2 | | | | | |

| | | | | | | | |
|---------|---|----------|----------|----------|----------|---|-------|
| $x_4=1$ | | x_0 | | | | | |
| | | 0 | 1 | 1 | 0 | | |
| x_3 | 0 | | 1 | | | 0 | x_1 |
| | | 16 | 17 | 21 | 20 | | |
| | 0 | 1 | 1 | 1 | | 1 | |
| | | 18 | 19 | 23 | 22 | | |
| | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | |
| | | 26 | 27 | 31 | 30 | | |
| | 1 | | | | | 0 | |
| | | 24 | 25 | 29 | 28 | | |
| | | 0 | 0 | 1 | 1 | | |
| | | x_2 | | | | | |