



# Studentenmitteilung

2. Semester - SS 2005

Abt. Technische Informatik

Gerätebeauftragter

Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske

Tel.: [49]-0341-97 32213

Zimmer: HG 02-37

e-mail: [lieske@informatik.uni-leipzig.de](mailto:lieske@informatik.uni-leipzig.de)

www: <http://www.informatik.uni-leipzig.de/~lieske>

Sprechstunde: Mi. 14<sup>00</sup> – 15<sup>00</sup> (Vorlesungszeit)

## Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 2

### 2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

#### Minimierung logischer Schaltungen

Bei logischen Schaltungen mit 5-Variablen kann man die Minimierung mittels 2 übereinander liegenden KV-Diagrammen vornehmen.

Dabei ist das KV-Diagramm für  $x_4=0$  oben und das für  $x_4=1$  unten.

Gegeben ist folgende konjunktiv minimierte logische Gleichung:

$$Q_{K-\min} = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_0)(\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1)(\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)$$

Diese Gleichung soll nun disjunktiv minimiert werden.

Aufgaben:

**Gesamtpunktzahl: 30 Punkte**

1. Bestimmen Sie die logische Schaltung entsprechend der logischen Gleichung Q **4 Punkte**
2. Bestimmen Sie die Wertetabelle **4 Punkte**
3. Bestimmen Sie die KV-Diagramme **4 Punkte**
4. Bestimmen Sie die Primiplikatanten  $P1(\dots)$ , ... **3 Punkte**
5. Bestimmen Sie die Kernprimiplikatanten  $K1(\dots)$ , ... **3 Punkte**
6. Bestimmen Sie mittels des KV-Diagramms die Gleichung  $Q_{D-\min}$  und die Kosten  $K_{D-\min}$  der disjunktiv minimierten Form. **3 Punkte**
7. Bestimmen Sie die Schaltung der disjunktiv minimierten Form  $Q_{D-\min}$  **3 Punkte**
8. Bestimmen Sie die Gleichung und die Schaltung ausschließlich mit NAND-Gattern (NAND-Konversion) für  $Q_{D-\min}$  **3 Punkte**
9. Bestimmen Sie die Gleichung und die Schaltung ausschließlich mit NOR-Gattern (NOR-Konversion) für  $Q_{K-\min}$  **3 Punkte**

## **Bemerkung:**

Sind zwischen den Variablen keine Operatoren, so ist das als UND-Verknüpfung zu lesen.

Beispiel:  $abc \equiv a \wedge b \wedge c$

Für bestimmte Fälle wird  $x_0$  mit  $2^0=1$ ,  $x_1$  mit  $2^1=2$ ,  $x_2$  mit  $2^2=4$  und später  $x_3$  mit  $2^3=8$  u.s.w. gewichtet, so das man sie als eine Zahl ansehen kann.

Bei den Schaltungen können die Gatter beliebig viele Eingänge haben, ausgenommen der Inverter. Es sind nur AND-, OR- und NOT-Gatter zu verwenden.

Leere Felder in Karnaugh-Veitch-Diagrammen sind immer null.

Bei den Konversionen sind Inverter als Spezialfall der NAND- und NOR - Gatter auf der untersten Ebene erlaubt. Die Konversionen sind aus den kanonischen Normalformen zu erstellen.

Streng in Zusammenhang mit der Schaltung bedeutet, daß alle Inverter gezeichnet werden müssen! Es existiert jeweils nur ein Draht für die nicht invertierten Variablen.

Zum Beispiel wird der 5. Primimplikant der Ordnung 2, der die Minterme 3,7,11 und 15 umfaßt, wird mit  $P_{5,2}(3,7,11,15)$  beschrieben usw. Die Primimplikanten sind von der niedrigeren Ordnung zur höheren Ordnung zu ordnen. Analog ist mit Kernimplikanten zu verfahren.

Bei der Baumdarstellung geht man zweckmäßiger Weise von der kanonisch disjunktiven Form aus.

Die Kosten sind entsprechend der Kostenbestimmung im Quine-McCluskey Verfahren aus der Vorlesung zu berechnen. Für n-Variablen hat der Primimplikant 0. Ordnung (Minterm) die Kosten n, der Primimplikant 1. Ordnung (2er Block) die Kosten n-1 usw.

Es kann mehrere minimale Funktionen mit minimalen Kosten geben.

Wertetabelle		
Nr.	Eingangsvariablen $x_4, x_3, x_2, x_1, x_0$	A
0	00000	
1	00001	
2	00010	
3	00011	
4	00100	
5	00101	
6	00110	
7	00111	
8	01000	
9	01001	
10	01010	
11	01011	
12	01100	
13	01101	
14	01110	
15	01111	
16	10000	
17	10001	
18	10010	
19	10011	
20	10100	
21	10101	
22	10110	
23	10111	
24	11000	
25	11001	
26	11010	
27	11011	
28	11100	
29	11101	
30	11110	
31	11111	

$x_4=0$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	0	1	5	4	0	$x_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

$x_4=1$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	16	17	21	20	0	$x_1$
	0	18	19	23	22	1	
	1	26	27	31	30	1	
	1	24	25	29	28	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

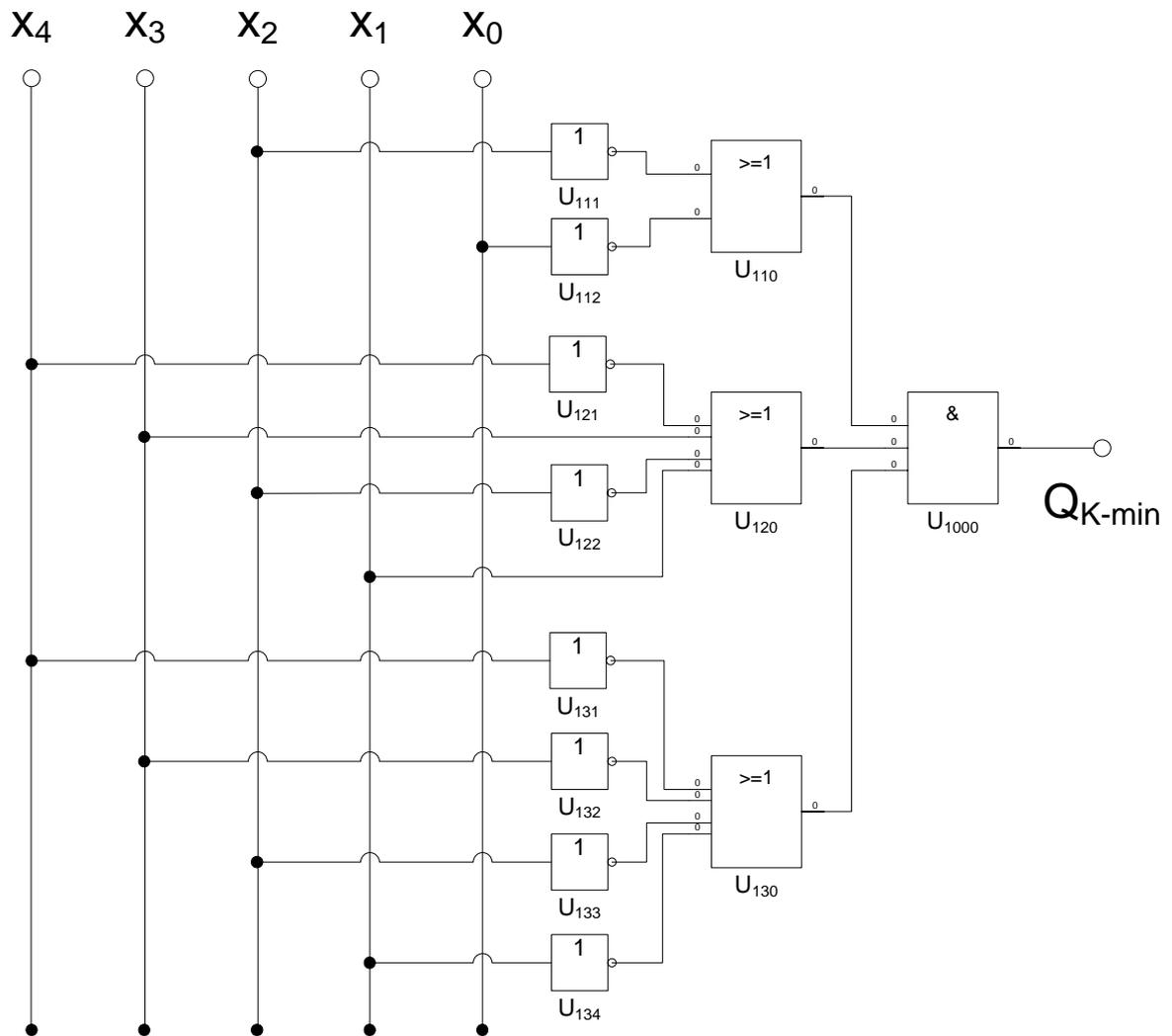
# Lösung:

## 2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

### Minimierung logischer Schaltungen

Aufgaben:

- Bestimmen Sie die logische Schaltung entsprechend der logischen Gleichung Q



$$Q_{K-min} = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_0)(\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1)(\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)$$

2. Bestimmen Sie die Wertetabelle

$$Q_{K-\min} = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_0)(\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1)(\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)$$

$$(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_0) = 0 \Rightarrow x_2 x_0 = 1 \leftrightarrow ab1c1$$

				<i>ab1c1</i>			
		<i>0b1c1</i>				<i>1b1c1</i>	
	<i>001c1</i>		<i>011c1</i>		<i>101c1</i>		<i>111c1</i>
<i>00101</i>	<i>00111</i>	<i>01101</i>	<i>01111</i>	<i>10101</i>	<i>10111</i>	<i>11101</i>	<i>11111</i>
5	7	13	15	21	23	29	31

$$MAXt(5,7,13,15,21,23,29,31)$$

$$(\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1) = 0 \Rightarrow x_4 \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 = 1 \leftrightarrow 1010a$$

		<i>1010a</i>	
	<i>10100</i>		<i>10101</i>
	20		21
	<i>MAXt(20,21)</i>		

$$(\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1) = 0 \Rightarrow x_4 x_3 x_2 x_1 = 1 \leftrightarrow 1111a$$

		<i>1111a</i>	
	<i>11110</i>		<i>11111</i>
	30		31
	<i>MAXt(30,31)</i>		

$$Q = MAXt(5,7,13,15,20,21,23,29,30,31)$$

$$Q = MINt(0,1,2,3,4,6,8,9,10,11,12,14,16,17,18,19,22,24,25,26,27,28)$$

<b>Wertetabelle</b>		
<b>Nr.</b>	<b>Eingangsvariablen</b> $x_4, x_3, x_2, x_1, x_0$	<b>A</b>
0	00000	1
1	00001	1
2	00010	1
3	00011	1
4	00100	1
5	00101	0
6	00110	1
7	00111	0
8	01000	1
9	01001	1
10	01010	1
11	01011	1
12	01100	1
13	01101	0
14	01110	1
15	01111	0
16	10000	1
17	10001	1
18	10010	1
19	10011	1
20	10100	0
21	10101	0
22	10110	1
23	10111	0
24	11000	1
25	11001	1
26	11010	1
27	11011	1
28	11100	1
29	11101	0
30	11110	0
31	11111	0

Wertetabelle		
Nr.	Eingangsvariablen $x_4, x_3, x_2, x_1, x_0$	A
0	00000	1
1	00001	1
2	00010	1
3	00011	1
4	00100	1
5	00101	
6	00110	1
7	00111	
8	01000	1
9	01001	1
10	01010	1
11	01011	1
12	01100	1
13	01101	
14	01110	1
15	01111	
16	10000	1
17	10001	1
18	10010	1
19	10011	1
20	10100	
21	10101	
22	10110	1
23	10111	
24	11000	1
25	11001	1
26	11010	1
27	11011	1
28	11100	1
29	11101	
30	11110	
31	11111	

3. Bestimmen Sie die KV-Diagramme

$x_4=0$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	1 0	1 1	5	1 4	0	$x_1$
	0	1 2	1 3	7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	15	1 14	1	
	1	1 8	1 9	13	1 12	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

$x_4=1$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	1 16	1 17	21	20	0	$x_1$
	0	1 18	1 19	23	1 22	1	
	1	1 26	1 27	31	30	1	
	1	1 24	1 25	29	1 28	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

4. Bestimmen Sie die Primimplikanten  $P1(\dots), \dots$   
 $P2,1(8,12,24,28), P2,2(2,6,18,22), P3,2(0,2,4,6,8,10,12,14), P4,2(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$

$x_4=0$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	1 0	1 1	5	1 4	0	$x_1$
	0	1 2	1 3	7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	15	1 14	1	
	1	1 8	1 9	13	1 12	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

16-Block

$MINT(0,1,2,3,8,9,10,11,$

$16,17,18,19,24,25,26,27)$

Funktion:  $\bar{x}_2$

Kosten: 1

$x_4=1$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	1 16	1 17	21	1 20	0	$x_1$
	0	1 18	1 19	23	1 22	1	
	1	1 26	1 27	31	1 30	1	
	1	1 24	1 25	29	1 28	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

$$Q_{D-\min} = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0$$

$$K_{D-\min} = 1 + 2 + 3 + 3 = 9$$

P2,1(8,12,24,28), P2,2(2,6,18,22), P3,2(0,2,4,6,8,10,12,14), P4,2(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)

$x_4=0$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	1 0	1 1	5	1 4	0	$x_1$
	0	1 2	1 3	7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	15	1 14	1	
	1	1 8	1 9	13	1 12	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

8-Block

MINT(0,2,4,6,8,10,12,14)

Funktion:  $\bar{x}_4 \bar{x}_0$

Kosten: 2

$x_4=1$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	1 16	1 17	21	20	0	$x_1$
	0	1 18	1 19	23	1 22	1	
	1	1 26	1 27	31	30	1	
	1	1 24	1 25	29	1 28	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

$$Q_{D-\min} = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0$$

$$K_{D-\min} = 1 + 2 + 3 + 3 = 9$$

P2,1(8,12,24,28), P2,2(2,6,18,22), P3,2(0,2,4,6,8,10,12,14), P4,2(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)

$x_4=0$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	1 0	1 1	5 7	1 4	0	$x_1$
	0	1 2	1 3	7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	15	1 14	1	
	1	1 8	1 9	13	1 12	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

4-Block  
 MINT(2,6,18,22)  
 Funktion:  $\bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0$   
 Kosten: 4

4-Block  
 MINT(8,12,24,28)  
 Funktion:  $x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0$   
 Kosten: 4

$x_4=1$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	1 16	1 17	21 23	20 22	0	$x_1$
	0	1 18	1 19	23	1 22	1	
	1	1 26	1 27	31	30	1	
	1	1 24	1 25	29	1 28	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

$$Q_{D-\min} = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0$$

$$K_{D-\min} = 1 + 2 + 3 + 3 = 9$$

5. Bestimmen Sie die Kernprimimplikanten  $K1(\dots)$ , ...

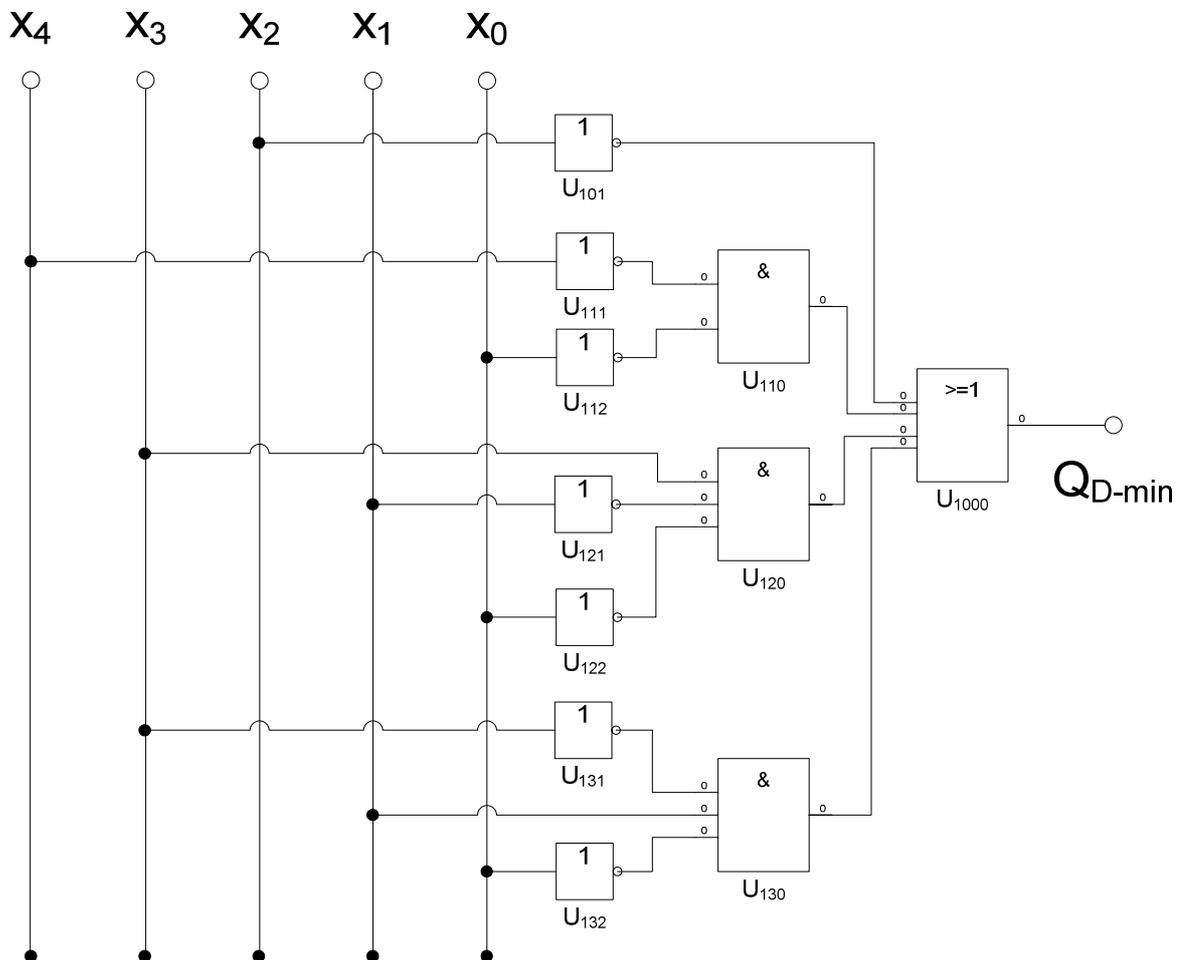
Alle Primimplikanten sind Kernprimimplikanten

6. Bestimmen Sie mittels des KV-Diagramms die Gleichung  $Q_{D-\min}$  und die Kosten  $K_{D-\min}$  der disjunktiv minimierten Form.

$$Q_{D-\min} = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0$$

$$K_{D-\min} = 1 + 2 + 3 + 3 = 9$$

7. Bestimmen Sie die Schaltung der disjunktiv minimierten Form  $Q_{D-\min}$

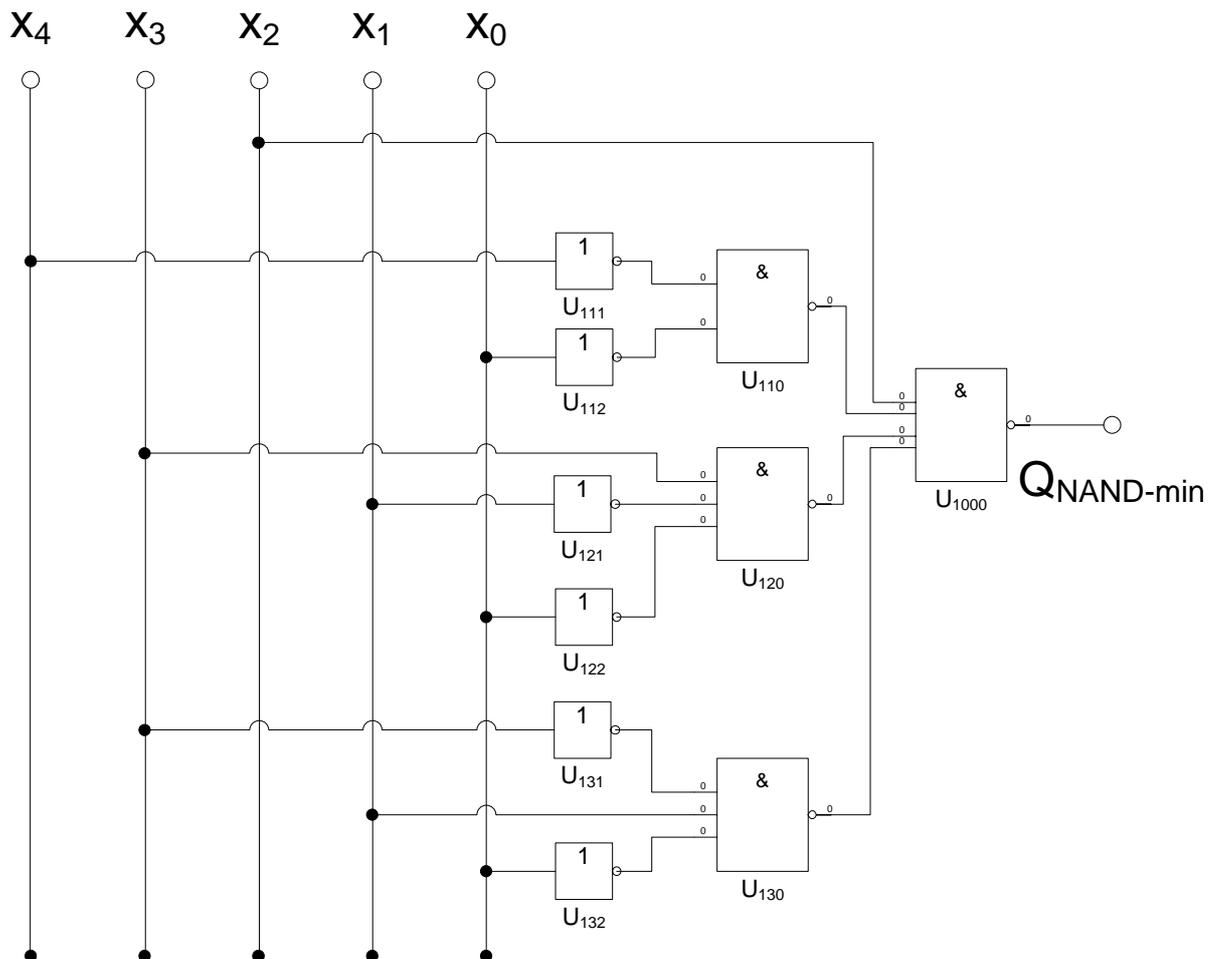


8. Bestimmen Sie die Gleichung und die Schaltung ausschließlich mit NAND-Gattern (NAND-Konversion) für  $Q_{D\text{-min}}$

$$Q_{D\text{-min}} = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0$$

$$Q_{NAND\text{-min}} = \overline{\overline{\bar{x}_2 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0}} \\ = \overline{\overline{\bar{x}_2} \wedge \overline{\bar{x}_4 \bar{x}_0} \wedge \overline{x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0} \wedge \overline{\bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0}} = x_2 \wedge \bar{x}_4 \bar{x}_0 \wedge x_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \wedge \bar{x}_3 x_1 \bar{x}_0$$

$$Q_{NAND\text{-min}} = NAND_4[NAND_1(\bar{x}_2)NAND_2(\bar{x}_4, \bar{x}_0)NAND_3(x_3, \bar{x}_1, \bar{x}_0)NAND_3(\bar{x}_3, x_1, \bar{x}_0)] \\ = NAND_4[x_2 NAND_2(\bar{x}_4, \bar{x}_0)NAND_3(x_3, \bar{x}_1, \bar{x}_0)NAND_3(\bar{x}_3, x_1, \bar{x}_0)]$$



9. Bestimmen Sie die Gleichung und die Schaltung ausschließlich mit NOR-Gattern (NOR-Konversion) für  $Q_{K-\min}$

$$Q_{K-\min} = (\bar{x}_2 \vee \bar{x}_0)(\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1)(\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)$$

$$Q_{NOR-\min} = \overline{\overline{(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_0)(\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1)(\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)}}}$$

$$= \overline{\overline{(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_0)} \vee \overline{\overline{(\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1)}}} \vee \overline{\overline{(\bar{x}_4 \vee \bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1)}}}$$

$$Q_{NOR-\min} = NOR_3[NOR_2(\bar{x}_2, \bar{x}_0)NOR_4(\bar{x}_4, x_3, \bar{x}_2, x_1)NOR_4(\bar{x}_4, \bar{x}_3, \bar{x}_2, \bar{x}_1)]$$

