



Studentenmitteilung

2. Semester - SS 2004

Abt. Technische Informatik

Gerätebeauftragter

Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske

Tel.: [49]-0341-97 32213

Zimmer: HG 02-37

e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de

www: <http://www.ti-leipzig.de/~lieske/>

Sprechstunde: Mi. 14⁰⁰ – 15⁰⁰ (Vorlesungszeit)

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 2

3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey

Gegeben ist folgende logische Gleichung:

$$Q = \bar{x}_3\bar{x}_2 \vee x_4\bar{x}_3x_0 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3x_0 \vee x_4x_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee x_4x_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0$$

Leider ist diese Schaltung nicht optimal minimiert.

Aufgaben:

Gesamtpunktzahl: 30 Punkte

Minimieren Sie die Schaltung nach Quine-Mc-Cluskey.

1. Bestimmen Sie die logische Schaltung für Q **3 Punkte**
2. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle **3 Punkte**
3. Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm **3 Punkte**
4. Bestimmen Sie die 1. Quinesche Tabelle **3 Punkte**
5. Bestimmen Sie die 2. Quinesche Tabelle **3 Punkte**
6. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion u_f **3 Punkte**
7. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen $Q_1\text{-min(Kosten=.....)}$, $Q_2\text{min(Kosten=.....)}$, ... mit den geringsten Kosten **3 Punkte**
8. Zeichnen Sie die Schaltpläne der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten $Q_1\text{-min(Kosten=.....)}$, $Q_2\text{-min(Kosten=.....)}$, ... nach der Gleichung (streng) **3 Punkte**
9. Bestimmen Sie die die Gleichung einer minimierten Funktion Q_{NAND} nur mit NAND-Gattern **3 Punkte**
10. Bestimmen Sie die die Schaltung einer minimierten Funktion Q_{NAND} nur mit NAND-Gattern **3 Punkte**

Bemerkungen:

Im günstigsten Fall existiert nur eine Funktion mit minimalen Kosten, es können aber auch mehr sein.

Inverter sind in Teil 9. und 10. als Spezialfall der NAND-Gatter auf der untersten Ebene erlaubt.

Es sollen keine Reduktionsregeln für die 2. Quinesche Tabelle benutzt, sondern die Überdeckungsfunktion bestimmt werden.

Hilfen:

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	Q	Anzahl Einsen
0	00000		
1	00001		
2	00010		
3	00011		
4	00100		
5	00101		
6	00110		
7	00111		
8	01000		
9	01001		
10	01010		
11	01011		
12	01100		
13	01101		
14	01110		
15	01111		
16	10000		
17	10001		
18	10010		
19	10011		
20	10100		
21	10101		
22	10110		
23	10111		
24	11000		
25	11001		
26	11010		
27	11011		
28	11100		
29	11101		
30	11110		
31	11111		

2. Quinesche Tabelle																			
Prim-implkant	Minterme																		Kosten

Lösung:

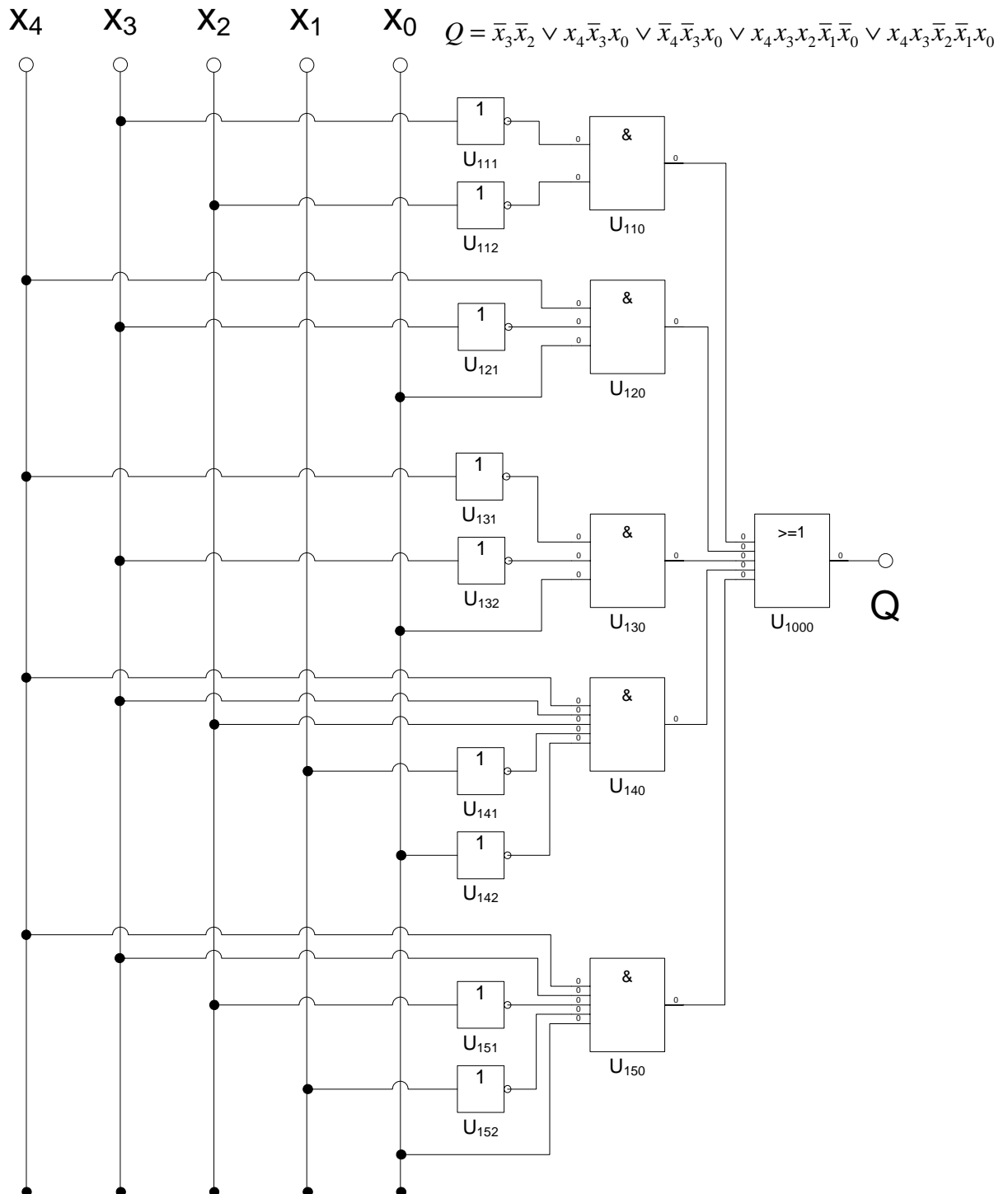
3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey

Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung nach Quine-Mc-Cluskey.

1. Bestimmen Sie die logische Schaltung für Q



2. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle
3. Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm

$$Q = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee x_4 x_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$

$$\bar{x}_3 \bar{x}_2 = 1 \leftrightarrow a00bc$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & \Rightarrow & 000bc & & & & & 100bc \\ & 0000c & & und & 0001c & & 1000c & & und & 1001c \\ 00000 & 00001 & & & 00010 & 00011 & 10000 & 10001 & & 10010 & 10011 \end{array}$$

$$MINt(0,1,2,3,16,17,18,19)$$

$$x_4 \bar{x}_3 x_0 = 1 \leftrightarrow 10ab1$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & \Rightarrow & 100b1 & & & & & 101b1 \\ & 10001 & & und & 10011 & & 10101 & & und & 10111 \end{array}$$

$$MINt(17,19,21,23)$$

$$\bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 = 1 \leftrightarrow 00ab1$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & & \Rightarrow & 000b1 & & & & & 001b1 \\ & 00001 & & und & 00011 & & 00101 & & und & 00111 \end{array}$$

$$MINt(1,3,5,7)$$

$$x_4 x_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 = 1 \leftrightarrow 11100 \quad MINt(28)$$

$$x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 = 1 \leftrightarrow 11001 \quad MINt(25)$$

$$MINt(0,1,2,3,5,7,16,17,18,19,21,23,25,28)$$

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	Q	Anzahl Einsen
0	00000	1	0
1	00001	1	1
2	00010	1	1
3	00011	1	2
4	00100		
5	00101	1	2
6	00110		
7	00111	1	3
8	01000		
9	01001		
10	01010		
11	01011		
12	01100		
13	01101		
14	01110		
15	01111		
16	10000	1	1
17	10001	1	2
18	10010	1	2
19	10011	1	3
20	10100		
21	10101	1	3
22	10110		
23	10111	1	4
24	11000		
25	11001	1	3
26	11010		
27	11011		
28	11100	1	3
29	11101		
30	11110		
31	11111		

1. Quinesche Tabelle (2.Teil)					
1. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1	0000-				
0,2	000-0				
0,16	-0000				
1,3	000-1				
1,5	00-01				
1,17	-0001				
2,3	0001-				
2,18	-0010				
16,17	1000-				
16,18	100-0				
3,7	00-11				
3,19	-0011				
5,7	001-1				
5,21	-0101				
17,19	100-1				
17,21	10-01				
17,25	1-001	1A			
18,19	1001-				
7,23	-0111				
19,23	10-11				
21,23	101-1				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. Quinesche Tabelle (3.Teil)					
2. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1,2,3	000--				
0,1,16,17	-000-				
0,2,1,3	000--				
0,2,16,18	-00-0				
0,16,1,17	-000-				
0,16,2,18	-00-0				
1,3,5,7	00--1				
1,3,17,19	-00-1				
1,5,3,7	00--1				
1,5,17,21	-0-01				
1,17,3,19	-00-1				
1,17,5,21	-0-01				
2,3,18,19	-001-				
2,18, 3,19	-001-				
16,17, 18,19	100--				
16,18, 17,19	100--				
3,7, 19,23	-0-11				
3,19, 7,23	-0-11				
5,7, 21,23	-01-1				
5,21, 7,23	-01-1				
17,19, 21,23	10--1				
17,21, 19,23	10--1				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

Alles was rot ist, ist doppelt und kann wegelassen werden.

5. Bestimmen Sie die 2. Quinesche Tabelle

2. Quinesche Tabelle																					
Prim-implk. ant	Minterme																Kosten				
	0 0	0 1	0 2	0 3	0 5	0 7	1 6	1 7	1 8	1 9	2 1	2 3	2 5	2 8							
0A													x								5
1A								x					x								4
3A	x	x	x	x			x	x	x	x											2
3B		x		x	x	x		x		x	x	x									2

6. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion ü_f

$$\begin{aligned}
 \ddot{u}_f &= w_{3A}(w_{3A} \vee w_{3B})w_{3A}(w_{3A} \vee w_{3B})w_{3B}w_{3B}w_{3A}(w_{1A} \vee w_{3A} \vee w_{3B})w_{3A}(w_{3A} \vee w_{3B})w_{3B}w_{3B}w_{1A}w_{0A} \\
 &= w_{3A}(w_{3A} \vee w_{3B})(w_{3A} \vee w_{3B})w_{3B}w_{3B}(w_{1A} \vee w_{3A} \vee w_{3B})(w_{3A} \vee w_{3B})w_{3B}w_{3B}w_{1A}w_{0A} \\
 &= w_{3A}(w_{3A} \vee w_{3B})(w_{3A} \vee w_{3B})w_{3B}(w_{1A} \vee w_{3A} \vee w_{3B})(w_{3A} \vee w_{3B})w_{1A}w_{0A} \\
 &= w_{3A}(w_{3A} \vee w_{3B})w_{3B}(w_{1A} \vee w_{3A} \vee w_{3B})w_{1A}w_{0A} \\
 &= (w_{3A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{3A}w_{3B}w_{3B})(w_{1A} \vee w_{3A} \vee w_{3B})w_{1A}w_{0A} \\
 &= (w_{3A}w_{3B} \vee w_{3A}w_{3B})(w_{1A} \vee w_{3A} \vee w_{3B})w_{1A}w_{0A} \\
 &= w_{3A}w_{3B}(w_{1A} \vee w_{3A} \vee w_{3B})w_{1A}w_{0A} \\
 &= w_{3A}w_{3B}w_{1A}w_{0A}(w_{1A} \vee w_{3A} \vee w_{3B}) \\
 &= (w_{3A}w_{3B}w_{1A}w_{0A}w_{1A} \vee w_{3A}w_{3B}w_{1A}w_{0A}w_{3A} \vee w_{3A}w_{3B}w_{1A}w_{0A}w_{3B}) \\
 &= (w_{3A}w_{3B}w_{1A}w_{0A} \vee w_{3A}w_{3B}w_{1A}w_{0A} \vee w_{3A}w_{3B}w_{1A}w_{0A}) \\
 &= w_{3A}w_{3B}w_{1A}w_{0A}
 \end{aligned}$$

7. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen Q₁-min(Kosten=.....)=, Q₂min(Kosten=.....)=, ... mit den geringsten Kosten

$$\ddot{u}_f = w_{3A}w_{3B}w_{1A}w_{0A}$$

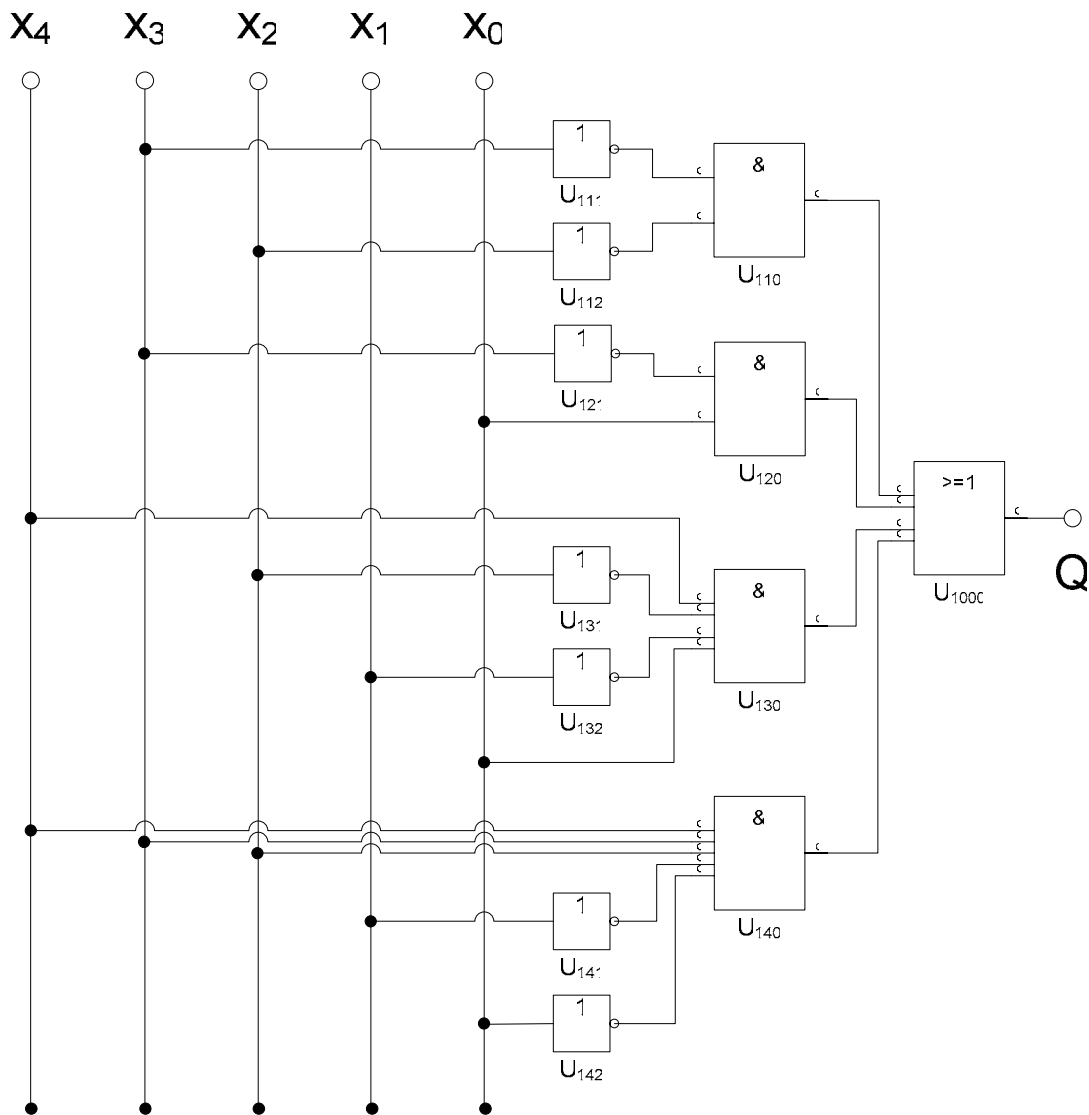
- Pr I(w_{3A}) = $\bar{x}_3\bar{x}_2$
- Pr I(w_{3B}) = \bar{x}_3x_0
- Pr I(w_{1A}) = $x_4\bar{x}_2\bar{x}_1x_0$
- Pr I(w_{0A}) = $x_4x_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0$

$$Q = \bar{x}_3\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3x_0 \vee x_4\bar{x}_2\bar{x}_1x_0 \vee x_4x_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \qquad \text{Kosten} = 2 + 2 + 4 + 5 = 13$$

8. Zeichnen Sie die Schaltpläne der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten Q_1 -min(Kosten=.....)=, Q_2 -min(Kosten=.....)=, ... nach der Gleichung (streng)

$$Q = \bar{x}_3\bar{x}_2 \vee \bar{x}_3x_0 \vee x_4\bar{x}_2\bar{x}_1x_0 \vee x_4x_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0$$

$$\text{Kosten} = 2 + 2 + 4 + 5 = 13$$

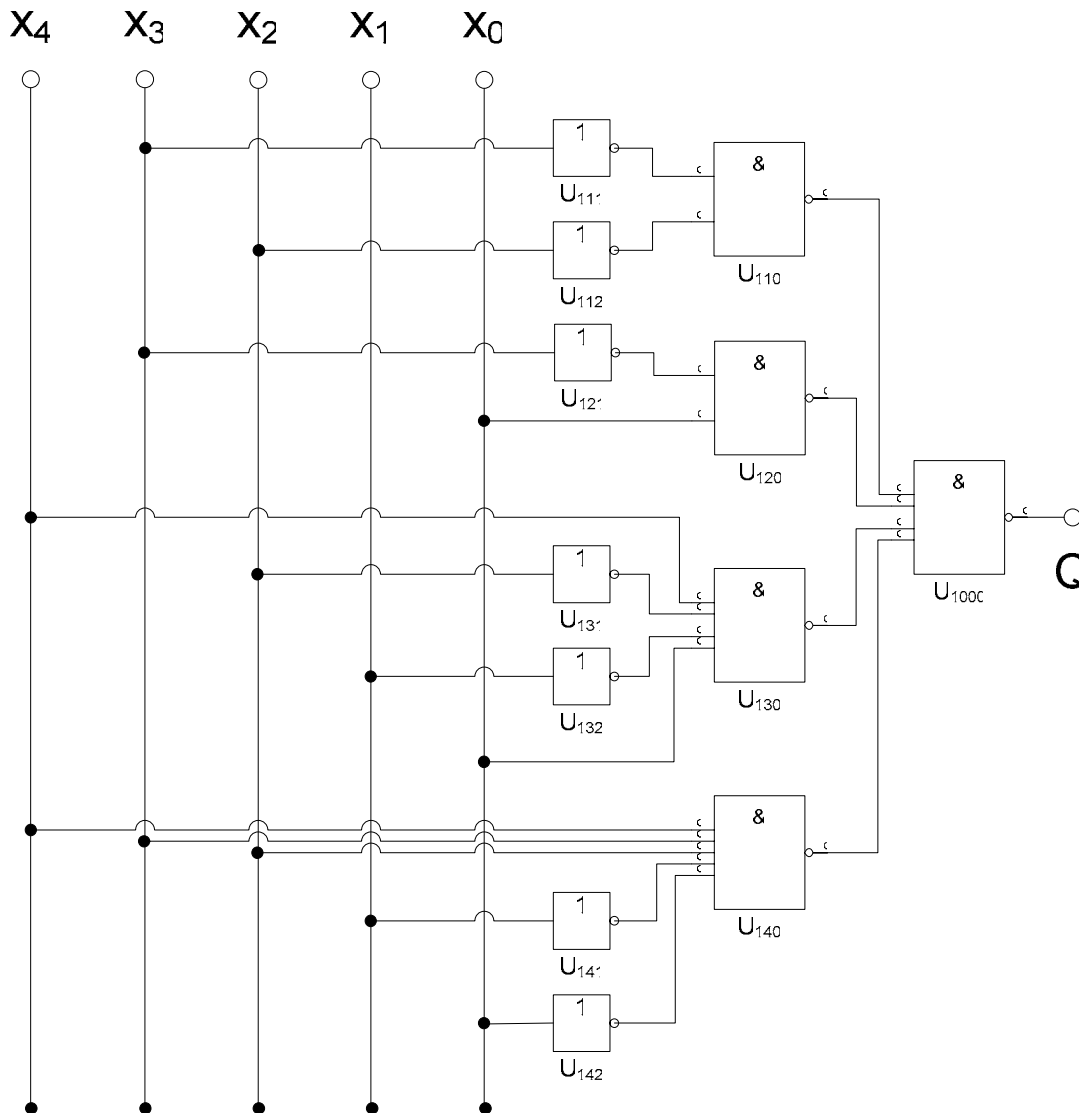


9. Bestimmen Sie die die Gleichung einer minimierten Funktion Q_{NAND} nur mit NAND-Gattern

Nach den de Morganschen Gesetzen ist:

$$\begin{aligned}
 Q &= \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 x_0 \vee x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_4 x_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \\
 &= \overline{\overline{\bar{x}_3 \bar{x}_2} \vee \overline{\bar{x}_3 x_0} \vee \overline{x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0} \vee \overline{x_4 x_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0}} \\
 &= \overline{\bar{x}_3 \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_3 x_0 \wedge x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \wedge x_4 x_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0} \\
 &= \text{NAND}_4[\text{NAND}_2(\bar{x}_3 \bar{x}_2), \text{NAND}_2(\bar{x}_3 x_0), \text{NAND}_4(x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0), \text{NAND}_5(x_4 x_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0)]
 \end{aligned}$$

10. Bestimmen Sie die die Schaltung einer minimierten Funktion Q_{NAND} nur mit NAND-Gattern



$x_4=0$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 0 0	1 1 1	1 5 2	4 1	0	x_1
	0	1 2 1	1 3 2	1 7 3	6 2	1	
	1	10 2	11 3	15 4	14 3	1	
	1	8 1	9 2	13 3	12 2	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

$x_4=1$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 16 1	1 17 2	1 21 3	20 2	0	x_1
	0	1 18 2	1 19 3	1 23 4	22 3	1	
	1	26 3	27 4	31 5	30 4	1	
	1	24 2	1 25 3	1 29 4	1 28 3	0	
		0	0	1	1		
		x_2					