



# Studentenmitteilung

2. Semester - SS 2004

Abt. Technische Informatik  
Gerätebeauftragter  
Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske  
Tel.: [49]-0341-97 32213  
Zimmer: HG 02-37  
e-mail: [lieske@informatik.uni-leipzig.de](mailto:lieske@informatik.uni-leipzig.de)  
www: <http://www.ti-leipzig.de/~lieske/>  
Sprechstunde: Mi. 14<sup>00</sup> – 15<sup>00</sup> (Vorlesungszeit)

## Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 2

### 2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

#### Bündelminimierung

Gegeben sind folgende Gleichungen:

$$Q_1 = f_1(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_2 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$$

$$Q_2 = f_2(x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0$$

Bestimmen Sie

**Gesamtpunktzahl: 15 Punkte**

1. Bestimmen Sie die Schaltungen entsprechend der logischen Gleichung  $Q_1$  und  $Q_2$  **2 Punkte**
2. Bestimmen Sie die Wertetabellen entsprechend der logischen Gleichung  $Q_1$  und  $Q_2$  **2 Punkte**
3. Bestimmen Sie die KV-Diagramme für  $Q_1$  und  $Q_2$  **2 Punkte**
4. Bestimmen Sie die KV-Diagramme für die Bündelminimierung und die Einzelminimierungen. **2 Punkte**
5. Bestimmen Sie die logische Gleichung  $Q_{1\text{-bün}}$  der bündelminimierten Form für  $Q_1$  **2 Punkte**
6. Bestimmen Sie die logische Gleichung  $Q_{2\text{-bün}}$  der bündelminimierten Form für  $Q_2$  **2 Punkte**
7. Bestimmen Sie die Kosten der bündelminimierten Form  $K_1$  für  $Q_1$  **1 Punkt**
8. Bestimmen Sie die Kosten der bündelminimierten Form  $K_2$  für  $Q_2$  **1 Punkt**
9. Bestimmen Sie die bündelminimierte Schaltung **1 Punkt**

Bemerkung:

Die Minimierung hat auf minimale Kosten zu erfolgen.

Die Teile der Einzelfunktionen die nicht bündelbar sind, sind ebenfalls maximal zu minimieren. Es können bündelbare Minterme mitverwendet werden.

In die Tabelle brauchen unter  $Q$  nur die Werte „1“ eingetragen werden.

Für die KV-Diagramme sind ebenfalls Vordrucke gegeben.

## 2. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

### Minimierung unvollständiger Funktionen (don't care Minimierung)

Gegeben ist folgendes KV-Diagramm :

		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	X 0	1	X 5	X 4	0	$x_1$
	0	1 2	1 3	X 7	X 6	1	
	1	X 10	X 11	1 15	1 14	1	
	1	8	X 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

**Gesamtpunktzahl: 15 Punkte**

1. Bestimmen Sie das KV-Diagramm für  $x=1$  ( $Q_1$ ) **2 Punkte**
2. Bestimmen Sie das KV-Diagramm für  $x=0$  ( $Q_2$ ) **2 Punkte**
3. Bestimmen Sie das KV-Diagramm für  $x=$  beliebig (don't care) ( $Q_3$ ) **2 Punkte**
4. Bestimmen Sie die minimierte logischen Gleichung  $Q_{1-\min}$  und die Kosten  $K_{1-\min}$  für  $x=1$  **2 Punkte**
5. Bestimmen Sie die minimierte logischen Gleichung  $Q_{2-\min}$  und die Kosten  $K_{2-\min}$  für  $x=0$  **2 Punkte**
6. Bestimmen Sie die minimierte logischen Gleichung  $Q_{3-\min}$  und die Kosten  $K_{3-\min}$  für  $x=$  beliebig (don't care) **2 Punkte**
7. Bestimmen Sie die strenge Schaltung  $Q_{1-\min}$  für  $x=1$  **1 Punkt**
8. Bestimmen Sie die strenge Schaltung  $Q_{2-\min}$  für  $x=0$  **1 Punkt**
9. Bestimmen Sie die strenge Schaltung  $Q_{3-\min}$  für  $x=$  beliebig (don't care) **1 Punkt**

Bemerkung:

Die Minimierung hat auf minimale Kosten zu erfolgen.

In die Tabelle brauchen unter Q nur die Werte „1“ eingetragen werden.

Für die KV-Diagramme sind ebenfalls Vordrucke gegeben.

<b>Zahl</b>	<b>Eingangsvariablen</b> $x_3, x_2, x_1, x_0$	<b>Q</b>
<b>0</b>	<b>0000</b>	
<b>1</b>	<b>0001</b>	
<b>2</b>	<b>0010</b>	
<b>3</b>	<b>0011</b>	
<b>4</b>	<b>0100</b>	
<b>5</b>	<b>0101</b>	
<b>6</b>	<b>0110</b>	
<b>7</b>	<b>0111</b>	
<b>8</b>	<b>1000</b>	
<b>9</b>	<b>1001</b>	
<b>10</b>	<b>1010</b>	
<b>11</b>	<b>1011</b>	
<b>12</b>	<b>1100</b>	
<b>13</b>	<b>1101</b>	
<b>14</b>	<b>1110</b>	
<b>15</b>	<b>1111</b>	

		$X_0$					
		0	1	1	0		
$X_3$	0	0	1	5	4	0	$X_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$X_2$					

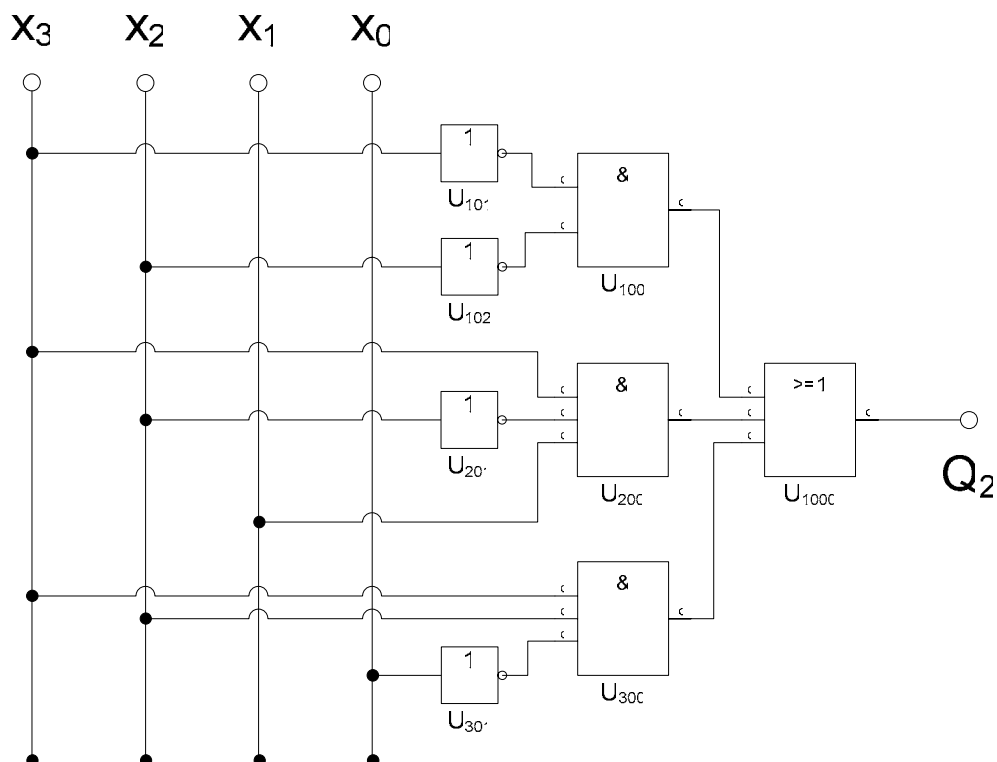
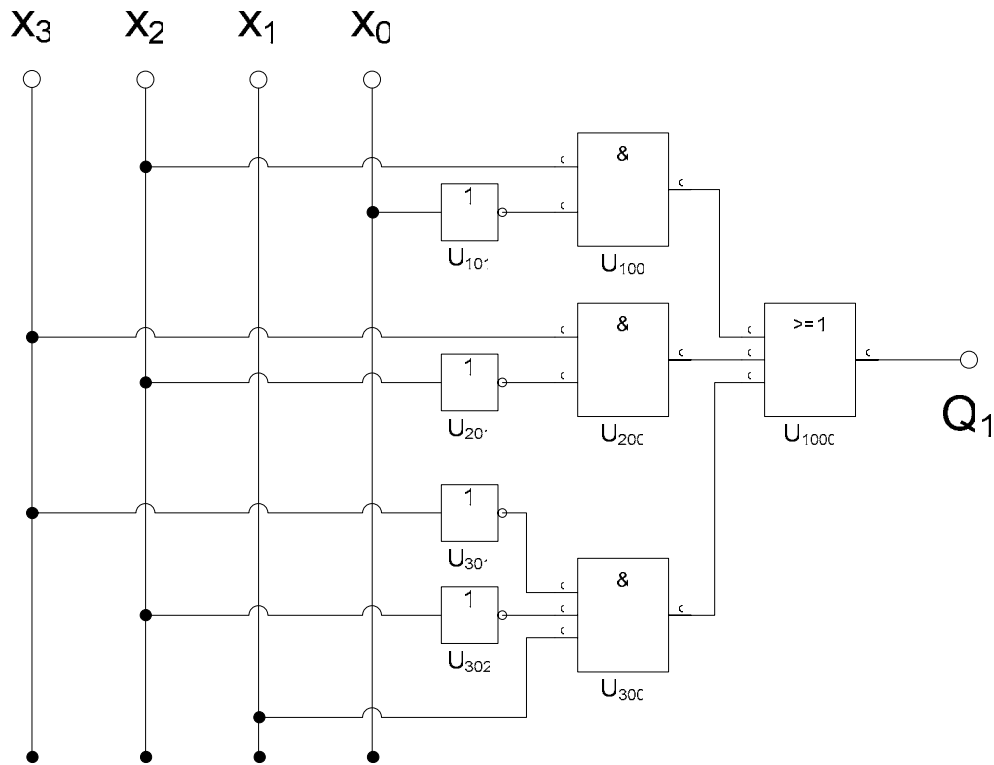
		$X_0$					
		0	1	1	0		
$X_3$	0	0	1	5	4	0	$X_1$
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$X_2$					

# Lösung:

## 2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

### Bündelminimierung

1. Bestimmen Sie die Schaltungen entsprechend der logischen Gleichung  $Q_1$  und  $Q_2$



**2. Bestimmen Sie die Wertetabellen entsprechend der logischen Gleichung  $Q_1$  und  $Q_2$**

$$Q_1 = f_1(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_2 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$$

$$x_2 \bar{x}_0 = 1 \leftrightarrow a1b0$$

$$\Rightarrow 01b0$$

0100

und

0110

1100

11b0

und

1110

$$MINt(4,6,12,14)$$

$$x_3 \bar{x}_2 = 1 \leftrightarrow 10ab$$

$$\Rightarrow 100b$$

1000

und

1001

1010

101b

und

1011

$$MINt(8,9,10,11)$$

$$\bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 = 1 \leftrightarrow 001a$$

$$\Rightarrow 0010$$

0011

$$MINt(2,3)$$

$$Q_1 = MINt(2,3,4,6,8,9,10,11,12,14)$$

$$Q_2 = f_2(x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0$$

$$\bar{x}_3 \bar{x}_2 = 1 \leftrightarrow 00ab$$

$$\Rightarrow 000b$$

0000

und

0001

0010

001b

und

0011

$$MINt(0,1,2,3)$$

$$x_3 \bar{x}_2 x_1 = 1 \leftrightarrow 101a$$

$$\Rightarrow 1010$$

1011

$$MINt(10,11)$$

$$x_3 x_2 \bar{x}_0 = 1 \leftrightarrow 11a0$$

$$\Rightarrow 1100$$

1110

$$MINt(12,14)$$

$$Q_1 = MINt(0,1,2,3,10,11,12,14)$$

<b>Zahl</b>	<b>Eingangsvariablen</b> $x_3, x_2, x_1, x_0$	<b>Q<sub>1</sub></b>	<b>Q<sub>1</sub></b>
<b>0</b>	<b>0000</b>		1
<b>1</b>	<b>0001</b>		1
<b>2</b>	<b>0010</b>	1	1
<b>3</b>	<b>0011</b>	1	1
<b>4</b>	<b>0100</b>	1	
<b>5</b>	<b>0101</b>		
<b>6</b>	<b>0110</b>	1	
<b>7</b>	<b>0111</b>		
<b>8</b>	<b>1000</b>	1	
<b>9</b>	<b>1001</b>	1	
<b>10</b>	<b>1010</b>	1	1
<b>11</b>	<b>1011</b>	1	1
<b>12</b>	<b>1100</b>	1	1
<b>13</b>	<b>1101</b>		
<b>14</b>	<b>1110</b>	1	1
<b>15</b>	<b>1111</b>		

3. Bestimmen Sie die KV-Diagramme für  $Q_1$  und  $Q_2$

$Q_1$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	0	1	5	1	0	$x_1$
	0	1	1	7	1	1	
	1	1	1	15	1	1	
	1	1	1	13	1	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

$Q_2$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	1	1	5	1	0	$x_1$
	0	1	1	7	1	1	
	1	1	1	15	1	1	
	1	1	1	13	1	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					



**4 Bestimmen Sie die KV-Diagramme für die Bündelminimierung und die Einzelminimierungen. - Bündelminimierung**

$Q_{b\ddot{u}}$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	0	1	5	4	0	$x_1$
	0	1 2	1 3	7	6	1	
	1	1 10	1 11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

4 – Block  
 MINT(2,3,10,11)  
 Funktion :  $\bar{x}_2 x_1$   
 Kosten : 2

$Q_{b\ddot{u}}$		$x_0$					
		0	1	1	0		
$x_3$	0	0	1	5	4	0	$x_1$
	0	1 2	1 3	7	6	1	
	1	1 10	1 11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		$x_2$					

2 – Block  
 MINT(12,14)  
 Funktion :  $x_3 x_2 \bar{x}_0$   
 Kosten : 3

# Einzelminimierungen

$Q_{1rest}$		$x_0$				
		0	1	1	0	
$x_3$	0	0	1	5	1 4	0
	0	2	3	7	1 6	1
	1	1 10	1 11	15	1 14	1
	1	1 8	1 9	13	1 12	0
		0	0	1	1	
		$x_2$				

4-Block  
 MINT(8,9,10,11)  
 Funktion:  $x_3\bar{x}_2$   
 Kosten: 2

$$Q_{1-bü} = Q_{bü} \vee Q_{1rest}$$

$$= \bar{x}_2x_1 \vee x_3x_2\bar{x}_0 \vee x_3\bar{x}_2 \vee x_2\bar{x}_0$$

Kosten:  $2+3+2+2=9$

4-Block  
 MINT(4,6,12,14)  
 Funktion:  $x_2\bar{x}_0$   
 Kosten: 2

$Q_{2rest}$		$x_0$				
		0	1	1	0	
$x_3$	0	1 0	1 1	5	4	0
	0	1 2	1 3	7	6	1
	1	10	11	15	1 14	1
	1	8	9	13	1 12	0
		0	0	1	1	
		$x_2$				

4-Block  
 MINT(0,1,2,3)  
 Funktion:  $\bar{x}_3\bar{x}_2$   
 Kosten: 2

$$Q_{2-bü} = Q_{bü} \vee Q_{2rest}$$

$$= \bar{x}_2x_1 \vee x_3x_2\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2$$

Kosten:  $2+3+2=7$

# Einzelminimierungen – andere Variante

Q <sub>1</sub>		x <sub>0</sub>					
		0	1	1	0		
x <sub>3</sub>	0	0	1	5	4	0	x <sub>1</sub>
	0	1	1	7	6	1	
	1	1	1	15	14	1	
	1	1	1	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x <sub>2</sub>					

4-Block

MINT(4,6,12,14)

Funktion:  $x_2 \bar{x}_0$

Kosten: 2

4-Block

MINT(8,9,10,11)

Funktion:  $x_3 \bar{x}_2$

Kosten: 2

$$Q_{1-bü} = Q_{bü} \vee Q_{1rest}$$

$$= \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_0$$

Kosten: 2 + 3 + 2 + 2 = 9

Q <sub>2</sub>		x <sub>0</sub>					
		0	1	1	0		
x <sub>3</sub>	0	1	1	5	4	0	x <sub>1</sub>
	0	1	1	7	6	1	
	1	1	1	15	14	1	
	1			13	12	0	
		0	0	1	1		
		x <sub>2</sub>					

4-Block

MINT(0,1,2,3)

Funktion:  $\bar{x}_3 \bar{x}_2$

Kosten: 2

$$Q_{2-bü} = Q_{bü} \vee Q_{2rest}$$

$$= \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2$$

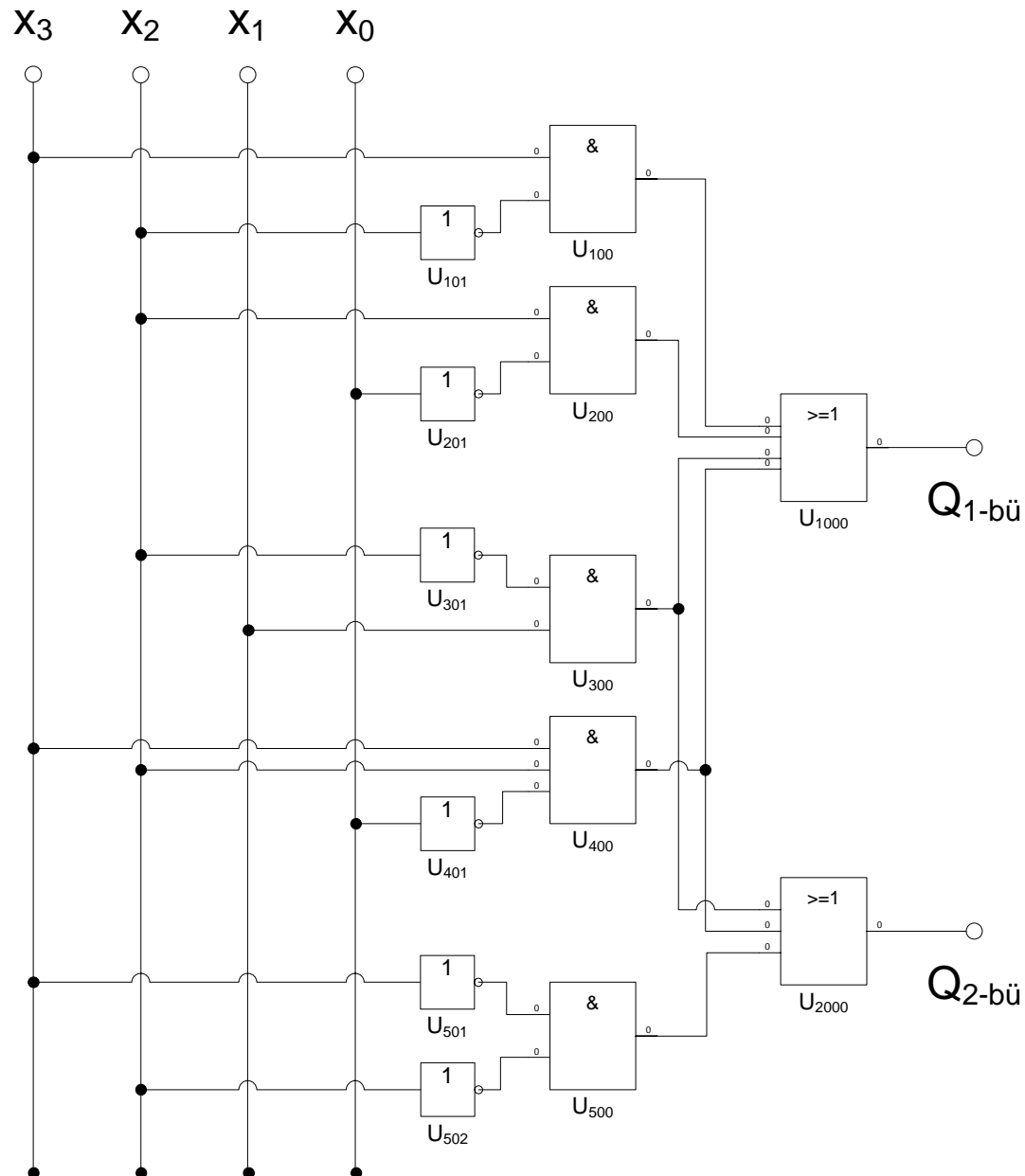
Kosten: 2 + 3 = 7

5. Bestimmen Sie die logische Gleichung  $Q_{1\text{-b\u00fcn}}$  der b\u00fcndelminimierten Form f\u00fcr  $Q_1$
6. Bestimmen Sie die logische Gleichung  $Q_{2\text{-b\u00fcn}}$  der b\u00fcndelminimierten Form f\u00fcr  $Q_2$
7. Bestimmen Sie die Kosten der b\u00fcndelminimierten Form  $K_1$  f\u00fcr  $Q_1$
8. Bestimmen Sie die Kosten der b\u00fcndelminimierten Form  $K_2$  f\u00fcr  $Q_2$

$$\begin{aligned}
 Q_{1\text{-b\u00fc}} &= Q_{b\u00fc} \vee Q_{1\text{rest}} \\
 &= \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0 \quad \vee \quad x_3 \bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_0 \\
 \text{Kosten} &: 2 + 3 + 2 + 2 = 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{2\text{-b\u00fc}} &= Q_{b\u00fc} \vee Q_{2\text{rest}} \\
 &= \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0 \quad \vee \quad \bar{x}_3 \bar{x}_2 \\
 \text{Kosten} &: 2 + 3 + 2 = 7
 \end{aligned}$$

## 9. Bestimmen Sie die bündelminimierte Schaltung



$$\begin{aligned}
 Q_{1-bü} &= Q_{bü} \vee Q_{1rest} \\
 &= \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_0 \\
 \text{Kosten} &: 2 + 3 + 2 + 2 = 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{2-bü} &= Q_{bü} \vee Q_{2rest} \\
 &= \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \\
 \text{Kosten} &: 2 + 3 + 2 = 7
 \end{aligned}$$

# Lösung:

## 2. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

### Minimierung unvollständiger Funktionen (dont' care Minimierung)

x		x <sub>0</sub>					
		0	1	1	0		
x <sub>3</sub>	0	<b>x</b> 0	1	<b>x</b> 5	<b>x</b> 4	x <sub>1</sub>	0
	0	<b>1</b> 2	<b>1</b> 3	<b>x</b> 7	<b>x</b> 6		1
	1	<b>x</b> 10	<b>x</b> 11	<b>1</b> 15	<b>1</b> 14		1
	1	8	<b>x</b> 9	13	12		0
		0	0	1	1		
		x <sub>2</sub>					

1. Bestimmen Sie das KV-Diagramm für  $x=1$  ( $Q_1$ )

X		X <sub>0</sub>					
		0	1	1	0		
X <sub>3</sub>	0	<b>1</b> 0	1	<b>1</b> 5	<b>1</b> 4	X <sub>1</sub>	0
	0	<b>1</b> 2	<b>1</b> 3	<b>1</b> 7	<b>1</b> 6		1
	1	<b>1</b> 10	<b>1</b> 11	<b>1</b> 15	<b>1</b> 14		1
	1	8	<b>1</b> 9	13	12		0
		0	0	1	1		
		X <sub>2</sub>					

X		X <sub>0</sub>					
		0	1	1	0		
X <sub>3</sub>	0	1 0	1	1 5	1 4	0	X <sub>1</sub>
	0	1 2	1 3	1 7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1	8	1 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X <sub>2</sub>					

8 – Block  
MINT(2,3,6,7,10,11,14,15)  
Funktion :  $x_1$   
Kosten : 1

4 – Block  
MINT(4,5,6,7)  
Funktion :  $\bar{x}_3 x_2$   
Kosten : 2

2 – Block  
MINT(9,11)  
Funktion :  $x_3 \bar{x}_2 x_0$   
Kosten : 3

X		X <sub>0</sub>					
		0	1	1	0		
X <sub>3</sub>	0	1 0	1	1 5	1 4	0	X <sub>1</sub>
	0	1 2	1 3	1 7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1	8	1 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X <sub>2</sub>					



X		X <sub>0</sub>					
		0	1	1	0		
X <sub>3</sub>	0	1 0	1	1 5	1 4	X <sub>1</sub>	0
	0	1 2	1 3	1 7	1 6		1
	1	1 10	1 11	1 15	1 14		1
	1	8	1 9	13	12		0
		0	0	1	1		
		X <sub>2</sub>					

4-Block

MINT(0,2,4,6)

Funktion:  $\bar{x}_3 \bar{x}_0$

Kosten: 2

$$Q_{1\min} = x_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 x_0$$

$$\text{Kosten} = 1 + 2 + 2 + 3 = 8$$

2. Bestimmen Sie das KV-Diagramm für  $x=0$  ( $Q_2$ )

X		x <sub>0</sub>					
		0	1	1	0		
x <sub>3</sub>	0	0 0	1	0 5	0 4	0	x <sub>1</sub>
	0	1 2	1 3	0 7	0 6	1	
	1	0 10	0 11	1 15	1 14	1	
	1	8	0 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x <sub>2</sub>					

2 – Block

MINT(2,3)

Funktion :  $\bar{x}_3\bar{x}_2x_1$

Kosten : 3

X		x <sub>0</sub>					
		0	1	1	0		
x <sub>3</sub>	0	0 0	1	0 5	0 4	0	x <sub>1</sub>
	0	1 2	1 3	0 7	0 6	1	
	1	0 10	0 11	1 15	1 14	1	
	1	8	0 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x <sub>2</sub>					

2 – Block

MINT(14,15)

Funktion :  $x_3x_2x_1$

Kosten : 3

$Q_{2-\min} = x_3x_2x_1 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_1$

Kosten :  $3+3=6$

3. Bestimmen Sie das KV-Diagramm für  $x =$  beliebig (don't care) ( $Q_3$ )

X		X <sub>0</sub>				Kosten : 1	
		0	1	1	0		
X <sub>3</sub>	0	0 0	1	0 5	0 4	0	X <sub>1</sub>
	0	1 2	1 3	1 7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1	8	0 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X <sub>2</sub>					

8-Block

MINT(2,3,6,7,10,11,14,15)

Funktion :  $x_1$

Kosten : 1

$Q_{3-\min} = x_1$

Kosten : 1

4. Bestimmen Sie die minimierte logischen Gleichung  $Q_{1\text{-min}}$  und die Kosten  $K_{1\text{-min}}$  für  $x=1$
5. Bestimmen Sie die minimierte logischen Gleichung  $Q_{2\text{-min}}$  und die Kosten  $K_{2\text{-min}}$  für  $x=0$
6. Bestimmen Sie die minimierte logischen Gleichung  $Q_{3\text{-min}}$  und die Kosten  $K_{3\text{-min}}$  für  $x=$  beliebig (don't care)

$$Q_{1\text{-min}} = x_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 x_0$$

$$\text{Kosten} = 1 + 2 + 2 + 3 = 8$$

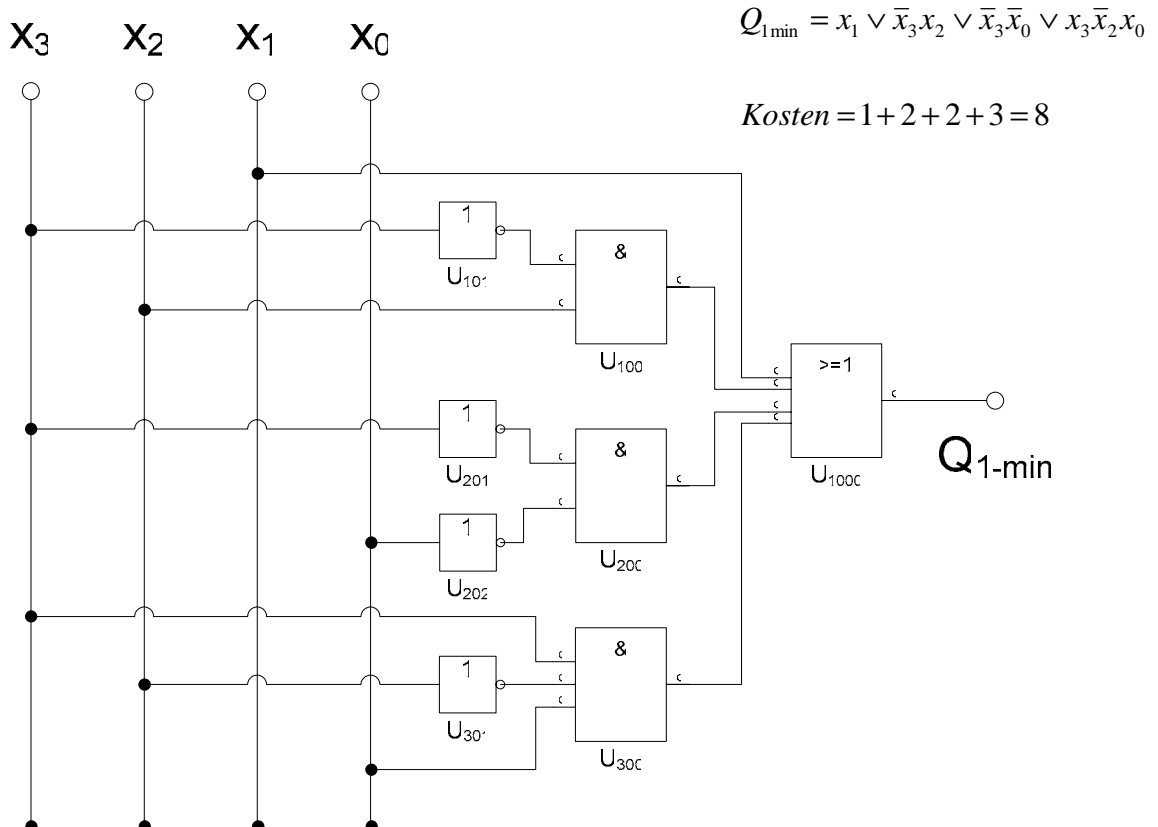
$$Q_{2\text{-min}} = x_3 x_2 x_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$$

$$\text{Kosten} : 3 + 3 = 6$$

$$Q_{3\text{-min}} = x_1$$

$$\text{Kosten} : 1$$

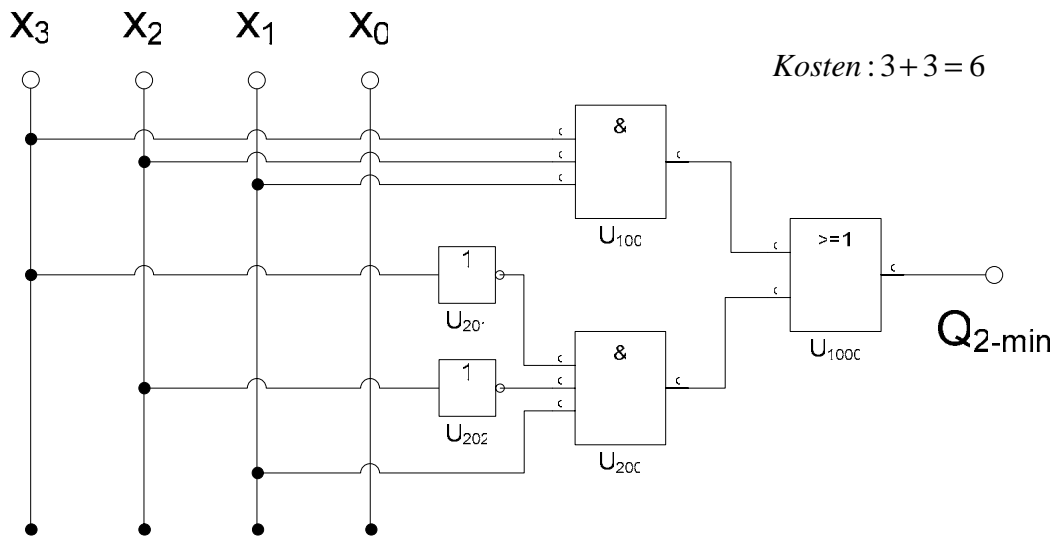
7. Bestimmen Sie die strenge Schaltung  $Q_{1\text{-min}}$  für  $x=1$



8. Bestimmen Sie die strenge Schaltung  $Q_{2-\min}$  für  $x=0$

$$Q_{2-\min} = x_3 x_2 x_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$$

Kosten :  $3+3=6$



9. Bestimmen Sie die strenge Schaltung  $Q_{3-\min}$  für  $x=$  beliebig (don't care)

$$Q_{3-\min} = x_1$$

Kosten : 1

