



Studentenmitteilung

2. Semester - SS 2004

Abt. Technische Informatik
Gerätebeauftragter
Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske
Tel.: [49]-0341-97 32213
Zimmer: HG 02-37
e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de
www: <http://www.ti-leipzig.de/~lieske/>
Sprechstunde: Mi. 14⁰⁰ – 15⁰⁰ (Vorlesungszeit)

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 2

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Bündelminimierung

Gegeben sind folgende Gleichungen:

$$Q_1 = f_1(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_2 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$$

$$Q_2 = f_2(x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0$$

Bestimmen Sie

Gesamtpunktzahl: 15 Punkte

1. Bestimmen Sie die Schaltungen entsprechend der logischen Gleichung Q_1 und Q_2 **2 Punkte**
2. Bestimmen Sie die Wertetabellen entsprechend der logischen Gleichung Q_1 und Q_2 **2 Punkte**
3. Bestimmen Sie die KV-Diagramme für Q_1 und Q_2 **2 Punkte**
4. Bestimmen Sie die KV-Diagramme für die Bündelminimierung und die Einzelminimierungen. **2 Punkte**
5. Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_{1\text{-bün}}$ der bündelminimierten Form für Q_1 **2 Punkte**
6. Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_{2\text{-bün}}$ der bündelminimierten Form für Q_2 **2 Punkte**
7. Bestimmen Sie die Kosten der bündelminimierten Form K_1 für Q_1 **1 Punkt**
8. Bestimmen Sie die Kosten der bündelminimierten Form K_2 für Q_2 **1 Punkt**
9. Bestimmen Sie die bündelminimierte Schaltung **1 Punkt**

Bemerkung:

Die Minimierung hat auf minimale Kosten zu erfolgen.

Die Teile der Einzelfunktionen die nicht bündelbar sind, sind ebenfalls maximal zu minimieren. Es können bündelbare Minterme mitverwendet werden.

In die Tabelle brauchen unter Q nur die Werte „1“ eingetragen werden.

Für die KV-Diagramme sind ebenfalls Vordrucke gegeben.

2. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Minimierung unvollständiger Funktionen (don't care Minimierung)

Gegeben ist folgendes KV-Diagramm :

		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	X 0	1	X 5	X 4	0	x_1
	0	1 2	1 3	X 7	X 6	1	
	1	X 10	X 11	1 15	1 14	1	
	1	8	X 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

Gesamtpunktzahl: 15 Punkte

1. Bestimmen Sie das KV-Diagramm für $x=1$ (Q_1) **2 Punkte**
2. Bestimmen Sie das KV-Diagramm für $x=0$ (Q_2) **2 Punkte**
3. Bestimmen Sie das KV-Diagramm für $x=$ beliebig (don't care) (Q_3) **2 Punkte**
4. Bestimmen Sie die minimierte logischen Gleichung $Q_{1-\min}$ und die Kosten $K_{1-\min}$ für $x=1$ **2 Punkte**
5. Bestimmen Sie die minimierte logischen Gleichung $Q_{2-\min}$ und die Kosten $K_{2-\min}$ für $x=0$ **2 Punkte**
6. Bestimmen Sie die minimierte logischen Gleichung $Q_{3-\min}$ und die Kosten $K_{3-\min}$ für $x=$ beliebig (don't care) **2 Punkte**
7. Bestimmen Sie die strenge Schaltung $Q_{1-\min}$ für $x=1$ **1 Punkt**
8. Bestimmen Sie die strenge Schaltung $Q_{2-\min}$ für $x=0$ **1 Punkt**
9. Bestimmen Sie die strenge Schaltung $Q_{3-\min}$ für $x=$ beliebig (don't care) **1 Punkt**

Bemerkung:

Die Minimierung hat auf minimale Kosten zu erfolgen.

In die Tabelle brauchen unter Q nur die Werte „1“ eingetragen werden.

Für die KV-Diagramme sind ebenfalls Vordrucke gegeben.

Zahl	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Q
0	0000	
1	0001	
2	0010	
3	0011	
4	0100	
5	0101	
6	0110	
7	0111	
8	1000	
9	1001	
10	1010	
11	1011	
12	1100	
13	1101	
14	1110	
15	1111	

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	0	1	5	4	0	X_1
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

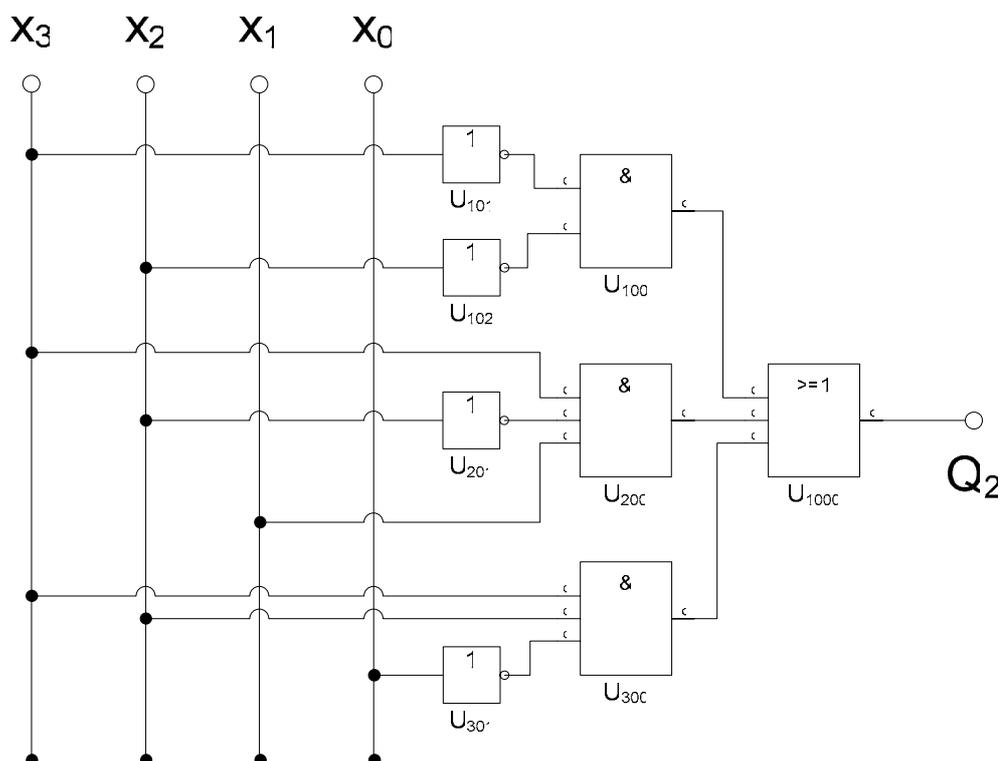
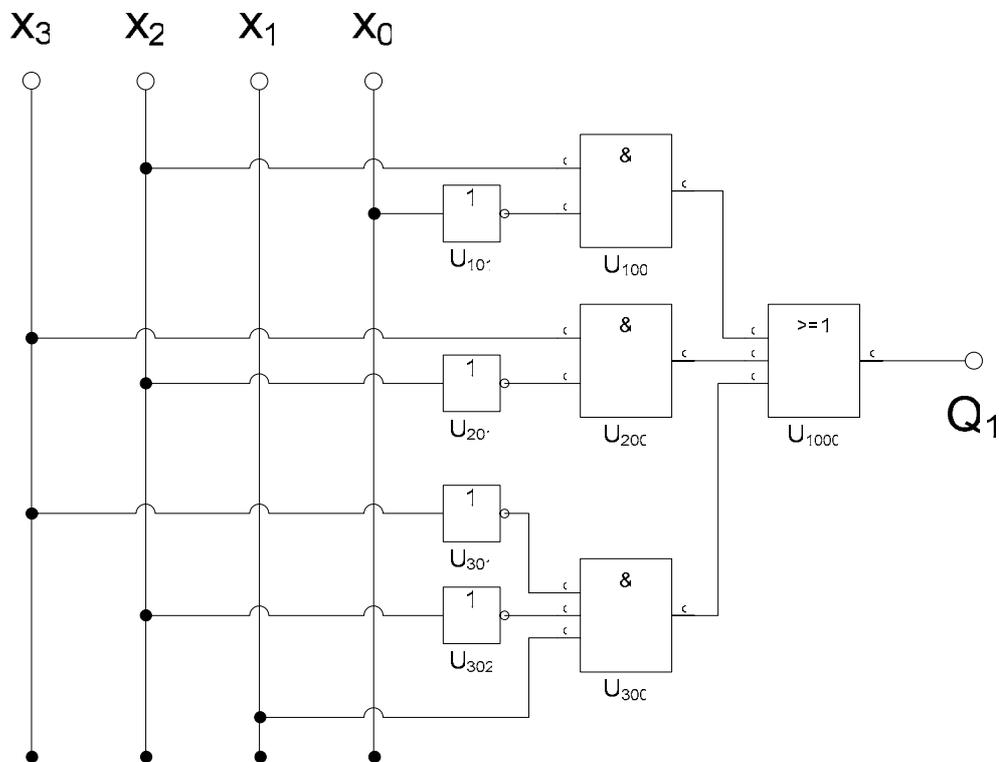
		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	0	1	5	4	0	X_1
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

Lösung:

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Bündelminimierung

1. Bestimmen Sie die Schaltungen entsprechend der logischen Gleichung Q_1 und Q_2



2. Bestimmen Sie die Wertetabellen entsprechend der logischen Gleichung Q_1 und Q_2

$$Q_1 = f_1(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_2 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$$

$$x_2 \bar{x}_0 = 1 \leftrightarrow a1b0$$

$$\Rightarrow 01b0$$

$$0100 \quad \text{und} \quad 0110 \quad 1100 \quad \text{und} \quad 1110$$

$$MINt(4,6,12,14)$$

$$x_3 \bar{x}_2 = 1 \leftrightarrow 10ab$$

$$\Rightarrow 100b$$

$$1000 \quad \text{und} \quad 1001 \quad 1010 \quad \text{und} \quad 1011$$

$$MINt(8,9,10,11)$$

$$\bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 = 1 \leftrightarrow 001a$$

$$\Rightarrow 0010$$

$$0011$$

$$MINt(2,3)$$

$$Q_1 = MINt(2,3,4,6,8,9,10,11,12,14)$$

$$Q_2 = f_2(x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0$$

$$\bar{x}_3 \bar{x}_2 = 1 \leftrightarrow 00ab$$

$$\Rightarrow 000b$$

$$0000 \quad \text{und} \quad 0001 \quad 0010 \quad \text{und} \quad 0011$$

$$MINt(0,1,2,3)$$

$$x_3 \bar{x}_2 x_1 = 1 \leftrightarrow 101a$$

$$\Rightarrow 1010$$

$$1011$$

$$MINt(10,11)$$

$$x_3 x_2 \bar{x}_0 = 1 \leftrightarrow 11a0$$

$$\Rightarrow 1100$$

$$1110$$

$$MINt(12,14)$$

$$Q_1 = MINt(0,1,2,3,10,11,12,14)$$

Zahl	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Q₁	Q₁
0	0000		1
1	0001		1
2	0010	1	1
3	0011	1	1
4	0100	1	
5	0101		
6	0110	1	
7	0111		
8	1000	1	
9	1001	1	
10	1010	1	1
11	1011	1	1
12	1100	1	1
13	1101		
14	1110	1	1
15	1111		

3. Bestimmen Sie die KV-Diagramme für Q_1 und Q_2

Q_1		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0	1	5	1 4	0	x_1
	0	1 2	1 3	7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	15	1 14	1	
	1	1 8	1 9	13	1 12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

Q_2		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 0	1 1	5	4	0	x_1
	0	1 2	1 3	7	6	1	
	1	1 10	1 11	15	1 14	1	
	1	8	9	13	1 12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

4 Bestimmen Sie die KV-Diagramme für die Bündelminimierung und die Einzelminimierungen. - Bündelminimierung

$Q_{b\ddot{u}}$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0	1	5	4	0	x_1
	0	1 2	1 3	7	6	1	
	1	1 10	1 11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

4 – Block
 MINT(2,3,10,11)
 Funktion : $\bar{x}_2 x_1$
 Kosten : 2

$Q_{b\ddot{u}}$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0	1	5	4	0	x_1
	0	1 2	1 3	7	6	1	
	1	1 10	1 11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

2 – Block
 MINT(12,14)
 Funktion : $x_3 x_2 \bar{x}_0$
 Kosten : 3

Einzelminimierungen

Q_{1rest}		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0	1	5	1	0	x_1
	0	2	3	7	1	1	
	1	10	11	15	1	1	
	1	8	9	13	1	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

4-Block
 MINT(8,9,10,11)
 Funktion: $x_3\bar{x}_2$
 Kosten: 2

$$Q_{1-bü} = Q_{bü} \vee Q_{1rest}$$

$$= \bar{x}_2x_1 \vee x_3x_2\bar{x}_0 \vee x_3\bar{x}_2 \vee x_2\bar{x}_0$$

Kosten: $2+3+2+2=9$

4-Block
 MINT(4,6,12,14)
 Funktion: $x_2\bar{x}_0$
 Kosten: 2

Q_{2rest}		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1	1	5	0	0	x_1
	0	2	3	7	1	1	
	1	10	11	15	1	1	
	1	8	9	13	1	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

4-Block
 MINT(0,1,2,3)
 Funktion: $\bar{x}_3\bar{x}_2$
 Kosten: 2

$$Q_{2-bü} = Q_{bü} \vee Q_{2rest}$$

$$= \bar{x}_2x_1 \vee x_3x_2\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2$$

Kosten: $2+3+2=7$

Einzelminimierungen – andere Variante

Q_1		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0	1	5	4	0	x_1
	0	1	1	7	6	1	
	1	1	1	15	14	1	
	1	1	1	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

4-Block

$MINT(4,6,12,14)$

Funktion: $x_2\bar{x}_0$

Kosten: 2

4-Block

$MINT(8,9,10,11)$

Funktion: $x_3\bar{x}_2$

Kosten: 2

$$Q_{1-bü} = Q_{bü} \vee Q_{1rest}$$

$$= \bar{x}_2x_1 \vee x_3x_2\bar{x}_0 \vee x_3\bar{x}_2 \vee x_2\bar{x}_0$$

Kosten: $2+3+2+2=9$

Q_2		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1	1	5	4	0	x_1
	0	1	1	7	6	1	
	1	1	1	15	14	1	
	1			13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

4-Block

$MINT(0,1,2,3)$

Funktion: $\bar{x}_3\bar{x}_2$

Kosten: 2

$$Q_{2-bü} = Q_{bü} \vee Q_{2rest}$$

$$= \bar{x}_2x_1 \vee x_3x_2\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2$$

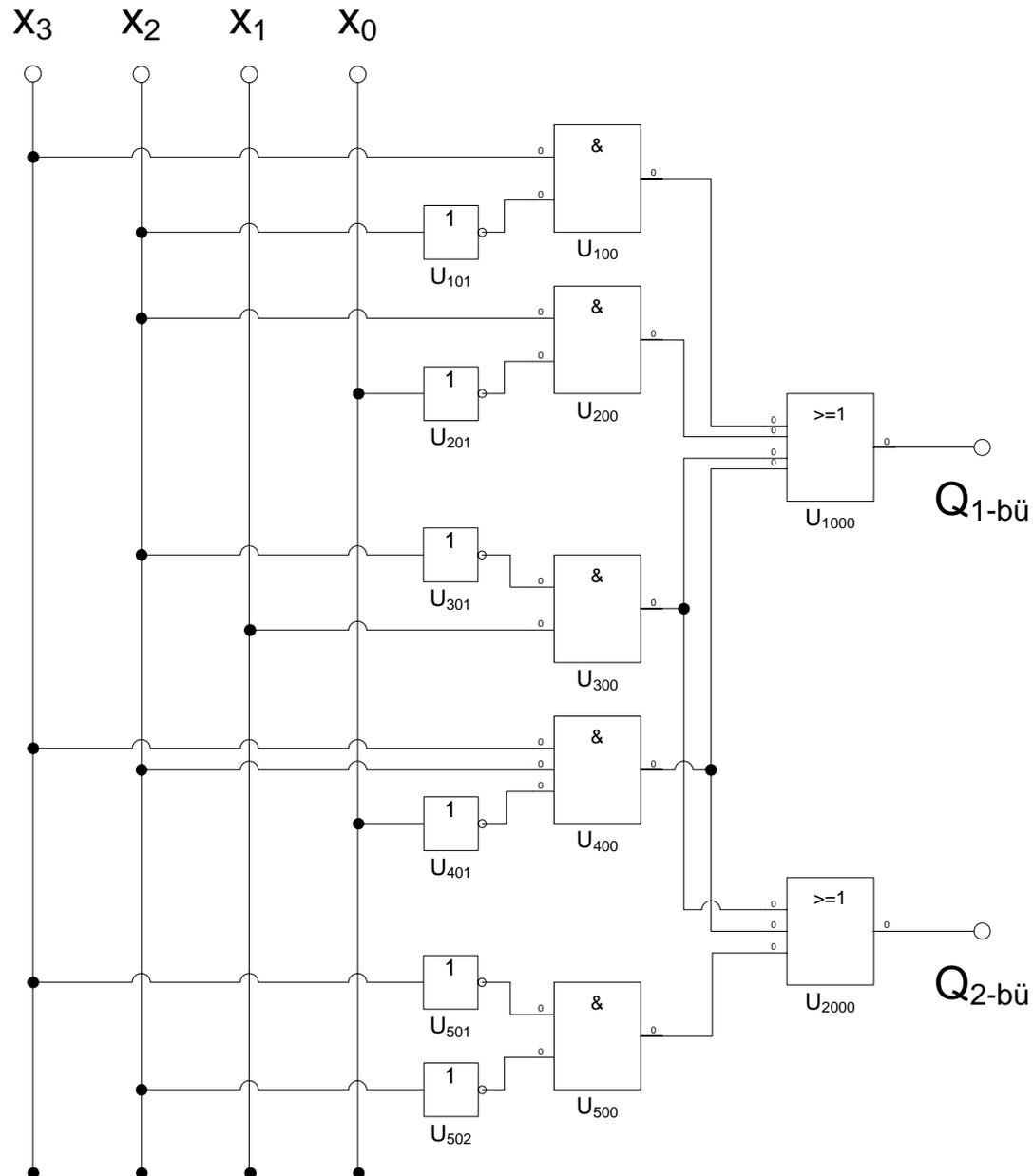
Kosten: $2+3=7$

5. Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_{1\text{-b\u00fcn}}$ der b\u00fcndelminimierten Form f\u00fcr Q_1
6. Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_{2\text{-b\u00fcn}}$ der b\u00fcndelminimierten Form f\u00fcr Q_2
7. Bestimmen Sie die Kosten der b\u00fcndelminimierten Form K_1 f\u00fcr Q_1
8. Bestimmen Sie die Kosten der b\u00fcndelminimierten Form K_2 f\u00fcr Q_2

$$\begin{aligned}
 Q_{1\text{-b\u00fc}} &= Q_{b\u00fc} \vee Q_{1\text{rest}} \\
 &= \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0 \quad \vee \quad x_3 \bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_0 \\
 \text{Kosten} &: 2 + 3 + 2 + 2 = 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{2\text{-b\u00fc}} &= Q_{b\u00fc} \vee Q_{2\text{rest}} \\
 &= \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0 \quad \vee \quad \bar{x}_3 \bar{x}_2 \\
 \text{Kosten} &: 2 + 3 + 2 = 7
 \end{aligned}$$

9. Bestimmen Sie die bündelminimierte Schaltung



$$\begin{aligned}
 Q_{1-bü} &= Q_{bü} \vee Q_{1rest} \\
 &= \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_0 \\
 \text{Kosten} &: 2 + 3 + 2 + 2 = 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{2-bü} &= Q_{bü} \vee Q_{2rest} \\
 &= \bar{x}_2 x_1 \vee x_3 x_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \\
 \text{Kosten} &: 2 + 3 + 2 = 7
 \end{aligned}$$

Lösung:

2. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Minimierung unvollständiger Funktionen (dont' care Minimierung)

x		x ₀					
		0	1	1	0		
x ₃	0	X 0	1	X 5	X 4	x ₁	0
	0	1 2	1 3	X 7	X 6		1
	1	X 10	X 11	1 15	1 14		1
	1	8	X 9	13	12		0
		0	0	1	1		
		x ₂					

1. Bestimmen Sie das KV-Diagramm für $x=1$ (Q_1)

X		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	1 0	1	1 5	1 4	X ₁	0
	0	1 2	1 3	1 7	1 6		1
	1	1 10	1 11	1 15	1 14		1
	1	8	1 9	13	12		0
		0	0	1	1		
		X ₂					

X		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	1 0	1	1 5	1 4	0	X ₁
	0	1 2	1 3	1 7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1	8	1 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

8 – Block

MINT(2,3,6,7,10,11,14,15)

Funktion : x_1

Kosten : 1

4 – Block

MINT(4,5,6,7)

Funktion : $\bar{x}_3 x_2$

Kosten : 2

2 – Block

MINT(9,11)

Funktion : $x_3 \bar{x}_2 x_0$

Kosten : 3

X		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	1 0	1	1 5	1 4	0	X ₁
	0	1 2	1 3	1 7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1	8	1 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

X		x ₀					
		0	1	1	0		
x ₃	0	1 0	1	1 5	1 4	0	x ₁
	0	1 2	1 3	1 7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1	8	1 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x ₂					

4-Block

MINT(0,2,4,6)

Funktion: $\bar{x}_3 \bar{x}_0$

Kosten: 2

$$Q_{1\min} = x_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 x_0$$

$$\text{Kosten} = 1 + 2 + 2 + 3 = 8$$

2. Bestimmen Sie das KV-Diagramm für $x=0$ (Q_2)

X		x ₀					
		0	1	1	0		
x ₃	0	0 0	1	0 5	0 4	0	x ₁
	0	1 2	1 3	0 7	0 6	1	
	1	0 10	0 11	1 15	1 14	1	
	1	8	0 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x ₂					

2-Block

MINT(2,3)

Funktion : $\bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$

Kosten : 3

X		x ₀					
		0	1	1	0		
x ₃	0	0 0	1	0 5	0 4	0	x ₁
	0	1 2	1 3	0 7	0 6	1	
	1	0 10	0 11	1 15	1 14	1	
	1	8	0 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x ₂					

2-Block

MINT(14,15)

Funktion : $x_3 x_2 x_1$

Kosten : 3

$Q_{2-\min} = x_3 x_2 x_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$

Kosten : 3 + 3 = 6

3. Bestimmen Sie das KV-Diagramm für $x =$ beliebig (don't care) (Q_3)

X		X ₀				Kosten : 1	
		0	1	1	0		
X ₃	0	0 0	1	0 5	0 4	0	X ₁
	0	1 2	1 3	1 7	1 6	1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1	8	0 9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

8-Block

MINT(2,3,6,7,10,11,14,15)

Funktion : x_1

Kosten : 1

$Q_{3-\min} = x_1$

Kosten : 1

4. Bestimmen Sie die minimierte logischen Gleichung $Q_{1\text{-min}}$ und die Kosten $K_{1\text{-min}}$ für $x=1$
5. Bestimmen Sie die minimierte logischen Gleichung $Q_{2\text{-min}}$ und die Kosten $K_{2\text{-min}}$ für $x=0$
6. Bestimmen Sie die minimierte logischen Gleichung $Q_{3\text{-min}}$ und die Kosten $K_{3\text{-min}}$ für $x=$ beliebig (don't care)

$$Q_{1\text{-min}} = x_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 x_0$$

$$\text{Kosten} = 1 + 2 + 2 + 3 = 8$$

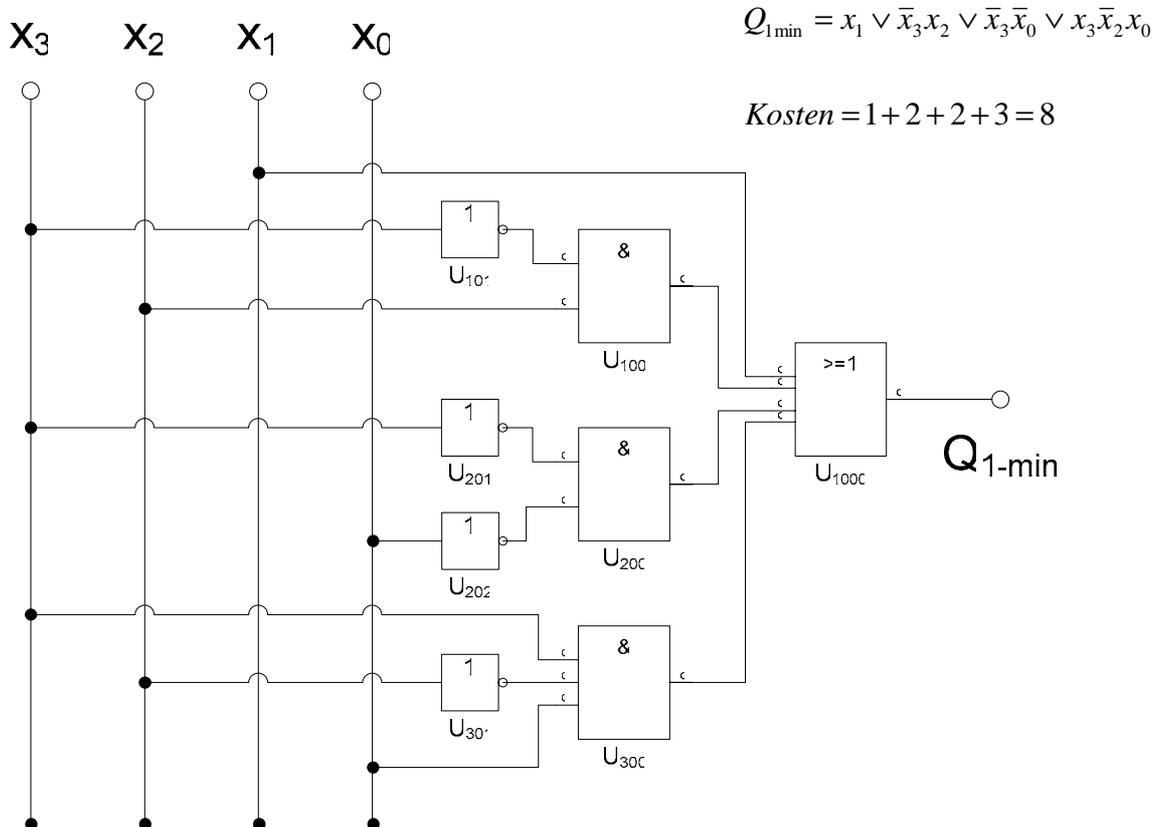
$$Q_{2\text{-min}} = x_3 x_2 x_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$$

$$\text{Kosten} : 3 + 3 = 6$$

$$Q_{3\text{-min}} = x_1$$

$$\text{Kosten} : 1$$

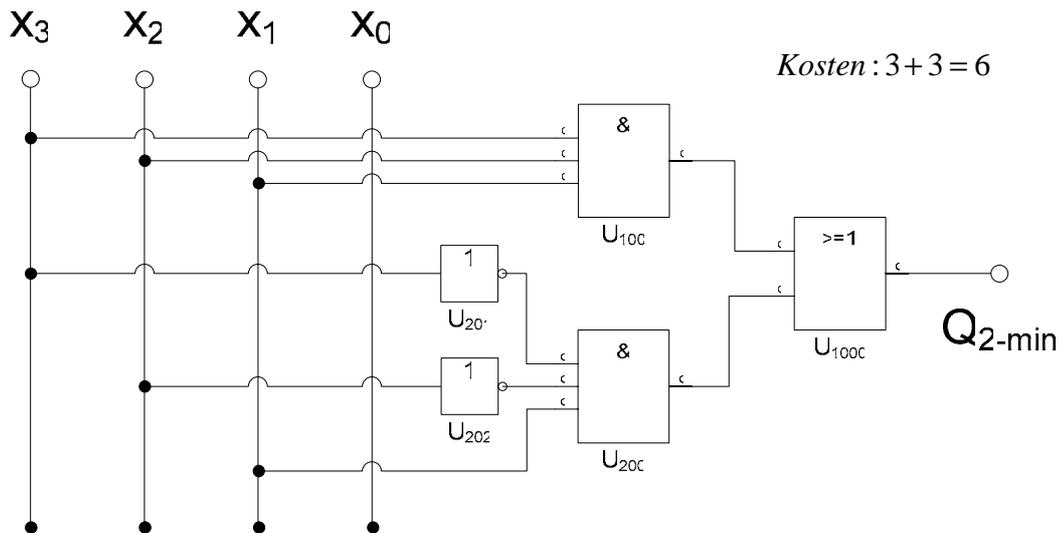
7. Bestimmen Sie die strenge Schaltung $Q_{1\text{-min}}$ für $x=1$



8. Bestimmen Sie die strenge Schaltung $Q_{2-\min}$ für $x=0$

$$Q_{2-\min} = x_3 x_2 x_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1$$

Kosten : $3+3=6$



9. Bestimmen Sie die strenge Schaltung $Q_{3-\min}$ für $x=$ beliebig (don't care)

$$Q_{3-\min} = x_1$$

Kosten : 1

