



Studentenmitteilung

2. Semester - SS 2004

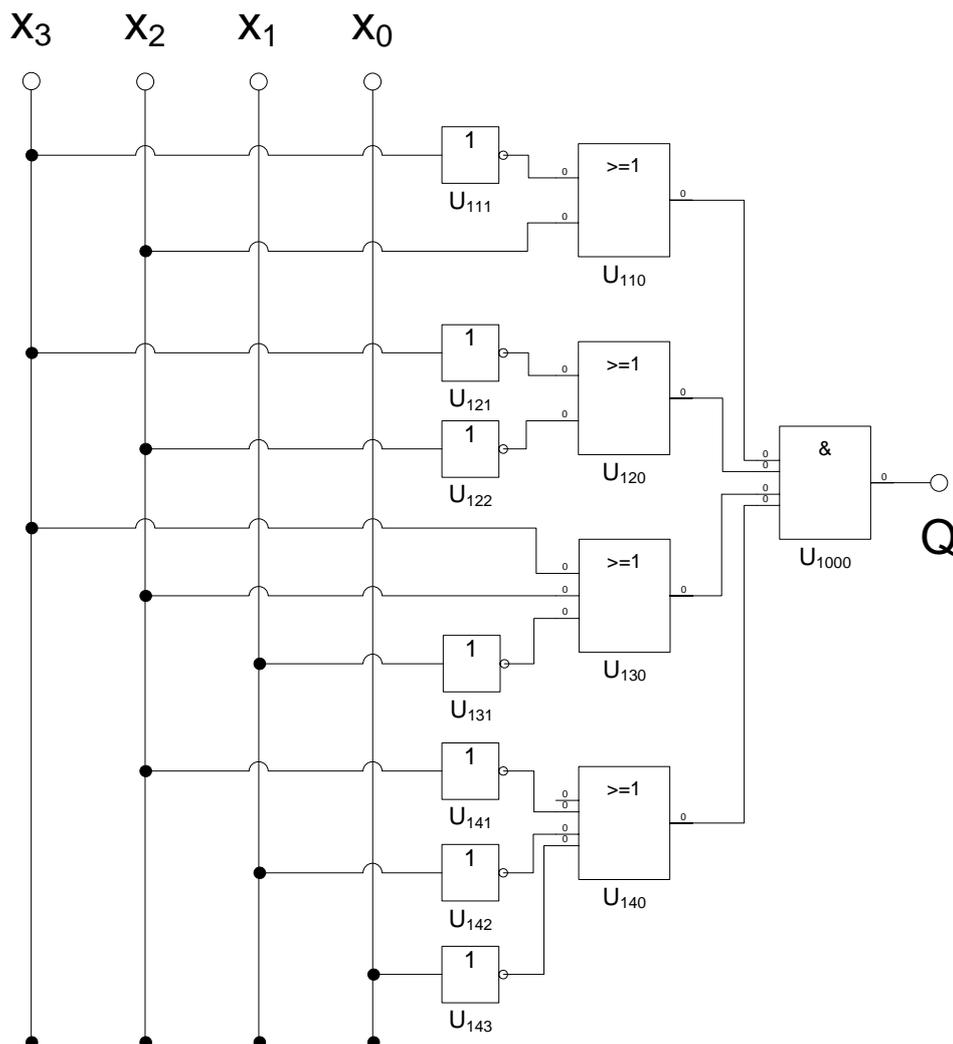
Abt. Technische Informatik
Gerätebeauftragter
Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske
Tel.: [49]-0341-97 32213
Zimmer: HG 02-37
e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de
www: <http://www.ti-leipzig.de/~lieske/>
Sprechstunde: Mi. 14⁰⁰ – 15⁰⁰ (Vorlesungszeit)

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 2

1. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen

Gegeben ist folgende Schaltung:



Diese Schaltung ist schon minimiert, aber noch nicht optimal.

Aufgaben:

Gesamtpunktzahl: 19 Punkte

1. Bestimmen Sie die logische Gleichung entsprechend der logischen Schaltung Q **1 Punkt**
2. Bestimmen Sie die Wertetabelle **2 Punkte**
3. Bestimmen Sie die Maxterme und die kanonisch konjunktive Normalform Q_{KKNF} **2 Punkte**
4. Bestimmen Sie die Minterme und die kanonisch disjunktive Normalform Q_{KDNF} **2 Punkte**
5. Bestimmen Sie die Schaltung streng entsprechend der kanonisch konjunktiven Normalform Q_{KKNF} **2 Punkte**
6. Bestimmen Sie die Schaltung streng entsprechend der kanonisch disjunktiven Normalform Q_{KDNF} **2 Punkte**
7. Bestimmen Sie das KV-Diagramm **2 Punkte**
8. Bestimmen Sie mittels des KV-Diagramms die Gleichung (Q_{MIN}) und die Kosten (K_{MIN}) der minimierten Form. **2 Punkte**
9. Bestimmen Sie die Schaltung der minimierten Form Q_{MIN} **2 Punkte**
10. Bestimmen Sie die Primiimplikanten $P1(\dots)$, ... **1 Punkt**
11. Bestimmen Sie die Kernprimiimplikanten $K1(\dots)$, ... **1 Punkt**

Bemerkung:

Um die Schreibarbeit zu verringern ist die Tabelle und das Listing der Normalformen gegeben. Bei den Min- und Maxtermen sind die jeweils ungültigen durchzustreichen.

In die Tabelle brauchen unter Q nur die Werte „1“ eingetragen werden.

Für die KV-Diagramme sind Vordrucke gegeben.

Zum Beispiel wird der 5. Primiimplikant der Ordnung 2, der die Minterme 3,7,11 und 15 umfaßt, wird mit $P5,2(3,7,11,15)$ beschrieben usw. Die Primiimplikanten sind von der niedrigeren Ordnung zur höheren Ordnung zu ordnen. Analog ist mit Kernimplikanten zu verfahren.

Die Kosten sind entsprechend der Kostenbestimmung im Quine-McCluskey Verfahren aus der Vorlesung zu berechnen. Für n-Variablen hat der Primiimplikant 0. Ordnung (Minterm) die Kosten n, der Primiimplikant 1. Ordnung (2er Block) die Kosten n-1 usw.

Es kann mehrere minimale Funktionen mit minimalen Kosten geben.

Zahl	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Q	Minterme	Maxterme
0	0000		$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	$x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
1	0001		$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	$x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
2	0010		$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	$x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
3	0011		$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	$x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
4	0100		$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0$
5	0101		$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
6	0110		$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
7	0111		$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
8	1000		$x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
9	1001		$x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
10	1010		$x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
11	1011		$x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
12	1100		$x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	$\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0$
13	1101		$x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	$\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
14	1110		$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	$\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
15	1111		$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	$\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$

$$Q_{KKNF} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) =$$

$$\begin{aligned} & (x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \wedge (x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \\ & \wedge (x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \wedge (x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \\ & \wedge (\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \\ & \wedge (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \end{aligned}$$

$$Q_{KDNF} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) =$$

$$\begin{aligned} & x_3 x_2 x_1 x_0 \vee x_3 x_2 x_1 \bar{x}_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \\ & \vee \bar{x}_3 x_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \end{aligned}$$

X		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	0	1	5	4	0	X ₁
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

X		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	0	1	5	4	0	X ₁
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

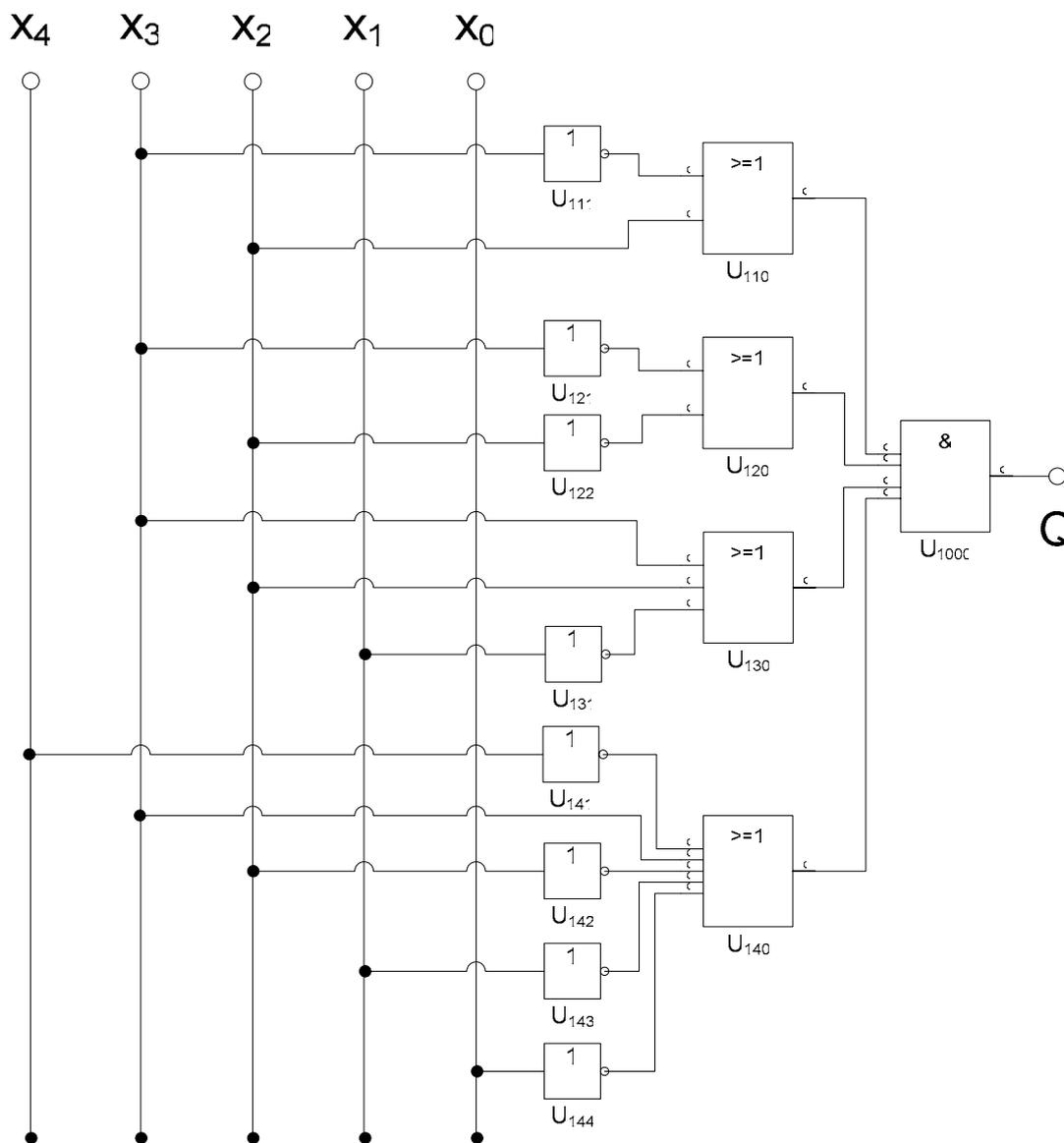
1. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen

Bei logischen Schaltungen mit 5-Variablen kann man die Minimierung mittels 2 übereinander liegenden KV-Diagrammen vornehmen.

Dabei ist das KV-Diagramm für $x_4=0$ oben und das für $x_4=1$ unten.

Gegeben ist folgende Schaltung:



1. Bestimmen Sie die logische Gleichung entsprechend der logischen Schaltung Q **1 Punkt**
2. Bestimmen Sie die Wertetabelle **2 Punkte**
3. Bestimmen Sie die KV-Diagramme **2 Punkte**
4. Bestimmen Sie die Primiimplikanten $P1(\dots), \dots$ **1 Punkt**
5. Bestimmen Sie die Kernprimiimplikanten $K1(\dots), \dots$ **1 Punkt**
6. Bestimmen Sie mittels des KV-Diagramms die Gleichung (Q_{MIN}) und die Kosten (K_{MIN}) der minimierten Form. **2 Punkte**
7. Bestimmen Sie die Schaltung der minimierten Form Q_{MIN} **2 Punkte**

Bemerkung:

In die Tabelle brauchen unter Q nur die Werte „1“ eingetragen werden.

Für die KV-Diagramme sind Vordrucke gegeben.

Zum Beispiel wird der 5. Primiimplikant der Ordnung 2, der die Minterme 3,7,11 und 15 umfaßt, wird mit $P_{5,2(3,7,11,15)}$ beschrieben usw. Die Primiimplikanten sind von der niedrigeren Ordnung zur höheren Ordnung zu ordnen. Analog ist mit Kernimplikanten zu verfahren.

Die Kosten sind entsprechend der Kostenbestimmung im Quine-McCluskey Verfahren aus der Vorlesung zu berechnen. Für n-Variablen hat der Primiimplikant 0. Ordnung (Minterm) die Kosten n, der Primiimplikant 1. Ordnung (2er Block) die Kosten n-1 usw.

Es kann mehrere minimale Funktionen mit minimalen Kosten geben.

Wertetabelle		
Nr.	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	A
0	00000	
1	00001	
2	00010	
3	00011	
4	00100	
5	00101	
6	00110	
7	00111	
8	01000	
9	01001	
10	01010	
11	01011	
12	01100	
13	01101	
14	01110	
15	01111	
16	10000	
17	10001	
18	10010	
19	10011	
20	10100	
21	10101	
22	10110	
23	10111	
24	11000	
25	11001	
26	11010	
27	11011	
28	11100	
29	11101	
30	11110	
31	11111	

$x_4=0$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	0	1	5	4	0	x_1
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

$x_4=1$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	16	17	21	20	0	x_1
	0	18	19	23	22	1	
	1	26	27	31	30	1	
	1	24	25	29	28	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

Lösung:

1. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen

1. Bestimmen Sie die logische Gleichung entsprechend der logischen Schaltung Q

$$Q = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (\bar{x}_3 \vee x_2)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2)(x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0)$$

2. Bestimmen Sie die Wertetabelle

3. Bestimmen Sie die Maxterme und die kanonisch konjunktive Normalform Q_{KKNF}

4. Bestimmen Sie die Minterme und die kanonisch disjunktive Normalform Q_{KDNF}

Ausmultiplizieren, Vereinfachen und Anwendung des Shannonschen Entwicklungssatzes!

$$\begin{aligned} Q &= f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (\bar{x}_3 \vee x_2)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2)(x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \\ &= (\bar{x}_3 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 x_2 \vee x_2 \bar{x}_2)(x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \\ &= (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 x_2)(x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \\ &= (x_3 \bar{x}_3 \vee x_3 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_3 \bar{x}_3 x_2 \vee x_2 \bar{x}_3 \vee x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_2 \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 x_2)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \\ &= (\bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 x_2)(\bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \\ &= (\bar{x}_2 \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_1 x_2 \\ &\quad \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 \bar{x}_1 x_2) \\ &= (\bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 x_2 \\ &\quad \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 \bar{x}_1 x_2) \\ &= (\bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 x_2 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0 \bar{x}_3 \bar{x}_1 x_2) \\ &= (\bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0) \\ &= \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0 \end{aligned}$$

$$Q = f_1(x_3, x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_3 \bar{x}_1 &= \bar{x}_3 \bar{x}_1 (x_2 \vee \bar{x}_2) = \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 (x_0 \vee \bar{x}_0) \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 (x_0 \vee \bar{x}_0) = \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \\ &\Rightarrow \text{MINt}(5,4,1,0) \end{aligned}$$

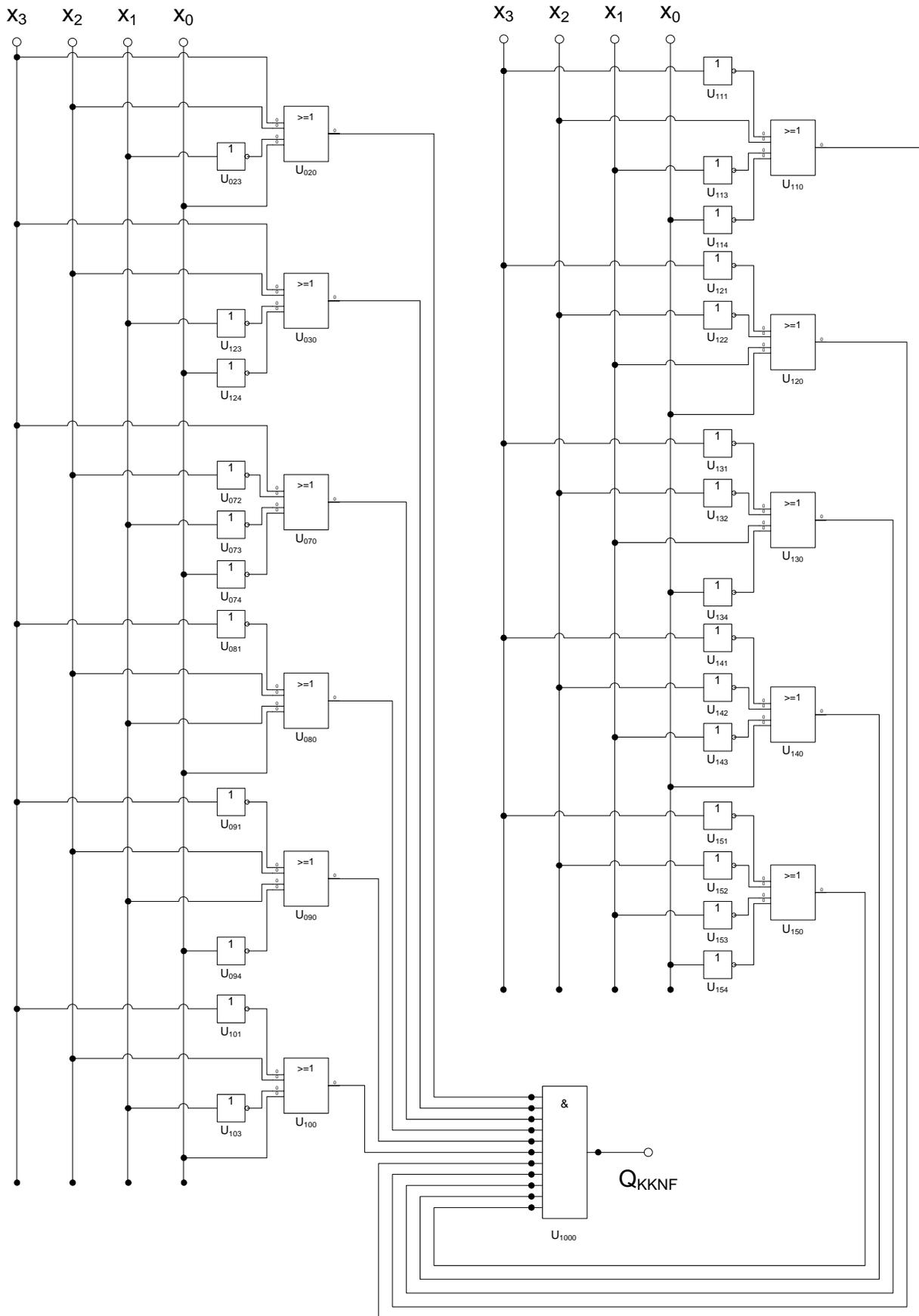
$$\begin{aligned} \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0 &= \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0 (x_1 \vee \bar{x}_1) = \bar{x}_3 x_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \\ &\Rightarrow \text{MINt}(6,4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_{KDNF} &= \bar{x}_3 x_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \\ &\Rightarrow \text{MINt}(6,5,4,1,0) \end{aligned}$$

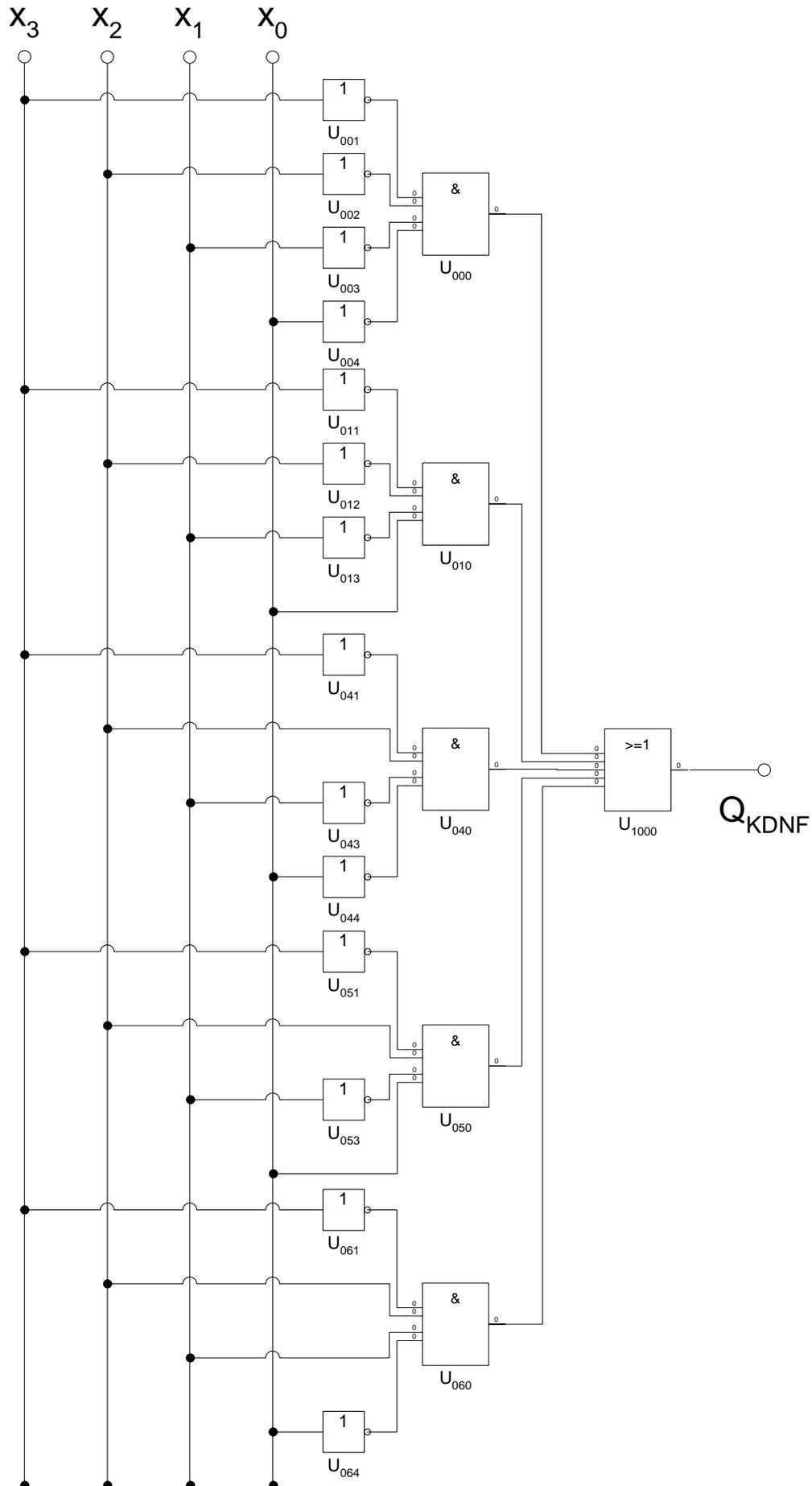
Zahl	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Q	Minterme	Maxterme
0	0000	1	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
1	0001	1	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
2	0010			$x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
3	0011			$x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
4	0100	1	$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
5	0101	1	$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
6	0110	1	$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
7	0111			$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
8	1000			$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
9	1001			$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
10	1010			$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
11	1011			$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
12	1100			$\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0$
13	1101			$\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
14	1110			$\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
15	1111			$\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$

$$\begin{aligned}
Q_{KKNF} = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = & (x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \wedge (x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \\
& \wedge (\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \\
& \wedge (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0)
\end{aligned}$$

5. Bestimmen Sie die Schaltung streng entsprechend der kanonisch konjunktiven Normalform Q_{KKNF}



6. Bestimmen Sie die Schaltung streng entsprechend der kanonisch disjunktiven Normalform Q_{KDNF}



7. Bestimmen Sie das KV-Diagramm

X		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	X ₁
	0	2	3	7	1 6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

4 – Block
 MINT(0,1,4,5)
 Funktion : $\bar{x}_3\bar{x}_1$
 Kosten : 2

X		X ₀					
		0	1	1	0		
X ₃	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	X ₁
	0	2	3	7	1 6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X ₂					

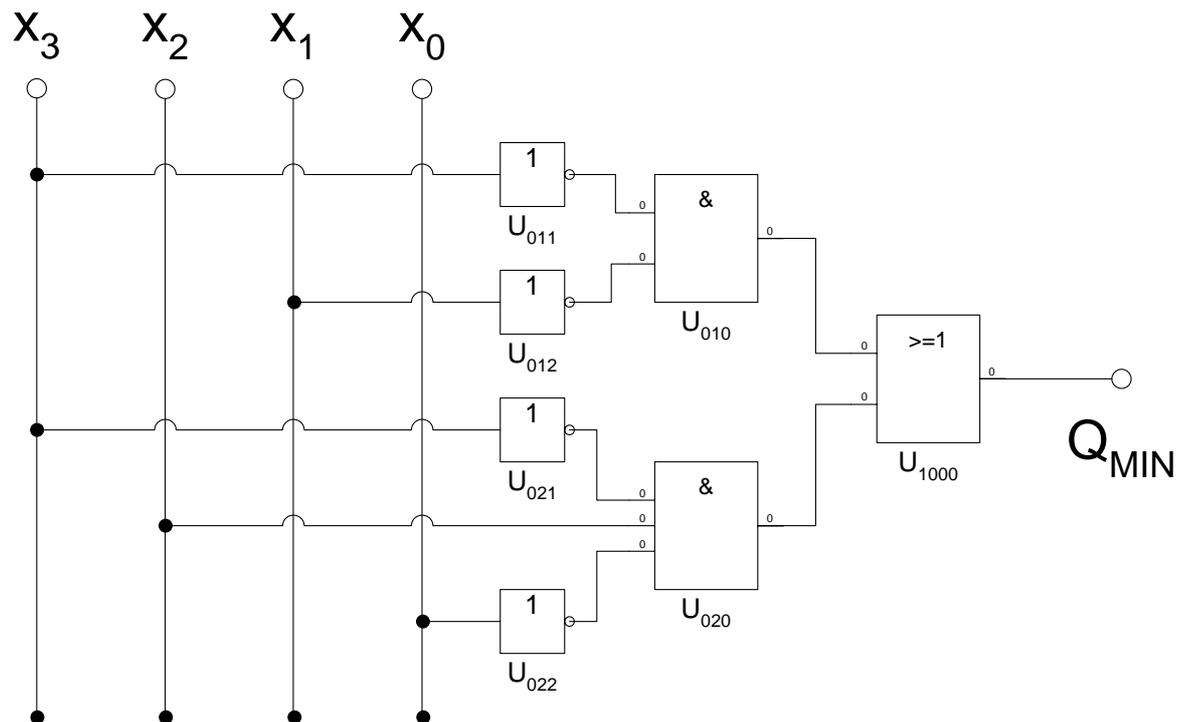
2 – Block
 MINT(4,6)
 Funktion : $\bar{x}_3x_2\bar{x}_0$
 Kosten : 3

8. Bestimmen Sie mittels des KV-Diagramms die Gleichung (Q_{MIN}) und die Kosten (K_{MIN}) der minimierten Form.

$$Q_{MIN} = \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0$$

$$\text{Kosten : } K_{MIN} = 2 + 3 = 5$$

9. Bestimmen Sie die Schaltung der minimierten Form Q_{MIN}



10. Bestimmen Sie die Primplikanten $P1(\dots), \dots$

11. Bestimmen Sie die Kernprimplikanten $K1(\dots), \dots$

Alle Primplikanten sind auch Kernimplikanten (essenzielle Primplikanten).

$P1,1(4,6), P2,2(0,1,4,5),$

$K1,1(4,6), K2,2(0,1,4,5),$

Lösung:

1. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen

1. Bestimmen Sie die logische Gleichung entsprechend der logischen Schaltung Q

$$Q = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = (\bar{x}_3 \vee x_2)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2)(x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1)(\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0)$$

2. Bestimmen Sie die Wertetabelle

$$Q = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = (\bar{x}_3 \vee x_2)(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2)(x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1)(\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0)$$

$$(\bar{x}_3 \vee x_2) = 0 \leftrightarrow a10bc$$

$$\Rightarrow 010bc$$

$$110bc$$

$$\begin{array}{cccccc} 0100c & \text{und} & 0101c & & 1100c & \text{und} & 1101c \\ 01000 & \text{und} & 01001 & 01010 & \text{und} & 01011 & 11000 & \text{und} & 11001 & 11010 & \text{und} & 11011 \end{array}$$

$$MAXt(8,9,10,11,24,25,26,27)$$

$$(\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2) = 0 \leftrightarrow a11bc$$

$$\Rightarrow 011bc$$

$$111bc$$

$$\begin{array}{cccccc} 0110c & \text{und} & 0111c & & 1110c & \text{und} & 1111c \\ 01100 & \text{und} & 01101 & 01110 & \text{und} & 01111 & 11100 & \text{und} & 11101 & 11110 & \text{und} & 11111 \end{array}$$

$$MAXt(12,13,14,15,28,29,30,31)$$

$$(x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1) = 0 \leftrightarrow a001b$$

$$\Rightarrow 0001b$$

$$1001b$$

$$\begin{array}{cccccc} 00010 & \text{und} & 00011 & & 10010 & \text{und} & 10011 \end{array}$$

$$MAXt(2,3,18,19)$$

$$(\bar{x}_4 \vee x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) = 0 \leftrightarrow 10111$$

$$MAXt(23)$$

$$Q = MAXt(2,3,8,9,10,11,12,13,14,15,18,19,23,24,25,26,27,28,29,30,31)$$

$$Q = MINt(0,1,4,5,6,7,16,17,20,21,22)$$

Wertetabelle		
Nr.	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	A
0	00000	1
1	00001	1
2	00010	0
3	00011	0
4	00100	1
5	00101	1
6	00110	1
7	00111	1
8	01000	0
9	01001	0
10	01010	0
11	01011	0
12	01100	0
13	01101	0
14	01110	0
15	01111	0
16	10000	1
17	10001	1
18	10010	0
19	10011	0
20	10100	1
21	10101	1
22	10110	1
23	10111	0
24	11000	0
25	11001	0
26	11010	0
27	11011	0
28	11100	0
29	11101	0
30	11110	0
31	11111	0

Wertetabelle		
Nr.	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	A
0	00000	1
1	00001	1
2	00010	
3	00011	
4	00100	1
5	00101	1
6	00110	1
7	00111	1
8	01000	
9	01001	
10	01010	
11	01011	
12	01100	
13	01101	
14	01110	
15	01111	
16	10000	1
17	10001	1
18	10010	
19	10011	
20	10100	1
21	10101	1
22	10110	1
23	10111	
24	11000	
25	11001	
26	11010	
27	11011	
28	11100	
29	11101	
30	11110	
31	11111	

3. Bestimmen Sie die KV-Diagramme

$x_4=0$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	x_1
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

$x_4=1$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 16	1 17	1 21	1 20	0	x_1
	0	18	19	23	22	1	
	1	26	27	31	30	1	
	1	24	25	29	28	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

4. Bestimmen Sie die Primiimplikanten $P1(\dots)$, ...
5. Bestimmen Sie die Kernprimiimplikanten $K1(\dots)$, ...

Alle Primiimplikanten sind auch Kernimplikanten (essenzielle Primiimplikanten).

$P1,2(4,5,6,7)$, $P2,2(4,6,20,22)$, $P3,3(0,1,4,5,16,17,20,21)$

$K1,2(4,5,6,7)$, $K2,2(4,6,20,22)$, $K3,3(0,1,4,5,16,17,20,21)$

6. Bestimmen Sie mittels des KV-Diagramms die Gleichung (Q_{MIN}) und die Kosten (K_{MIN}) der minimierten Form.

$$Q_{MIN} = \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0$$

$$Kosten : K_{MIN} = 2 + 3 + 3 = 8$$

$x_4=0$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	x_1
	0			1 7	1 6	1	
	1					1	
	1					0	
		8	9	13	12		
		0	0	1	1		
		x_2					

8 – Block

MINT (0,1,4,5,16,17,20,21)

Funktion : $\bar{x}_3 \bar{x}_1$

Kosten : 2

$x_4=1$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 16	1 17	1 21	1 20	0	x_1
	0				1 22	1	
	1					1	
	1					0	
		24	25	29	28		
		0	0	1	1		
		x_2					

$x_4=0$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	x_1
	0	2	3	1 7	1 6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

4-Block

MINT(4,5,6,7)

Funktion: $\bar{x}_4\bar{x}_3x_2$

Kosten: 3

$x_4=1$		x_0					
		0	1	1	0		
x_3	0	1 16	1 17	1 21	1 20	0	x_1
	0	18	19	23	1 22	1	
	1	26	27	31	30	1	
	1	24	25	29	28	0	
		0	0	1	1		
		x_2					

$x_4=0$		x_0				
		0	1	1	0	
x_3	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0
	0	2	3	7	6	1
	1	10	11	15	14	1
	1	8	9	13	12	0
		0	0	1	1	
		x_2				

4-Block

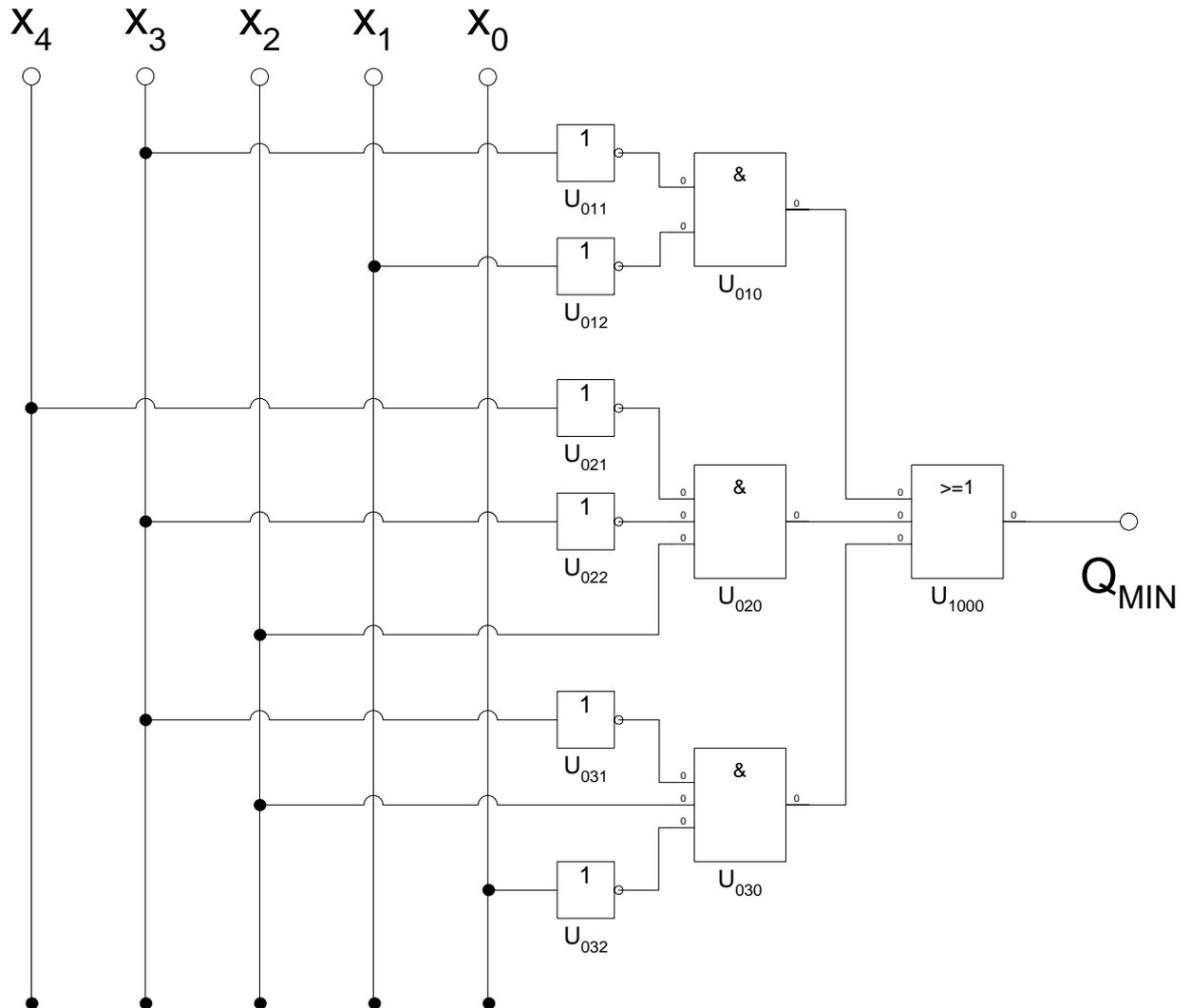
$MINT(4,6,20,22)$

Funktion : $\bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0$

Kosten : 3

$x_4=1$		x_0				
		0	1	1	0	
x_3	0	1 16	1 17	1 21	1 20	0
	0	18	19	23	22	1
	1	26	27	31	30	1
	1	24	25	29	28	0
		0	0	1	1	
		x_2				

7. Bestimmen Sie die Schaltung der minimierten Form Q_{MIN}



$$Q_{MIN} = \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_2 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_0$$

Kosten : $K_{MIN} = 2 + 3 + 3 = 8$