



Studentenmitteilung

2. Semester - SS 2003

Abt. Technische Informatik

Gerätebeauftragter

Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske

Tel.: [49]-0341-97 32213

Zimmer: HG 02-37

e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de

www: <http://www.ti-leipzig.de/~lieske/>

Sprechstunde: Mi. 14⁰⁰ – 15⁰⁰ (Vorlesungszeit)

Aufgaben zu Übung Grundlagen der Technischen Informatik 2

3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey

(Gesamtpunktzahl=30 Punkte)

Gegeben ist die Schaltung auf der nächsten Seite.
Leider ist diese Schaltung nicht optimal minimiert.

Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung nach Quine-Mc-Cluskey.

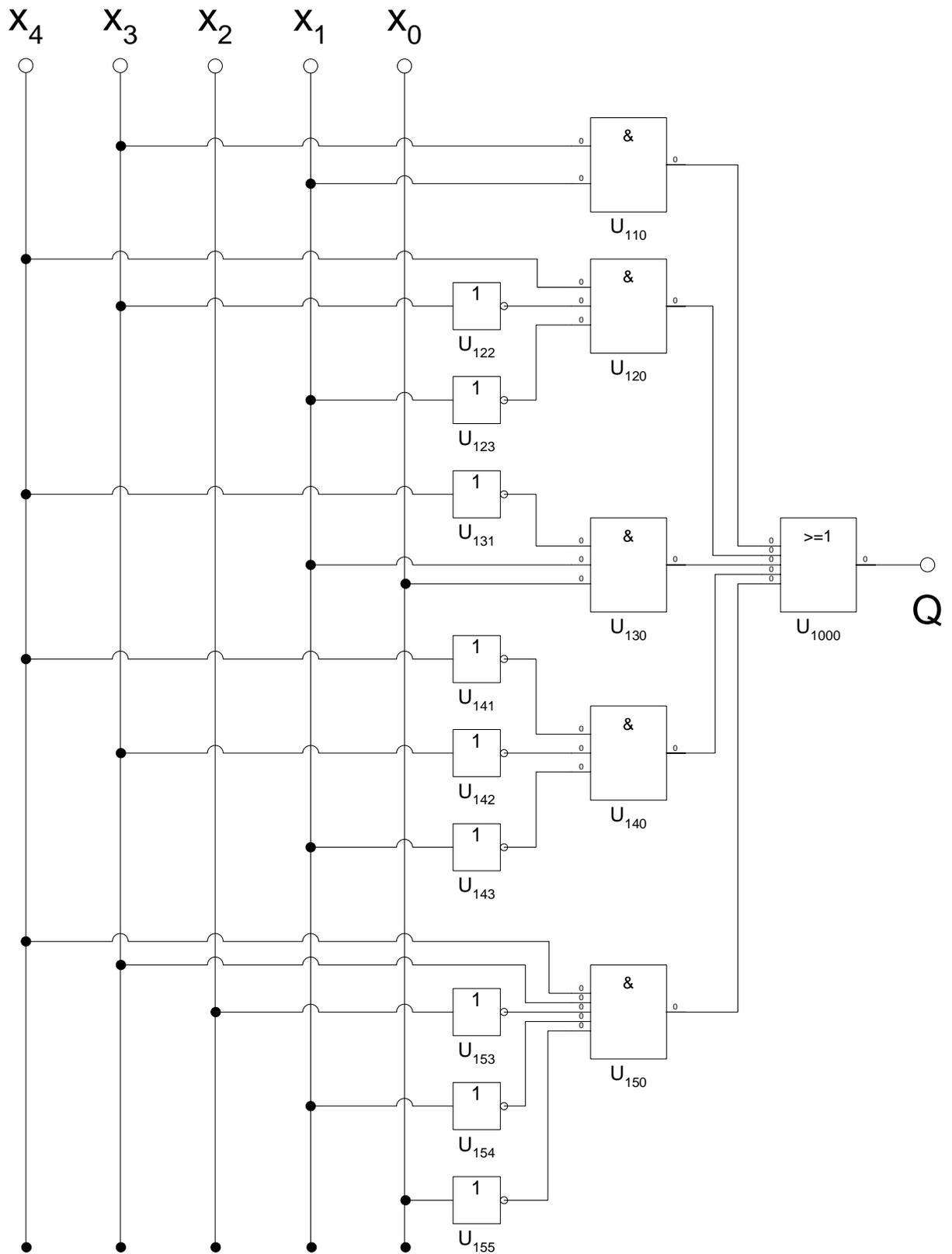
1. Bestimmen Sie die logische Gleichung für Q 3 Punkte
2. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle 3 Punkte
3. Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm 3 Punkt
4. Bestimmen Sie die 1. Quinesche Tabelle 3 Punkte
5. Bestimmen Sie die 2. Quinesche Tabelle 3 Punkte
6. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion $ü_f$ 3 Punkte
7. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen $Q_{1-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, $Q_{2-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, ... mit den geringsten Kosten 3 Punkte
8. Zeichnen Sie die Schaltpläne der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten $Q_{1-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, $Q_{2-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, ... nach der Gleichung (streng) 3 Punkte
9. Bestimmen Sie die Gleichung einer minimierten Funktion nur mit NAND-Gattern 3 Punkte
10. Bestimmen Sie die Schaltung einer minimierten Funktion nur mit NAND-Gattern 3 Punkte

Bemerkungen:

Im günstigsten Fall existiert nur eine Funktion mit minimalen Kosten, es können aber auch mehr sein.

Inverter sind in Teil 9. und 10. als Spezialfall der NAND- Gatter auf der untersten Ebene erlaubt.

Es sollen keine Reduktionsregeln für die 2. Quinesche Tabelle benutzt, sondern die Überdeckungsfunktion bestimmt werden.



Hilfen:

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	Q	Anzahl Einsen
0	00000		
1	00001		
2	00010		
3	00011		
4	00100		
5	00101		
6	00110		
7	00111		
8	01000		
9	01001		
10	01010		
11	01011		
12	01100		
13	01101		
14	01110		
15	01111		
16	10000		
17	10001		
18	10010		
19	10011		
20	10100		
21	10101		
22	10110		
23	10111		
24	11000		
25	11001		
26	11010		
27	11011		
28	11100		
29	11101		
30	11110		
31	11111		

Lösung

3. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mittels des Verfahrens von Quine-Mc-Cluskey

(Gesamtpunktzahl=30 Punkte)

Gegeben ist die Schaltung auf der nächsten Seite.
Leider ist diese Schaltung nicht optimal minimiert.

Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung nach Quine-Mc-Cluskey.

1. Bestimmen Sie die logische Gleichung für Q

$$Q = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3x_1 \vee x_4\bar{x}_3\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4x_1x_0 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3\bar{x}_1 \vee x_4x_3\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0$$

2. Bestimmen Sie die vollständige Funktionstabelle

3. Bestimmen Sie die Anzahl der Einsen für jeden Minterm

$$Q = f(x_4, x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3x_1 \vee x_4\bar{x}_3\bar{x}_1 \vee \bar{x}_4x_1x_0 \vee \bar{x}_4\bar{x}_3\bar{x}_1 \vee x_4x_3\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0$$

$$x_4x_3\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0 = 1 \leftrightarrow 11000 \Rightarrow 11000 : MINt(24)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_4\bar{x}_3\bar{x}_1 &= 1 \leftrightarrow 00x0y \Rightarrow 0010y \Rightarrow 00101 \quad 00100 : MINt(05,04) \\ &0000y \Rightarrow 00001 \quad 00000 : MINt(01,00) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_4x_1x_0 &= 1 \leftrightarrow 0xy11 \Rightarrow 01y11 \Rightarrow 01111 \quad 01011 : MINt(15,11) \\ &00y11 \Rightarrow 00111 \quad 00011 : MINt(07,03) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_4\bar{x}_3\bar{x}_1 &= 1 \leftrightarrow 10x0y \Rightarrow 1010y \Rightarrow 10101 \quad 10100 : MINt(21,20) \\ &1000y \Rightarrow 10001 \quad 10000 : MINt(17,16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_3x_1 &= 1 \leftrightarrow x1y1z \Rightarrow \\ &11y1z \Rightarrow 1111z \Rightarrow 11111 \quad 11110 : MINt(31,30) \\ &1101z \Rightarrow 11011 \quad 11010 : MINt(27,26) \\ &01y1z \Rightarrow 0111z \Rightarrow 01111 \quad 01110 : MINt(15,14) \\ &0101z \Rightarrow 01011 \quad 01010 : MINt(11,10) \end{aligned}$$

$$Q = MINt(00,01,03,04,05,07,10,11,14,15,16,17,20,21,24,26,27,30,31)$$

Vollständige Funktionstabelle			
Nr.	Eingangsvariablen x_4, x_3, x_2, x_1, x_0	Q	Anzahl Einsen
0	00000	1	0
1	00001	1	1
2	00010		
3	00011	1	2
4	00100	1	1
5	00101	1	2
6	00110		
7	00111	1	3
8	01000		
9	01001		
10	01010	1	2
11	01011	1	3
12	01100		
13	01101		
14	01110	1	3
15	01111	1	4
16	10000	1	1
17	10001	1	2
18	10010		
19	10011		
20	10100	1	2
21	10101	1	3
22	10110		
23	10111		
24	11000	1	2
25	11001		
26	11010	1	3
27	11011	1	4
28	11100		
29	11101		
30	11110	1	4
31	11111	1	5

4. Bestimmen Sie die 1. Quinesche Tabelle

1. Quinesche Tabelle (1. Teil)					
0. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0	00000				
1	00001				
4	00100				
16	10000				
3	00011				
5	00101				
10	01010				
17	10001				
20	10100				
24	11000				
7	00111				
11	01011				
14	01110				
21	10101				
26	11010				
15	01111				
27	11011				
30	11110				
31	11111				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

Prüfung auf Primimplikanten: Alle Minterme aus der Tabelle 0. Ordnung, die sich nicht in der Tabelle 1. Ordnung wieder finden, lassen sich nicht zu einem Zweierblock vereinfachen, Sie sind Primimplikanten 0. Ordnung.

1. Quinesche Tabelle (2.Teil)					
1. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1	0000-		7,15	0-111	
0,4	00-00		11,15	01-11	
0,16	-0000		11,27	-1011	
			14,15	0111-	
1,3	000-1		14,30	-1110	
1,5	00-01		26,27	1101-	
1,17	-0001		26,30	11-10	
4,5	0010-				
4,20	-0100		15,31	-1111	
16,17	1000-		27,31	11-11	
16,20	10-00		30,31	1111-	
16,24	1-000	1A			
3,7	00-11				
3,11	0-011				
5,7	001-1				
5,21	-0101				
10,11	0101-				
10,14	01-10				
10,26	-1010				
17,21	10-01				
20,21	1010-				
24,26	110-0	1B			

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

Prüfung auf Primimplikanten: Alle Zweierblöcke aus der Tabelle 1. Ordnung, die sich nicht in der Tabelle 2. Ordnung wieder finden, lassen sich nicht zu einem Viererblock vereinfachen, Sie sind Primimplikanten 1. Ordnung.

1. Quinesche Tabelle (3.Teil)

2. Ordnung

Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primimplikant
0,1 - 4,5	00-0-		11,15 - 27,31	-1-11	
0,1 - 16,17	-000-		11,27 - 15,31	-1-11	
0,4 - 1,5	00-0-		14,15 - 30,31	-111-	
0,4 - 16,20	-0-00		14,30 - 15,31	-111-	
0,16 - 1,17	-000-		26,27 - 30,31	11-1-	
0,16 - 4,20	-0-00		26,30 - 27,31	11-1-	
1,3 - 5,7	00--1				
1,5 - 3,7	00--1				
1,5 - 17,21	-0-01				
1,17 - 5,21	-0-01				
4,5 - 20,21	-010-				
4,20 - 5,21	-010-				
16,17 - 20,21	10-0-				
16,20 - 17,21	10-0-				
3,7 - 11,15	0--11				
3,11 - 7,15	0--11				
10,11 - 14,15	01-1-				
10,11 - 26,27	-101-				
10,14 - 11,15	01-1-				
10,14 - 26,30	-1-10				
10,26 - 11,27	-101-				
10,26 - 14,30	-1-10				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann Primimplikant

1. Quinesche Tabelle (3.Teil)					
2. Ordnung					
Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim plikant	Nr.	$x_4x_3x_2x_1x_0$	Primim plikant
0,1 - 4,5	00-0-		11,15 - 27,31	-1-11	
0,1 - 16,17	-000-		11,27 - 15,31	-1-11	
0,4 - 1,5	00-0-		14,15 - 30,31	-111-	
0,4 - 16,20	-0-00		14,30 - 15,31	-111-	
0,16 - 1,17	-000-		26,27 - 30,31	11-1-	
0,16 - 4,20	-0-00		26,30 - 27,31	11-1-	
1,3 - 5,7	00--1				
1,5 - 3,7	00--1				
1,5 - 17,21	-0-01				
1,17 - 5,21	-0-01				
4,5 - 20,21	-010-				
4,20 - 5,21	-010-				
16,17 - 20,21	10-0-				
16,20 - 17,21	10-0-				
3,7 - 11,15	0--11				
3,11 - 7,15	0--11				
10,11 - 14,15	01-1-				
10,11 - 26,27	-101-				
10,14 - 11,15	01-1-				
10,14 - 26,30	-1-10				
10,26 - 11,27	-101-				
10,26 - 14,30	-1-10				

Wenn der Term der mit den Termen der niederen- und der höheren Gruppe nicht vereinfacht werden kann, dann

Die roten Teile sind doppelt und können gestrichen werden.

5. Bestimmen Sie die 2. Quinesche Tabelle

2. Quinesche Tabelle																					
Prim-implkant	Minterme																			Kosten	
	00	01	03	04	05	07	10	11	14	15	16	17	20	21	24	26	27	30	31		
1A											x					x					4
1B																x	x				4
2A		x	x		x	x															3
2B			x			x		x		x											3
3A	x	x		x	x						x	x	x	x							2
3B							x	x	x	x						x	x	x	x		2

6. Lösen Sie das Überdeckungsproblem mittels der Überdeckungsfunktion \ddot{u}_f

$$\begin{aligned}
 \ddot{u}_f &= w_{3A}(w_{2A} \vee w_{3A})(w_{2A} \vee w_{2B})w_{3A}(w_{2A} \vee w_{3A})(w_{2A} \vee w_{2B})w_{3B}(w_{2B} \vee w_{3B})w_{3B}(w_{2B} \vee w_{3B}) \\
 &\quad (w_{1A} \vee w_{3A})w_{3A}w_{3A}w_{3A}(w_{1A} \vee w_{1B})(w_{1B} \vee w_{3B})w_{3B}w_{3B}w_{3B} \\
 &= w_{3A}(w_{2A} \vee w_{3A})(w_{2A} \vee w_{2B})w_{3B}(w_{2B} \vee w_{3B})(w_{1A} \vee w_{3A})(w_{1A} \vee w_{1B})(w_{1B} \vee w_{3B}) \\
 &= w_{3A}w_{3B}(w_{2A} \vee w_{3A})(w_{2A} \vee w_{2B})(w_{2B} \vee w_{3B})(w_{1A} \vee w_{3A})(w_{1A} \vee w_{1B})(w_{1B} \vee w_{3B}) \\
 &= (w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{3A}w_{3B})(w_{2A} \vee w_{2B}) \quad (w_{2B} \vee w_{3B})(w_{1A} \vee w_{3A})(w_{1A} \vee w_{1B})(w_{1B} \vee w_{3B}) \\
 &= (w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2B}w_{3A}w_{3B}) \quad (w_{2B} \vee w_{3B})(w_{1A} \vee w_{3A})(w_{1A} \vee w_{1B})(w_{1B} \vee w_{3B}) \\
 &= (w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2B}w_{3A}w_{3B})(w_{2B} \vee w_{3B}) \quad (w_{1A} \vee w_{3A})(w_{1A} \vee w_{1B})(w_{1B} \vee w_{3B}) \\
 &= (w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2B}w_{3A}w_{3B} \quad \vee \quad w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2B}w_{3A}w_{3B}) \\
 &\quad (w_{1A} \vee w_{3A})(w_{1A} \vee w_{1B})(w_{1B} \vee w_{3B}) \\
 &= (w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2B}w_{3A}w_{3B} \quad \vee \quad w_{2A}w_{3A}w_{3B}) \\
 &\quad (w_{1A} \vee w_{3A})(w_{1A} \vee w_{1B})(w_{1B} \vee w_{3B}) \\
 &= (w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2A}w_{3A}w_{3B}) \quad (w_{1A} \vee w_{3A}) \\
 &\quad (w_{1A} \vee w_{1B})(w_{1B} \vee w_{3B}) \\
 &= (w_{1A}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{2A}w_{3A}w_{3B}) \\
 &\quad (w_{1A} \vee w_{1B}) \quad (w_{1B} \vee w_{3B}) \\
 &= (w_{1A}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
 &\quad \vee w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{1B}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1B}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1B}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \\
 &\quad \vee w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B}) \\
 &\quad (w_{1B} \vee w_{3B}) \\
 &= (w_{1A}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
 &\quad \vee w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{1B}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1B}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1B}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \\
 &\quad \vee w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B}) \\
 &\quad (w_{1B} \vee w_{3B}) \\
 &= w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{1B}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
 &\quad \vee w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{1B}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1B}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1B}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \\
 &\quad \vee w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
 &\quad \vee w_{1A}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
 &\quad \vee w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{1B}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1B}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1B}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \\
 &\quad \vee w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \\
 &= w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \\
 &\quad \vee w_{1A}w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{1B}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1B}w_{2A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \\
 &\quad \vee w_{1A}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1A}w_{2B}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1B}w_{2A}w_{3A}w_{3B} \vee w_{1B}w_{2B}w_{3A}w_{3B}
 \end{aligned}$$

Durch Die Berechnung der disjunktiven Form der Überdeckungsfunktion haben wir alle Kombinationsmöglichkeiten der Primimplikanten bestimmt, die alle Minterme abdecken.

7. Minimieren Sie die Schaltung und bestimmen Sie die Lösungen $Q_{1-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, $Q_{2-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, ... mit den geringsten Kosten

$$\begin{aligned} \ddot{u}_f &= w_{1A} w_{1B} w_{2A} w_{2B} w_{3A} w_{3B} \\ &\vee w_{1A} w_{1B} w_{2A} w_{3A} w_{3B} \vee w_{1A} w_{1B} w_{2B} w_{3A} w_{3B} \vee w_{1A} w_{2A} w_{2B} w_{3A} w_{3B} \vee w_{1B} w_{2A} w_{2B} w_{3A} w_{3B} \\ &\vee w_{1A} w_{2A} w_{3A} w_{3B} \vee w_{1A} w_{2B} w_{3A} w_{3B} \vee w_{1B} w_{2A} w_{3A} w_{3B} \vee w_{1B} w_{2B} w_{3A} w_{3B} \end{aligned}$$

$$\Pr I(w_{1A}) = x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

$$\Pr I(w_{1B}) = x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0$$

$$\Pr I(w_{2A}) = \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0$$

$$\Pr I(w_{2B}) = \bar{x}_4 x_1 x_0$$

$$\Pr I(w_{3A}) = \bar{x}_3 \bar{x}_1$$

$$\Pr I(w_{3B}) = x_3 x_1$$

$$\ddot{u}_{Q_{1-\min}} = w_{1A} w_{2A} w_{3A} w_{3B} \quad \text{Kosten : } 4 + 3 + 2 + 2 = 11$$

$$\text{Funktion : } Q_{1-\min} = x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1$$

$$\ddot{u}_{Q_{2-\min}} = w_{1A} w_{2B} w_{3A} w_{3B} \quad \text{Kosten : } 4 + 3 + 2 + 2 = 11$$

$$\text{Funktion : } Q_{2-\min} = x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1$$

$$\ddot{u}_{Q_{3-\min}} = w_{1B} w_{2A} w_{3A} w_{3B} \quad \text{Kosten : } 4 + 3 + 2 + 2 = 11$$

$$\text{Funktion : } Q_{3-\min} = x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1$$

$$\ddot{u}_{Q_{4-\min}} = w_{1B} w_{2B} w_{3A} w_{3B} \quad \text{Kosten : } 4 + 3 + 2 + 2 = 11$$

$$\text{Funktion : } Q_{4-\min} = x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1$$

$$\ddot{u}_{Q_{5-\min}} = w_{1A} w_{2A} w_{2B} w_{3A} w_{3B} \quad \text{Kosten : } 4 + 3 + 3 + 2 + 2 = 14$$

$$\text{Funktion : } Q_{5-\min} = x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_4 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1$$

$$\ddot{u}_{Q_{6-\min}} = w_{1B} w_{2A} w_{2B} w_{3A} w_{3B} \quad \text{Kosten : } 4 + 3 + 3 + 2 + 2 = 14$$

$$\text{Funktion : } Q_{6-\min} = x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_4 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1$$

$$\ddot{u}_{Q_{7-\min}} = w_{1A} w_{1B} w_{2A} w_{3A} w_{3B} \quad \text{Kosten : } 4 + 4 + 3 + 2 + 2 = 15$$

$$\text{Funktion : } Q_{7-\min} = x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1$$

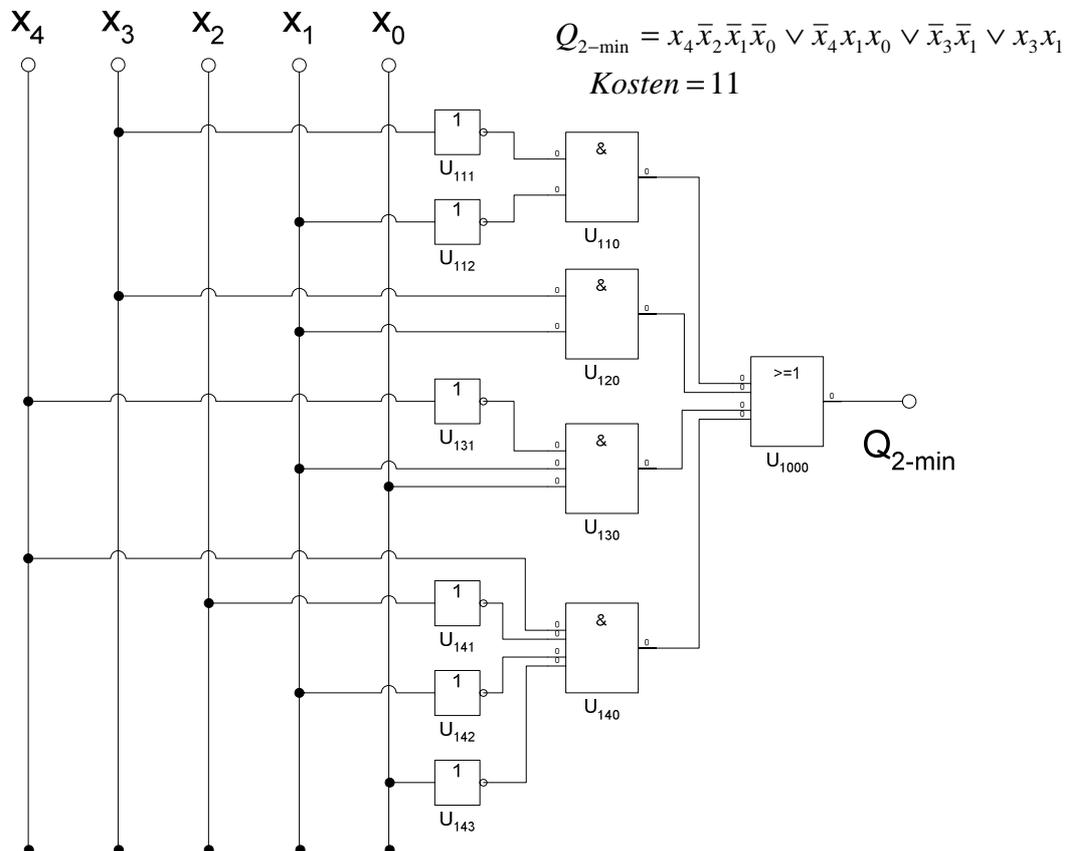
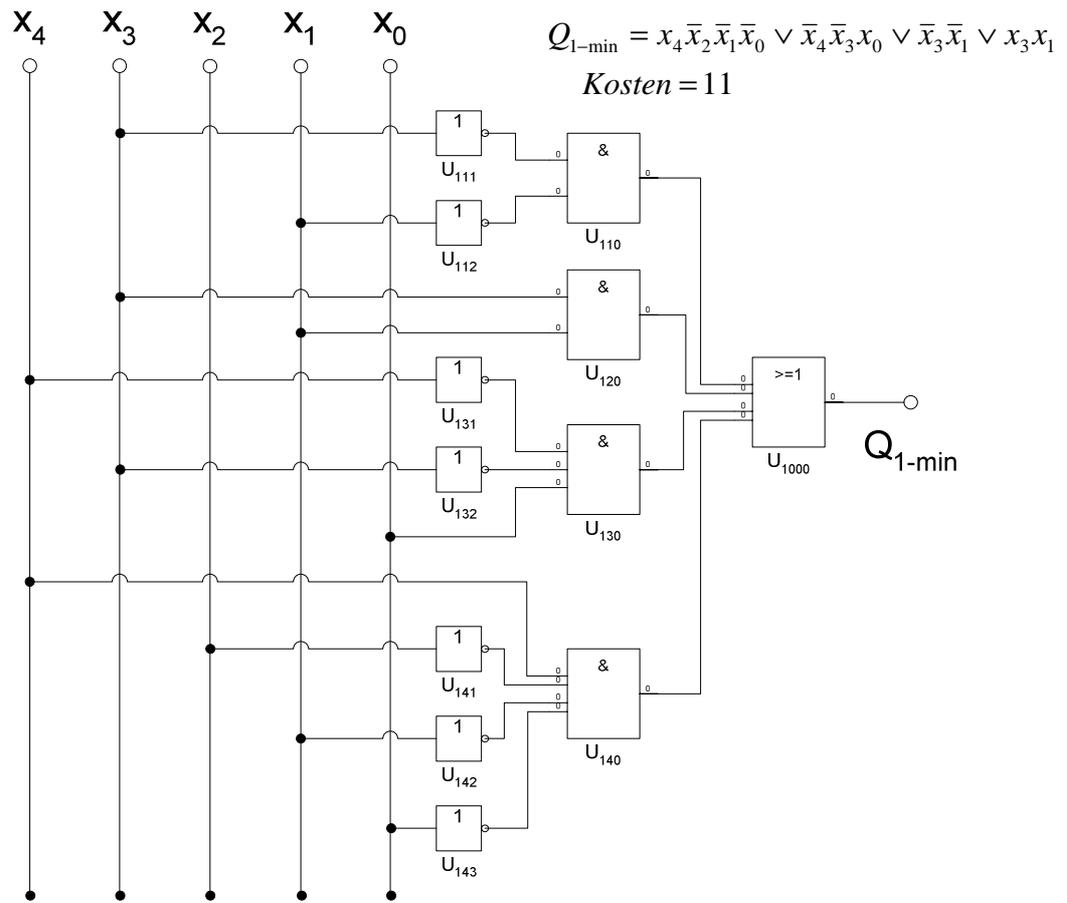
$$\ddot{u}_{Q_{8-\min}} = w_{1A} w_{1B} w_{2B} w_{3A} w_{3B} \quad \text{Kosten : } 4 + 4 + 3 + 2 + 2 = 15$$

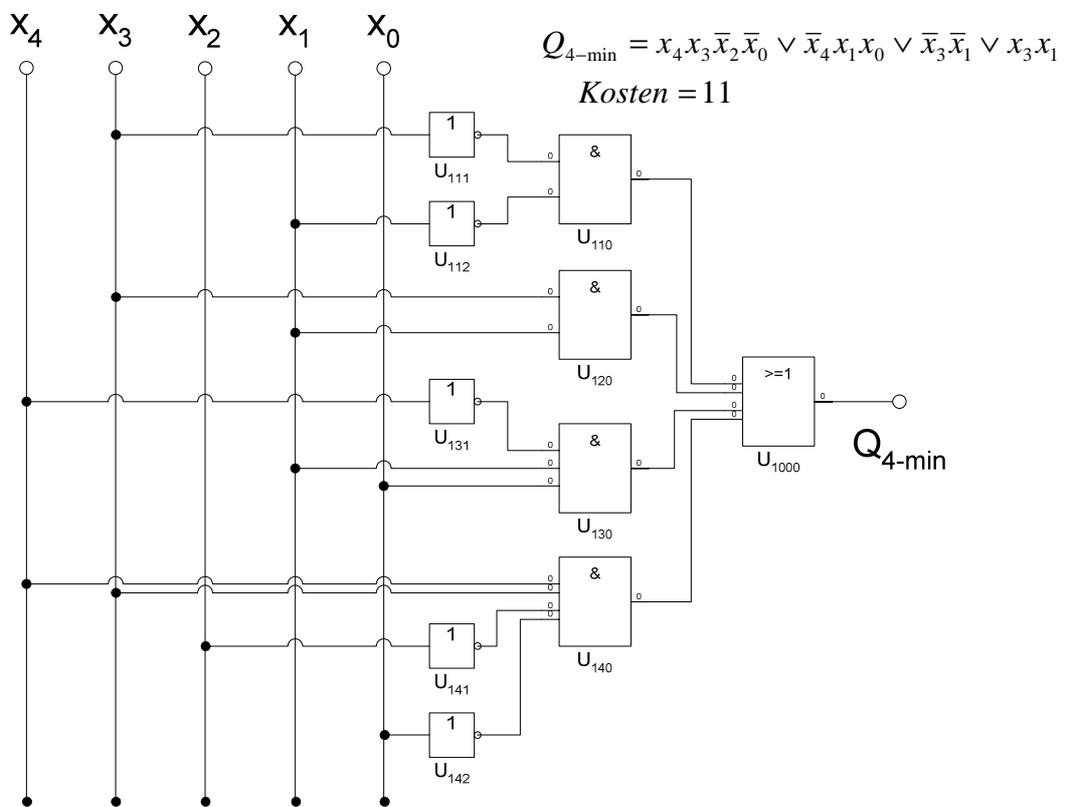
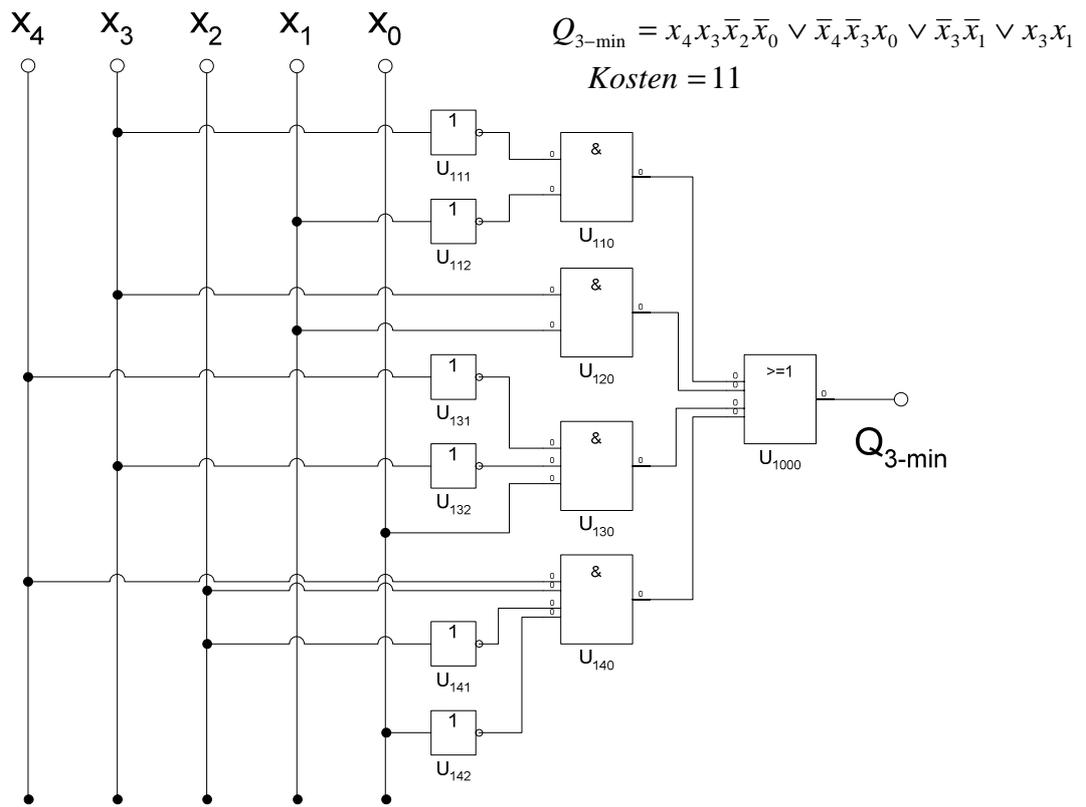
$$\text{Funktion : } Q_{8-\min} = x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1$$

$$\ddot{u}_{Q_{9-\min}} = w_{1A} w_{1B} w_{2A} w_{2B} w_{3A} w_{3B} \quad \text{Kosten : } 4 + 4 + 3 + 3 + 2 + 2 = 18$$

$$\text{Funktion : } Q_{9-\min} = x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_4 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1$$

8. Zeichnen Sie die Schaltpläne der minimierten Booleschen Funktionen mit den geringsten Kosten $Q_{1-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, $Q_{2-\min}(\text{Kosten}=\dots)=$, ... nach der Gleichung (streng)





9. Bestimmen Sie die die Gleichung einer minimierten Funktionen nur mit NAND-Gattern

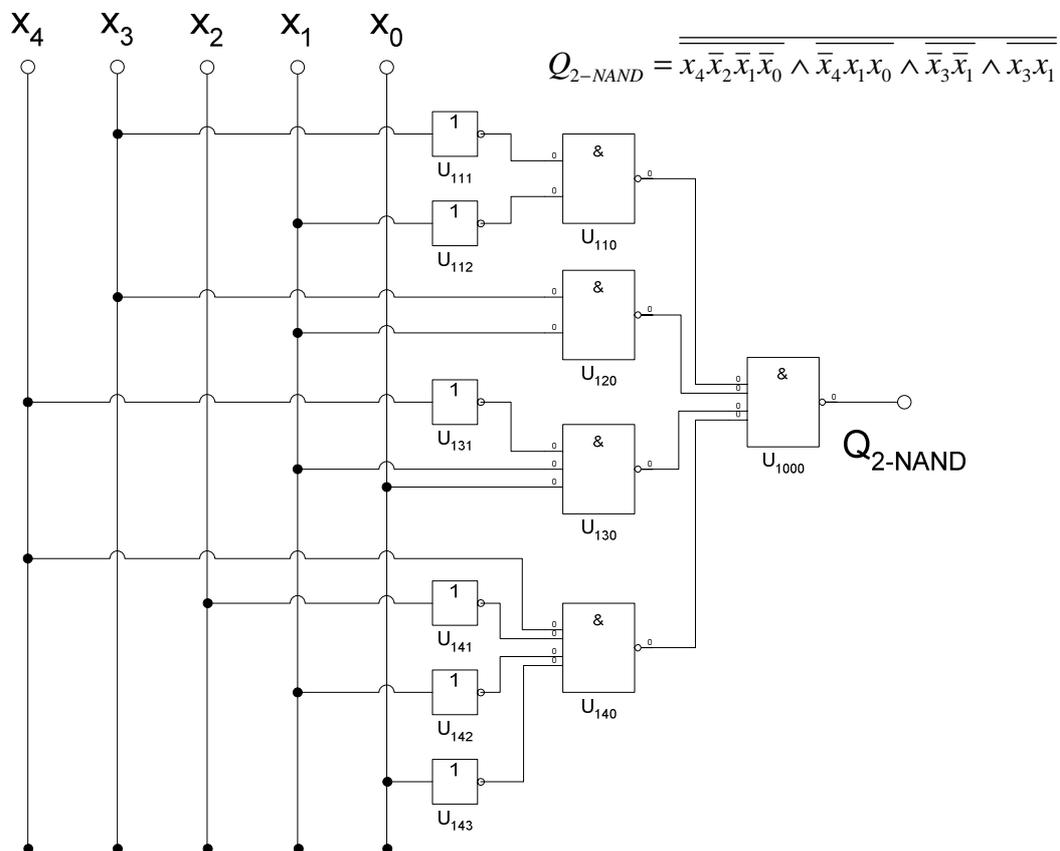
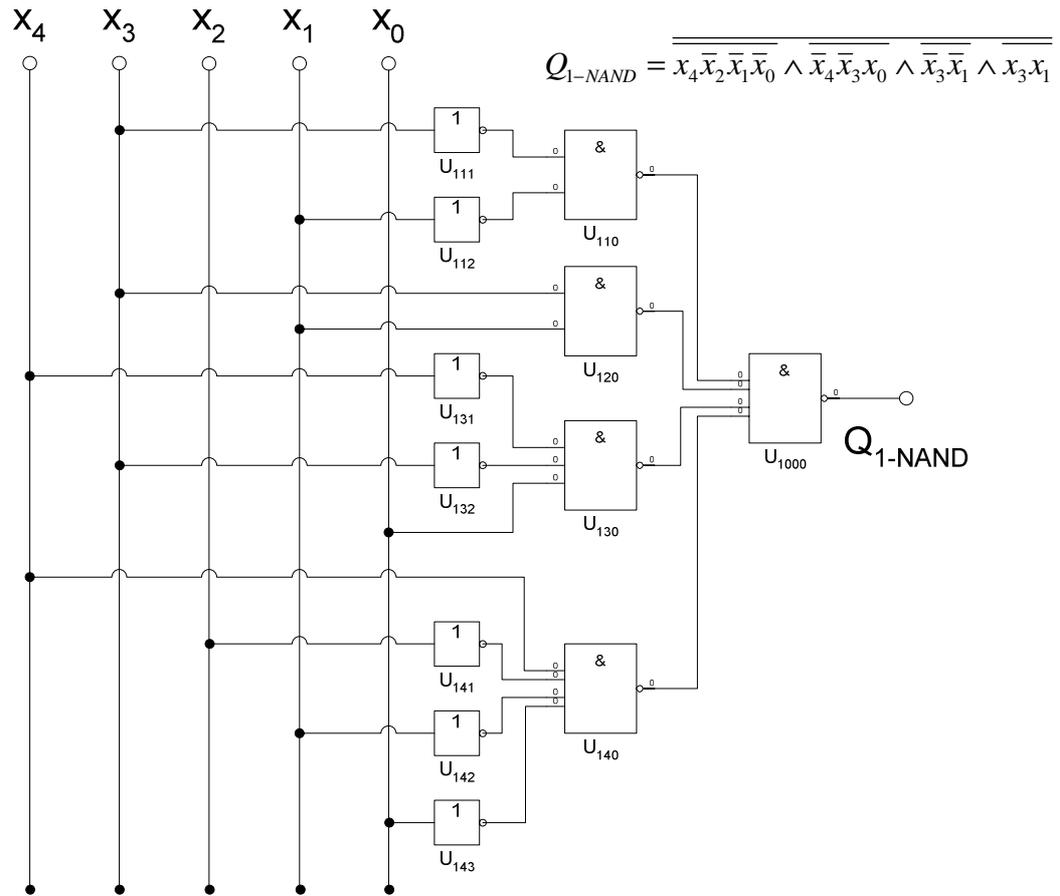
$$\begin{aligned}
 Q_{1-\min} &= x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1 \\
 &= \overline{x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1} \\
 Q_{1-\text{NAND}} &= \overline{x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \wedge \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \wedge \bar{x}_3 \bar{x}_1 \wedge x_3 x_1} \\
 &= \text{NAND}_4 [\text{NAND}_4(x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0), \text{NAND}_3(\bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0), \text{NAND}_2(\bar{x}_3 \bar{x}_1), \text{NAND}_2(x_3 x_1)]
 \end{aligned}$$

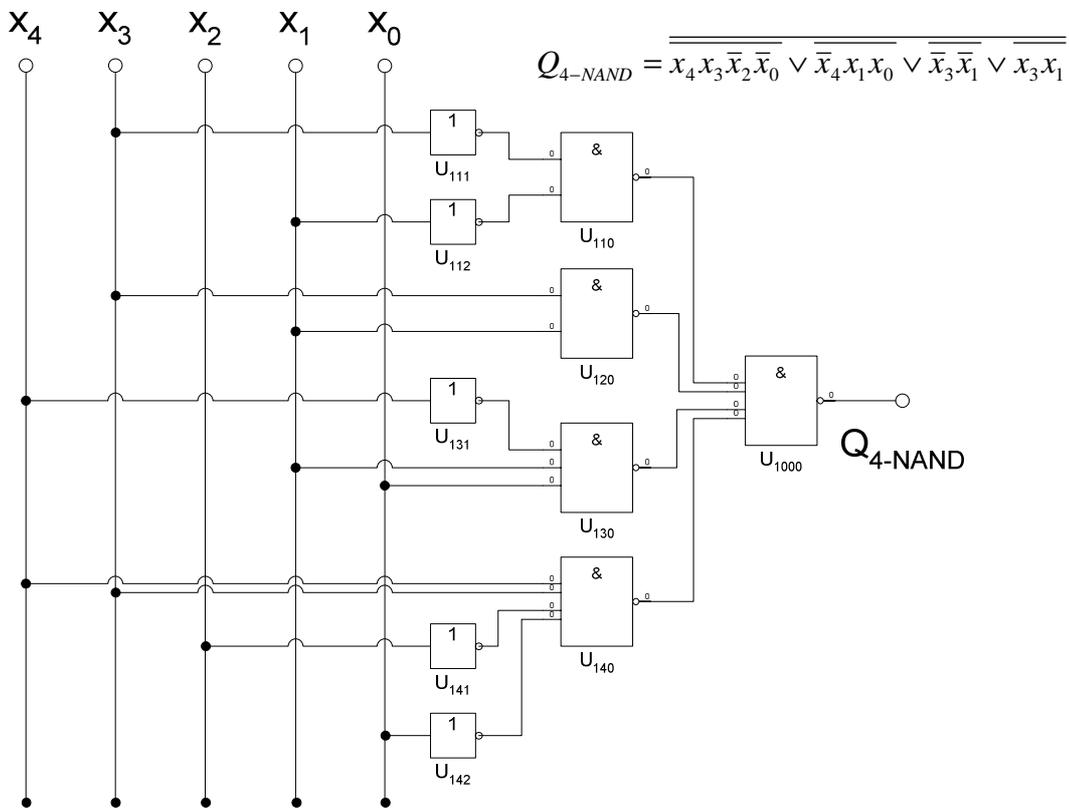
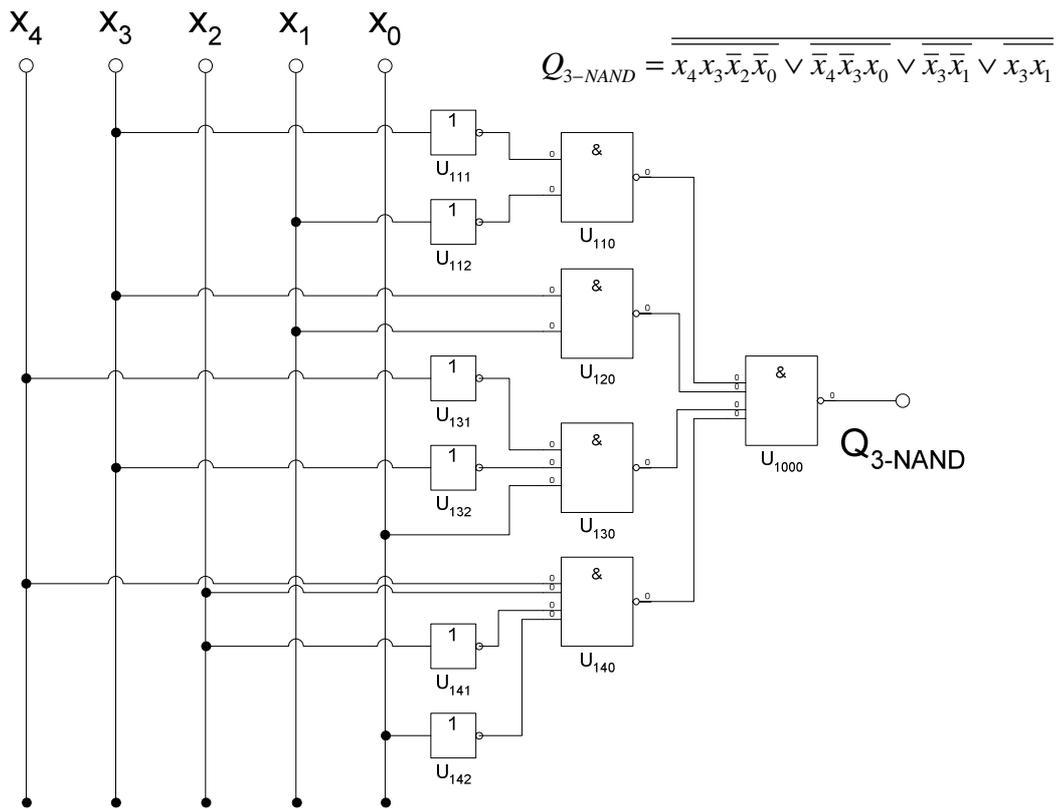
$$\begin{aligned}
 Q_{2-\min} &= x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1 \\
 &= \overline{x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1} \\
 Q_{2-\text{NAND}} &= \overline{x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \wedge \bar{x}_4 x_1 x_0 \wedge \bar{x}_3 \bar{x}_1 \wedge x_3 x_1} \\
 &= \text{NAND}_4 [\text{NAND}_4(x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0), \text{NAND}_3(\bar{x}_4 x_1 x_0), \text{NAND}_2(\bar{x}_3 \bar{x}_1), \text{NAND}_2(x_3 x_1)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{3-\min} &= x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1 \\
 &= \overline{x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1} \\
 Q_{3-\text{NAND}} &= \overline{x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \wedge \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0 \wedge \bar{x}_3 \bar{x}_1 \wedge x_3 x_1} \\
 &= \text{NAND}_4 [\text{NAND}_4(x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0), \text{NAND}_3(\bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0), \text{NAND}_2(\bar{x}_3 \bar{x}_1), \text{NAND}_2(x_3 x_1)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{4-\min} &= x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1 \\
 &= \overline{x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_4 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_1} \\
 Q_{4-\text{NAND}} &= \overline{x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0 \wedge \bar{x}_4 x_1 x_0 \wedge \bar{x}_3 \bar{x}_1 \wedge x_3 x_1} \\
 &= \text{NAND}_4 [\text{NAND}_4(x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0), \text{NAND}_3(\bar{x}_4 x_1 x_0), \text{NAND}_2(\bar{x}_3 \bar{x}_1), \text{NAND}_2(x_3 x_1)]
 \end{aligned}$$

10. Bestimmen Sie die die Schaltung einer minimierten Funktionen nur mit NAND-Gattern





Probleme mit 5 Variablen kann man auch mit einem KV-Diagramm aus 2-Ebenen bearbeiten.

$X_4=0$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	X_1
	0		1 2	1 3		1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1					0	
		8	9	13	12		
		0	0	1	1		
		X_2					

$X_4=1$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 16	1 17	1 21	1 20	0	X_1
	0					1	
	1	1 26	1 27	1 31	1 30	1	
	1	1 24				0	
		18	19	23	22		
		25	29	28			
		0	0	1	1		
		X_2					

$X_4=0$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	X_1
	0	2	3	7	6	1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$\Pr I(w_{3A}) = \bar{x}_3 \bar{x}_1$$

$$\Pr I(w_{3B}) = x_3 x_1$$

$X_4=1$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 16	1 17	1 21	1 20	0	X_1
	0	18	19	23	22	1	
	1	1 26	1 27	1 31	1 30	1	
	1	1 24	25	29	28	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$\Pr I(w_{1A}) = x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

$$\Pr I(w_{1B}) = x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0$$

$$\Pr I(w_{2A}) = \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0$$

$$\Pr I(w_{2B}) = \bar{x}_4 x_1 x_0$$

$$\Pr I(w_{3A}) = \bar{x}_3 \bar{x}_1$$

$$\Pr I(w_{3B}) = x_3 x_1$$

$X_4=0$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	X_1
	0	2	1 3	1 7	6	1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$\Pr I(w_{2A}) = \bar{x}_4 \bar{x}_3 x_0$$

$X_4=1$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 16	1 17	1 21	1 20	0	X_1
	0	18	19	23	22	1	
	1	1 26	1 27	1 31	1 30	1	
	1	1 24	25	29	28	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$\Pr I(w_{1B}) = x_4 x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_0$$

$X_4=0$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	X_1
	0		1 3	1 7		1	
	1	1 10	1 11	1 15	1 14	1	
	1					0	
		8	9	13	12		
		0	0	1	1		
		X_2					

$$\Pr I(w_{2B}) = \bar{x}_4 x_1 x_0$$

$X_4=1$		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 16	1 17	1 21	1 20	0	X_1
	0					1	
	1	1 26	1 27	1 31	1 30	1	
	1	1 24				0	
		18	19	23	22		
		25	29	28			
		0	0	1	1		
		X_2					

$$\Pr I(w_{1A}) = x_4 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$