

Seminaraufgaben

2.Semester – Sommersemester 2000

Abt. Technische Informatik
Gerätebeauftragter
Dr. rer.nat. Hans-Joachim Lieske
Tel.: [49]-0341-97 32213
Zimmer: HG 05-22
e-mail: lieske@informatik.uni-leipzig.de

Aufgaben zur Übung Grundlagen der Technische Informatik 2

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen

Gegeben ist folgendes KV-Diagramm:

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	0	1	5	4	X_1	
	0	2	3	7	6		
	1	10	11	15	14		
	1	8	9	13	12		
		0	0	1	1		
		X_2					

Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung

(8 Punkte)

1. Bestimmen Sie die Minterme, Maxterme sowie die kanonisch disjunktive- und konjunktive Normalform der Funktion. **(2 Punkte)**
2. Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion **(2 Punkte)**
3. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm. **(2 Punkte)**
4. Zeichnen Sie den Schaltplan der minimierten Booleschen Funktion $Q_{\min} = f_{\min}(x_3, x_2, x_1, x_0)$ streng nach der Gleichung. **(2 Punkte)**

2. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mit don't care Termen

Gegeben ist folgendes Karnaugh-Veitch-Diagramm:

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 0	1 1		a 5 4	0	
	0	1 2	1 3		a 7 6	1	
	1	a 10	a 11	a 15		1 14	
	1	1 8	1 9			0 13 12	
		0	0	1	1		
		X_2					

Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung

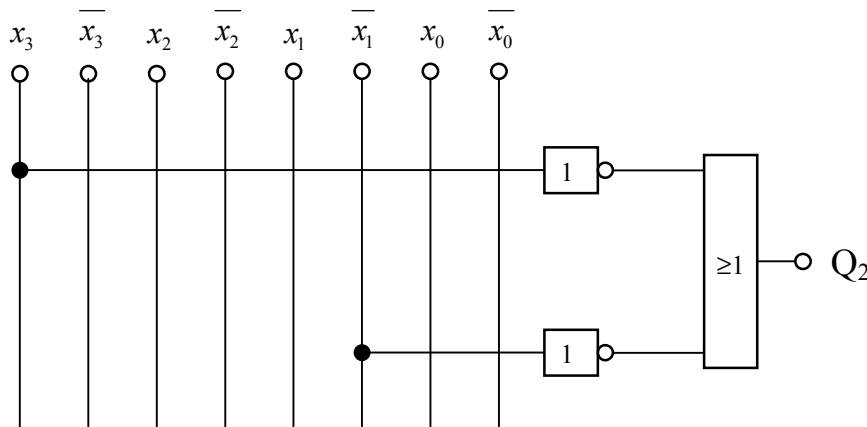
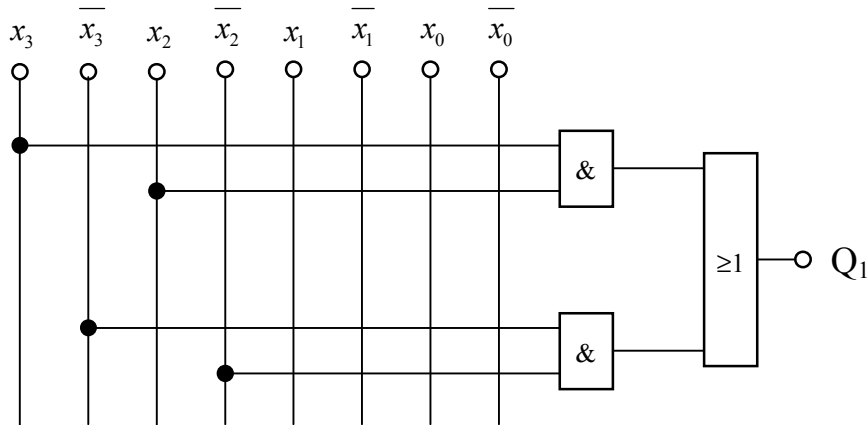
(12 Punkte)

1. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm für $a=0$. **(1 Punkt)**
 Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_1=f_1(x_3,x_2,x_1,x_0)$. **(1 Punkt)**
 Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion. **(1 Punkt)**
 Zeichnen sie die Schaltung nach der Formel. **(1 Punkt)**
2. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm für $a=1$. **(1 Punkt)**
 Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_2=f_2(x_3,x_2,x_1,x_0)$. **(1 Punkt)**
 Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion. **(1 Punkt)**
 Zeichnen sie die Schaltung nach der Formel. **(1 Punkt)**
3. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm für a =beliebig (don't care Terme). **(1 Punkt)**
 Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_3=f_3(x_3,x_2,x_1,x_0)$. **(1 Punkt)**
 Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion. **(1 Punkt)**
 Zeichnen sie die Schaltung nach der Formel. **(1 Punkt)**

2. Aufgabenkomplex - 3. Aufgabe

Bündelminimierung logischer Schaltungen

Gegeben sind folgende Schaltungen:



Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung durch Bündelminimierung **(10 Punkte)**

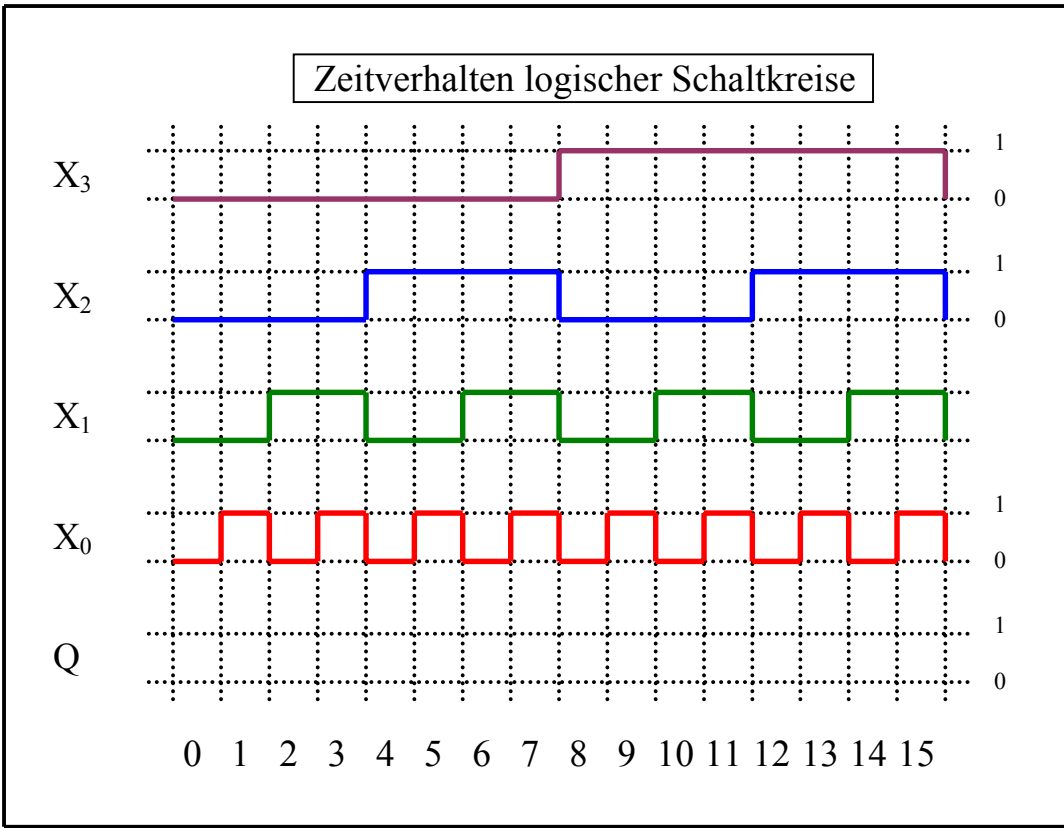
1. Bestimmen Sie die Minterme und die kanonisch disjunktive Normalformen der Funktionen. **(2 Punkte)**
2. Bestimmen Sie die Karnaugh-Veitch-Diagramme der Funktionen. **(2 Punkte)**
3. Bestimmen Sie die Funktionen der optimalen Bündelminimierung mit den Karnaugh-Veitch-Diagrammen. **(2 Punkte)**
4. Zeichnen Sie die Schaltungen der minimierten Funktionen entsprechend der Bündelminimierung. **(2 Punkte)**
5. Zeichnen Sie das Zeitverhalten für beide Funktionen. **(2 Punkte)**

Bemerkung:

1. Sind zwischen den Variablen keine Operatoren, so ist das als UND-Verknüpfung zu lesen.
Beispiel: $abc \equiv a \wedge b \wedge c$
2. Für bestimmte Fälle wird x_0 mit $2^0=1$, x_1 mit $2^1=2$, x_2 mit $2^2=4$ und später x_3 mit $2^3=8$ u.s.w. gewichtet, so das man sie als eine Zahl ansehen kann.
3. Die Gatter können beliebig viele Eingänge haben, ausgenommen der Inverter.
4. Leere Felder in Karnaugh-Veitch-Diagrammen sind immer null.

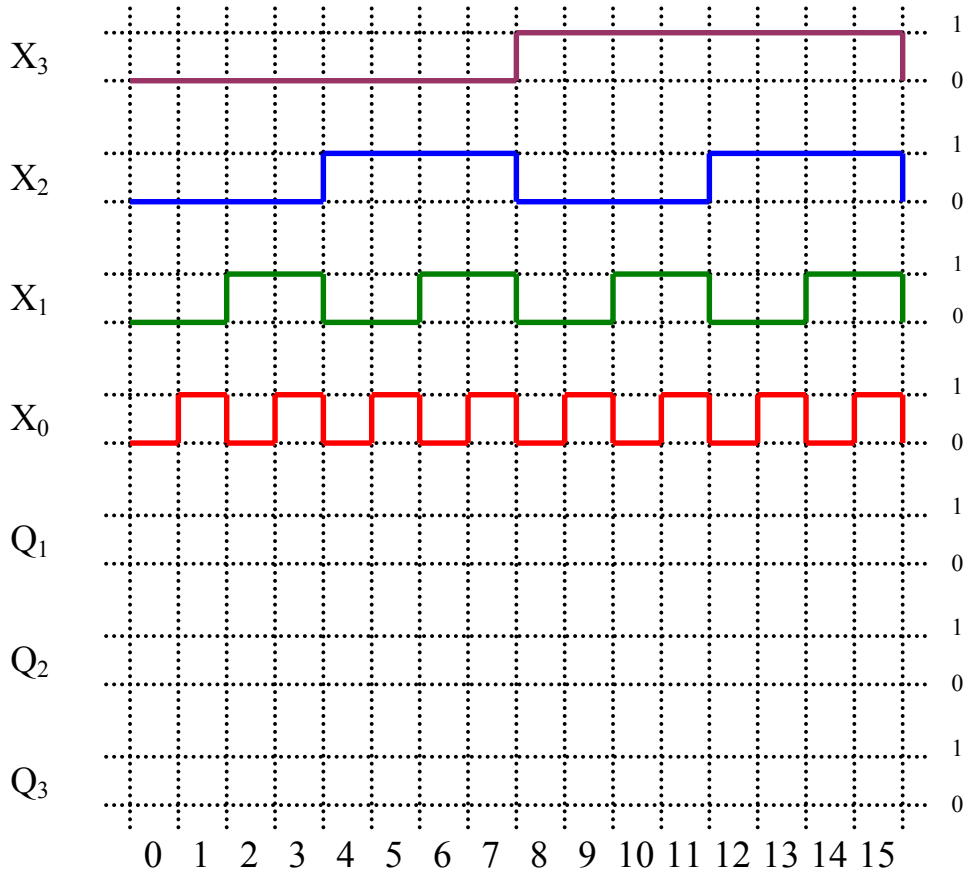
Hilfen:

Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Minterme	Maxterme
0	0000		
1	0001		
2	0010		
3	0011		
4	0100		
5	0101		
6	0110		
7	0111		
8	1000		
9	1001		
10	1010		
11	1011		
12	1100		
13	1101		
14	1110		
15	1111		



		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0	0	1	5	4	0	X₁
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	0	
		0	0	1	1		
		X₂					

Zeitverhalten logischer Schaltkreise



Lösung

2. Aufgabenkomplex - 1. Aufgabe

Minimieren Sie die Schaltung

(8 Punkte)

1. Bestimmen Sie die Minterme, Maxterme sowie die kanonisch disjunktive- und konjunktive Normalform der Funktion. (2 Punkte)

Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Minterme	Maxterme
0	0000		$x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
1	0001	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
2	0010		$x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
3	0011	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
4	0100	$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
5	0101		$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
6	0110		$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
7	0111		$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
8	1000	$x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
9	1001	$x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
10	1010		$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
11	1011		$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
12	1100	$x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
13	1101	$x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
14	1110	$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
15	1111	$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	

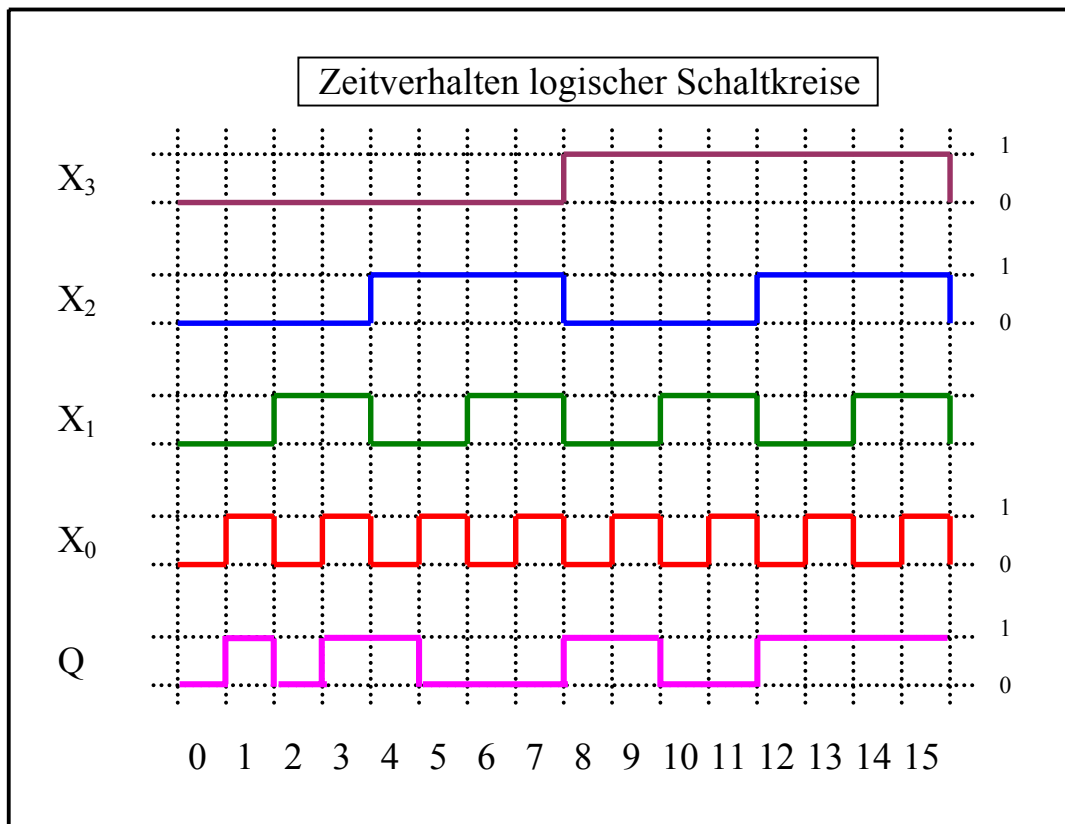
$$Q_{KDNF} = x_3 x_2 x_1 x_0 \vee x_3 x_2 x_1 \bar{x}_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0$$

$$Q_{KKNF} = (x_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0) \wedge (x_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \wedge (x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \\ \wedge (x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0) \wedge (\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0)$$

2. Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion.

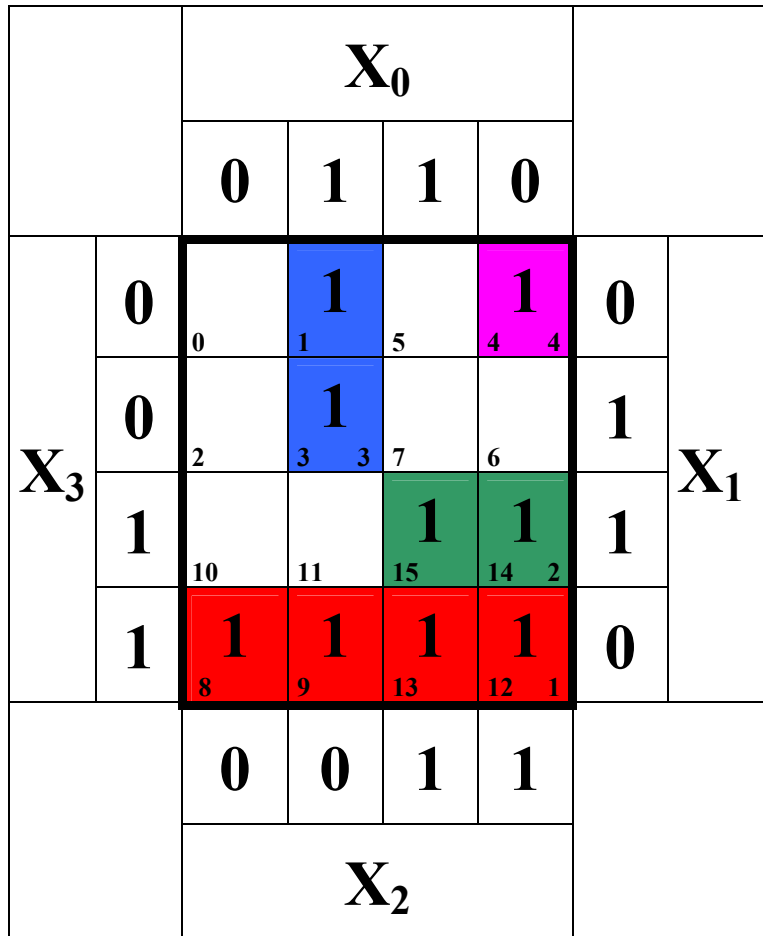
(2 Punkte)

$$Q_{KDNF} = x_3x_2x_1x_0 \vee x_3x_2x_1\bar{x}_0 \vee x_3x_2\bar{x}_1x_0 \vee x_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee x_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0 \vee x_3\bar{x}_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3x_2\bar{x}_1\bar{x}_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2x_1x_0 \vee \bar{x}_3\bar{x}_2\bar{x}_1x_0$$



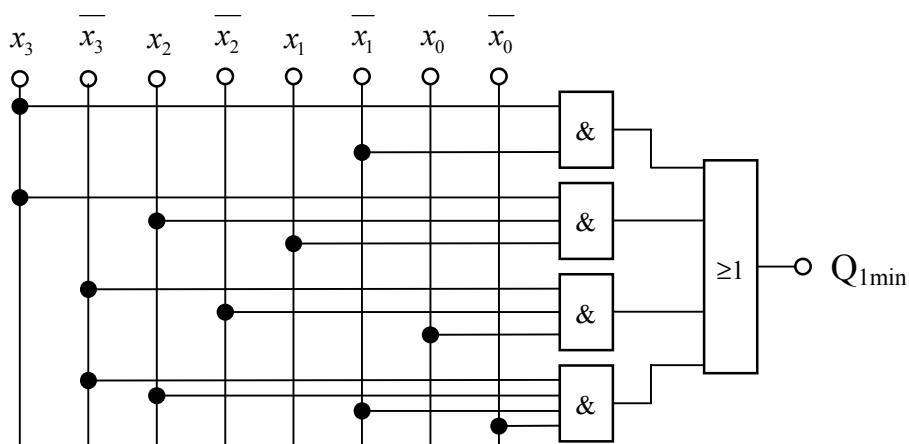
3. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm.
Variante 1 – Überlappungen verboten

(2 Punkte)



$Q_{1-1} = x_3 \bar{x}_1$ Kosten $K_{1-1} = 2$	$Q_{1-2} = x_3 x_2 x_1$ Kosten $K_{1-2} = 3$	$Q_{1-3} = \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0$ Kosten $K_{1-3} = 3$	$Q_{1-4} = \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$ Kosten $K_{1-4} = 4$
---	---	---	---

$Q_{1min} = Q_{1-1} \vee Q_{1-2} \vee Q_{1-3} \vee Q_{1-4} = x_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_2 x_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$ Kosten $K_1 = K_{1-1} + K_{1-2} + K_{1-3} + K_{1-4} = 2 + 3 + 3 + 4 = 12$



Variante 2 – Überlappungen verboten

		X₀						
		0	1	1	0			
X₃	0	0	1	5	1	4	0	
	0	2	1	3	3	7	6	1
	1	10	11	1	15	1	14	1
	1	1	1	1	13	1	1	0
		0	0	1	1			
		X₂						

$$Q_{2-1} = x_3 x_2$$

Kosten $K_{2-1} = 2$

$$Q_{2-2} = x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1$$

Kosten $K_{2-2} = 3$

$$Q_{2-3} = \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0$$

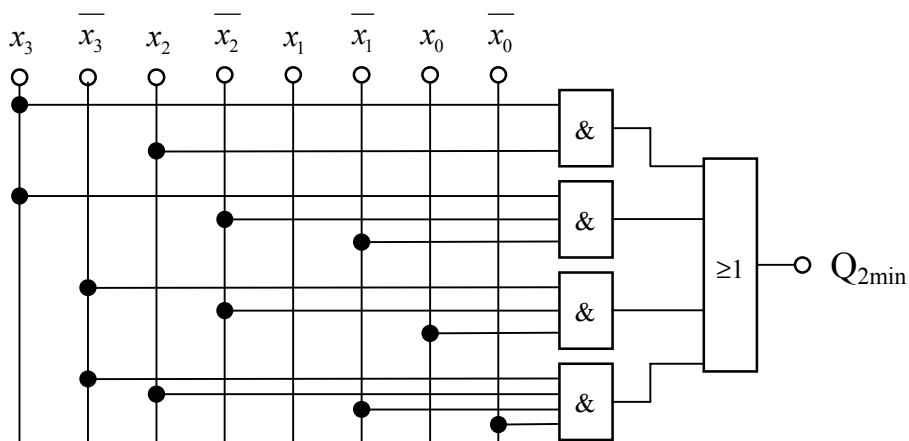
Kosten $K_{2-3} = 3$

$$Q_{2-4} = \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

Kosten $K_{2-2} = 4$

$$Q_{2\min} = Q_{2-1} \vee Q_{2-2} \vee Q_{2-3} \vee Q_{2-4} = x_3 x_2 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

Kosten $K_2 = K_{2-1} + K_{2-2} + K_{2-3} + K_{2-4} = 2 + 3 + 3 + 4 = 12$



Variante 3 – Überlappungen erlaubt

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0		1		1	X_1	0
	0		1				1
	1			1	1		1
	1	1	1	1	1		0
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{3-1} = x_3 \bar{x}_1$$

Kosten $K_{3-1} = 2$

$$Q_{3-4} = \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0$$

Kosten $K_{3-4} = 3$

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0		1		1	X_1	0
	0		1				1
	1			1	1		1
	1	1	1	1	1		0
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{3-2} = x_3 x_2$$

Kosten $K_{3-2} = 2$

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	0	1	5	4	0	
	0	2	3	7	6	1	
	1	10	11	15	14	1	
	1	8	9	13	12	3	
		X_2					
		0	0	1	1		

$$Q_{3-3} = x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

$$\text{Kosten } K_{3-3} = 3$$

$$Q_{3-1} = x_3 \bar{x}_1$$

$$\text{Kosten } K_{3-1} = 2$$

$$Q_{3-2} = x_3 x_2$$

$$\text{Kosten } K_{3-2} = 2$$

$$Q_{3-3} = x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

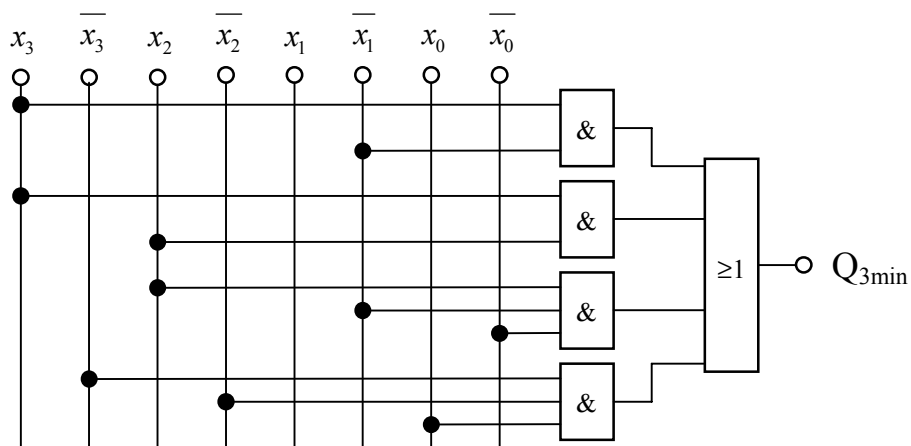
$$\text{Kosten } K_{3-3} = 3$$

$$Q_{3-4} = \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0$$

$$\text{Kosten } K_{3-4} = 3$$

$$Q_{3\min} = Q_{3-1} \vee Q_{3-2} \vee Q_{3-3} \vee Q_{3-4} = x_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_2 \vee x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0$$

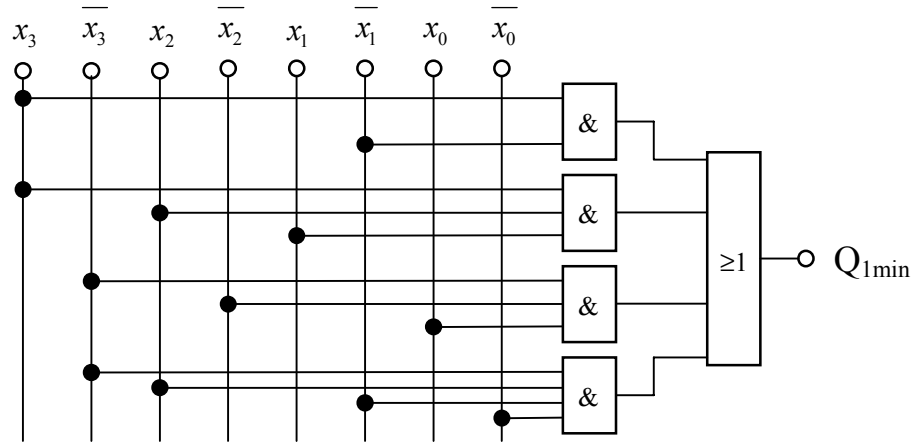
$$\text{Kosten } K_3 = K_{3-1} + K_{3-2} + K_{3-3} + K_{3-4} = 2 + 2 + 3 + 3 = 10$$



4. Zeichnen Sie den Schaltplan der minimierten Booleschen Funktion $Q_{\min} = f_{\min}(x_3, x_2, x_1, x_0)$ streng nach der Gleichung. (2 Punkte)

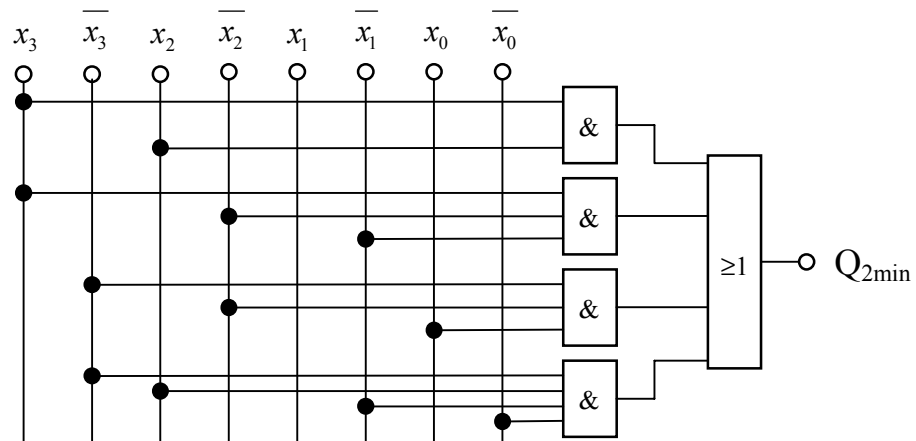
$$Q_{1\min} = Q_{1-1} \vee Q_{1-2} \vee Q_{1-3} \vee Q_{1-4} = x_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_2 x_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

$$\text{Kosten } K_1 = K_{1-1} + K_{1-2} + K_{1-3} + K_{1-4} = 2 + 3 + 3 + 4 = 12$$



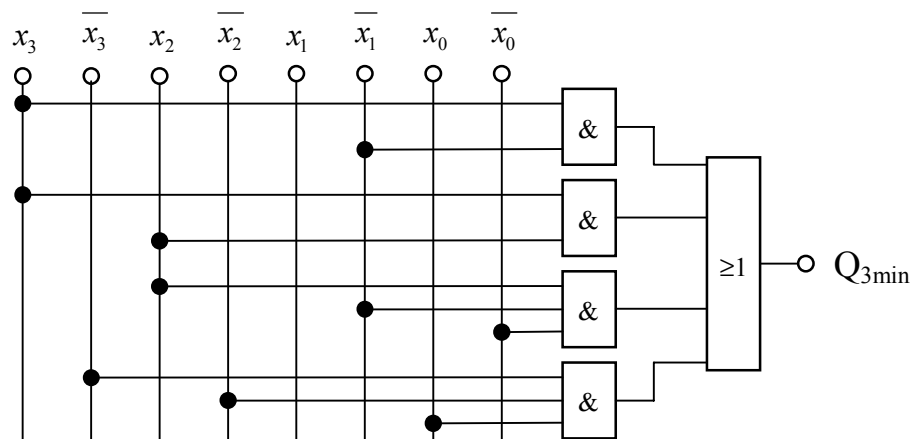
$$Q_{2\min} = Q_{2-1} \vee Q_{2-2} \vee Q_{2-3} \vee Q_{2-4} = x_3 x_2 \vee x_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

$$\text{Kosten } K_2 = K_{2-1} + K_{2-2} + K_{2-3} + K_{2-4} = 2 + 3 + 3 + 4 = 12$$



$$Q_{3\min} = Q_{3-1} \vee Q_{3-2} \vee Q_{3-3} \vee Q_{3-4} = x_3 \bar{x}_1 \vee x_3 x_2 \vee x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_0$$

$$\text{Kosten } K_3 = K_{3-1} + K_{3-2} + K_{3-3} + K_{3-4} = 2 + 2 + 3 + 3 = 10$$



2. Aufgabenkomplex - 2. Aufgabe

Minimierung logischer Schaltungen mit don't care Termen

Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung

(12 Punkte)

- Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm für $a=0$. (1 Punkt)
 Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_1=f_1(x_3,x_2,x_1,x_0)$. (1 Punkt)
 Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion. (1 Punkt)
 Zeichnen sie die Schaltung nach der Formel. (1 Punkt)

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 <small>0</small>	1 <small>1</small>	 <small>5</small>	 <small>4</small>	0	
	0	1 <small>2</small>	1 <small>3</small>	 <small>7</small>	 <small>6</small>	1	
	1	 <small>10</small>	 <small>11</small>	 <small>15</small>	 <small>14</small>	1	
	1	1 <small>8</small>	1 <small>9</small>	 <small>13</small>	 <small>12</small>	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$Q_{1-1} = \bar{x}_3 \bar{x}_2$ Kosten $K_{1-1} = 2$
--

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 0	1 1			0	X_1
	0	1 2	1 3			1	
	1					1	
	1	1 8	1 9			0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{1-2} = \bar{x}_2 \bar{x}_1$$

$$\text{Kosten } K_{1-2} = 2$$

$$Q_{1-1} = \bar{x}_3 \bar{x}_2$$

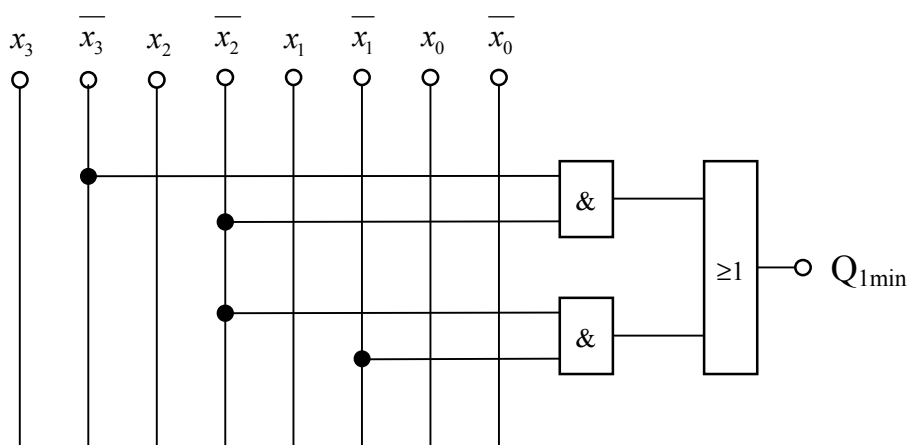
$$\text{Kosten } K_{1-1} = 2$$

$$Q_{1-2} = \bar{x}_2 \bar{x}_1$$

$$\text{Kosten } K_{1-2} = 2$$

$$Q_{1\min} = Q_{1-1} \vee Q_{1-2} = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1$$

$$\text{Kosten } K_1 = K_{1-1} + K_{1-2} = 2 + 2 = 4$$



2. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm für $a=1$.
 Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_2=f_2(x_3,x_2,x_1,x_0)$.
 Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion.
 Zeichnen sie die Schaltung nach der Formel.

(1 Punkt)
 (1 Punkt)
 (1 Punkt)
 (1 Punkt)

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 <small>0</small>	1 <small>1</small>		1 <small>5</small>	0	
	0	1 <small>2</small>	1 <small>3</small>		1 <small>7</small>	1	
	1	1 <small>10</small>	1 <small>11</small>	1 <small>15</small>		1	
	1	1 <small>8</small>	1 <small>9</small>			0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$Q_{2-1} = \bar{x}_2$ Kosten $K_{2-1} = 1$

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 0	1 1		1 4	0	
	0	1 2	1 3		1 6	1 2	
	1	1 10	1 11	1 15		1 3	
	1	1 8	1 9			0 13	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{2-2} = \bar{x}_3 \bar{x}_0$$

Kosten $K_{2-2} = 2$

$$Q_{2-3} = x_3 x_1 x_0$$

Kosten $K_{2-3} = 3$

$$Q_{2-1} = \bar{x}_2$$

Kosten $K_{2-1} = 1$

$$Q_{2-2} = \bar{x}_3 \bar{x}_0$$

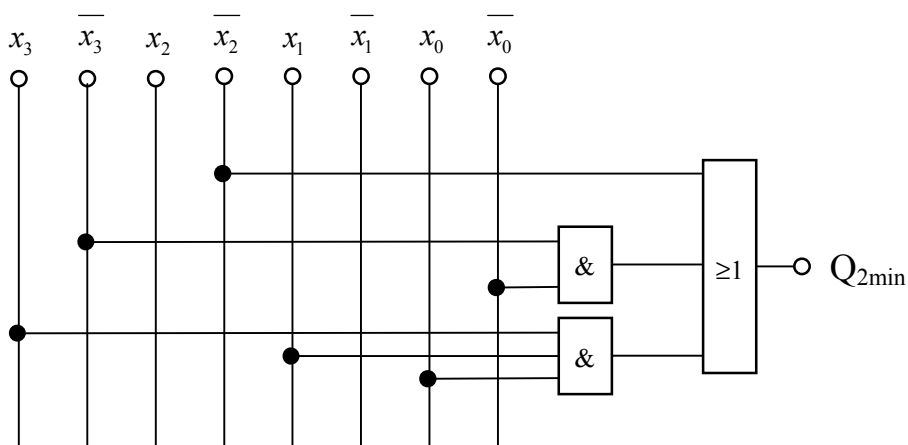
Kosten $K_{2-2} = 2$

$$Q_{2-3} = x_3 x_1 x_0$$

Kosten $K_{2-3} = 3$

$$Q_{2\min} = Q_{2-1} \vee Q_{2-2} \vee Q_{2-3} = \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_0 \vee x_3 x_1 x_0$$

Kosten $K_2 = K_{2-1} + K_{2-2} + K_{2-3} = 1 + 2 + 3 = 6$



3. Minimieren Sie die Funktion mit dem Karnaugh-Veitch-Diagramm für a =beliebig (don't care Terme) . (1 Punkt)
 Bestimmen Sie die logische Gleichung $Q_3=f_3(x_3,x_2,x_1,x_0)$. (1 Punkt)
 Bestimmen Sie das Zeitverhalten der Funktion. (1 Punkt)
 Zeichnen sie die Schaltung nach der Formel. (1 Punkt)

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1	1			0	
	0	1	1			1	
	1	1	1			1	
	1	1	1			0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{3-1} = \bar{x}_2$$

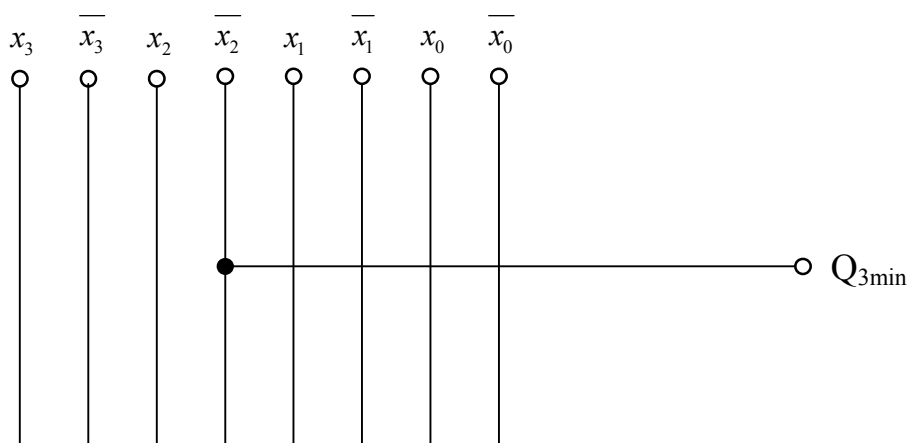
$$\text{Kosten } K_{3-1} = 1$$

$$Q_{3-1} = \bar{x}_2$$

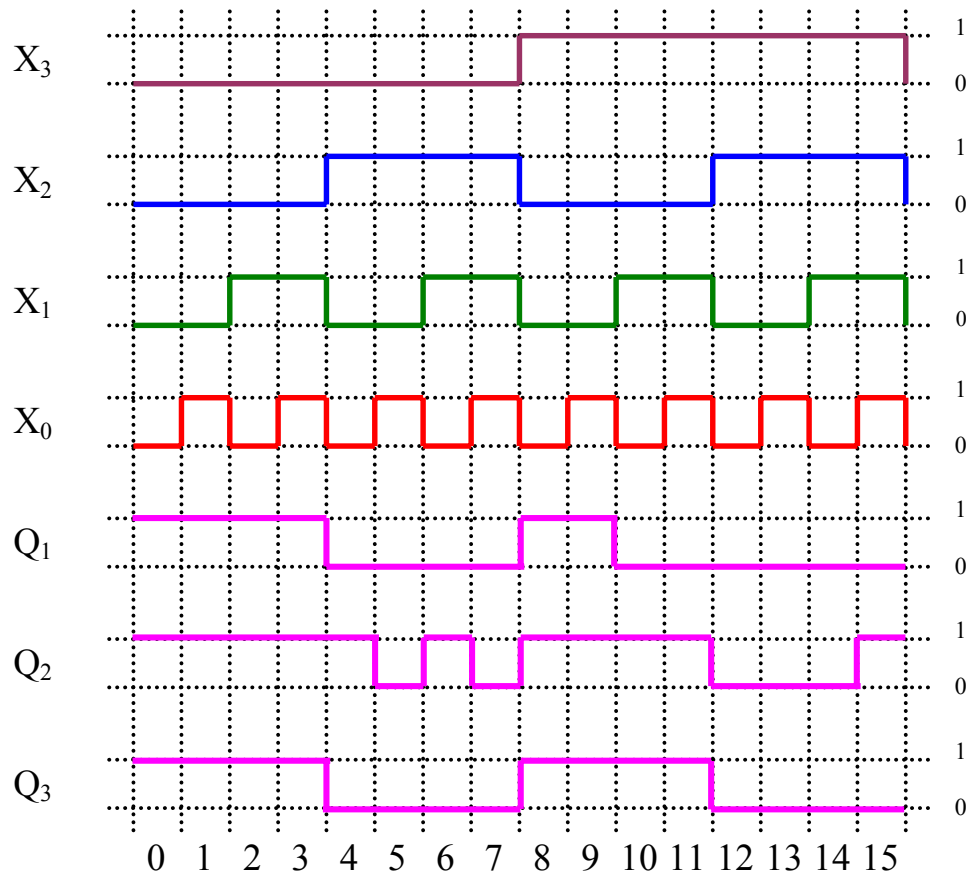
$$\text{Kosten } K_{3-1} = 1$$

$$Q_{3\min} = Q_{3-1} = \bar{x}_2$$

$$\text{Kosten } K_3 = K_{3-1} = 1$$



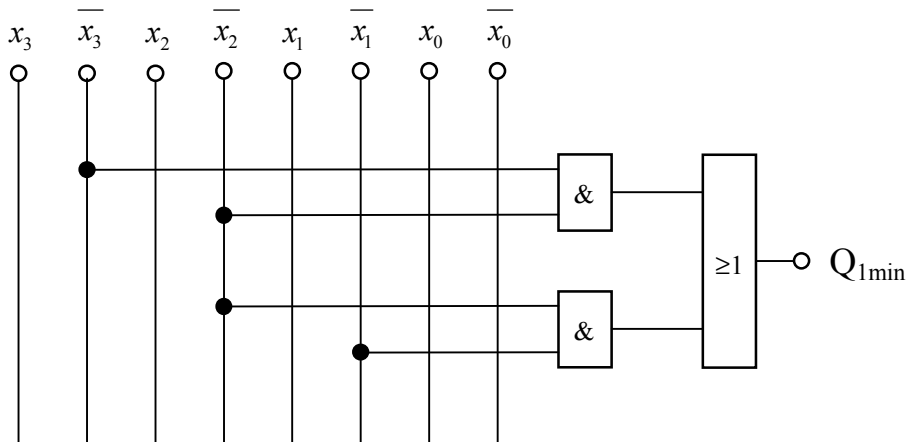
Zeitverhalten logischer Schaltkreise



Vergleich der Schaltungen

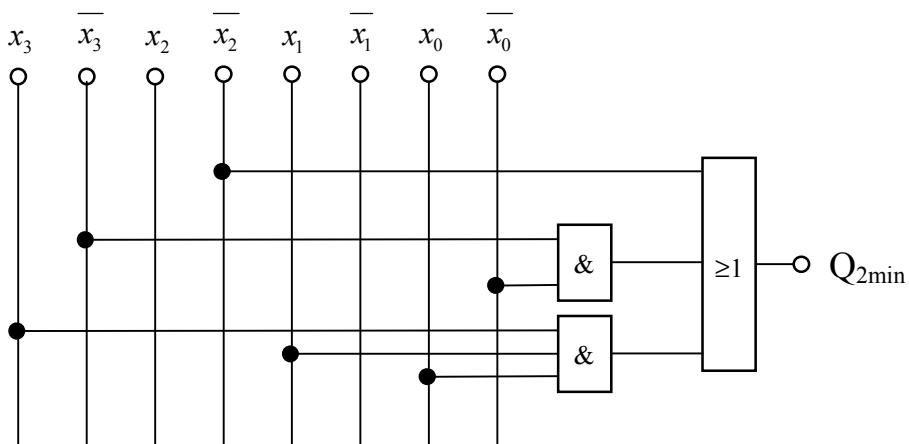
$$Q_{1\min} = Q_{1-1} \vee Q_{1-2} = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee \bar{x}_2 \bar{x}_1$$

$$\text{Kosten } K_1 = K_{1-1} + K_{1-2} = 2 + 2 = 4$$



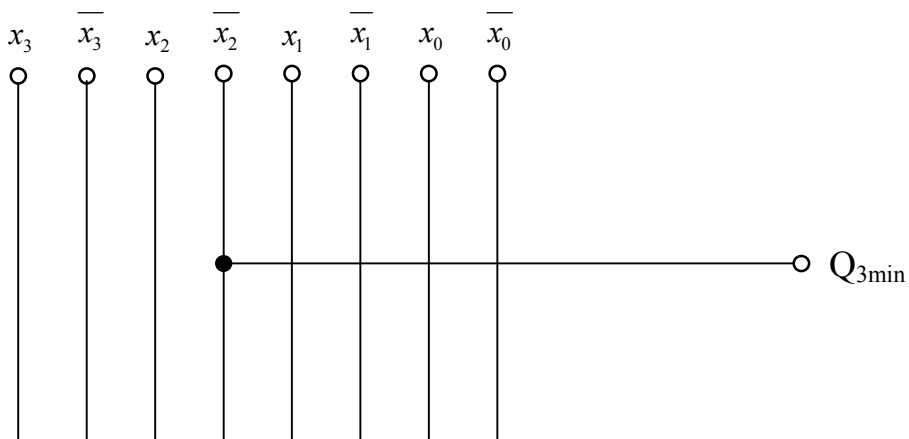
$$Q_{2\min} = Q_{2-1} \vee Q_{2-2} \vee Q_{2-3} = \bar{x}_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_0 \vee x_3 x_1 x_0$$

$$\text{Kosten } K_2 = K_{2-1} + K_{2-2} + K_{2-3} = 1 + 2 + 3 = 6$$



$$Q_{3\min} = Q_{3-1} = \bar{x}_2$$

$$\text{Kosten } K_3 = K_{3-1} = 1$$



2. Aufgabenkomplex - 3. Aufgabe

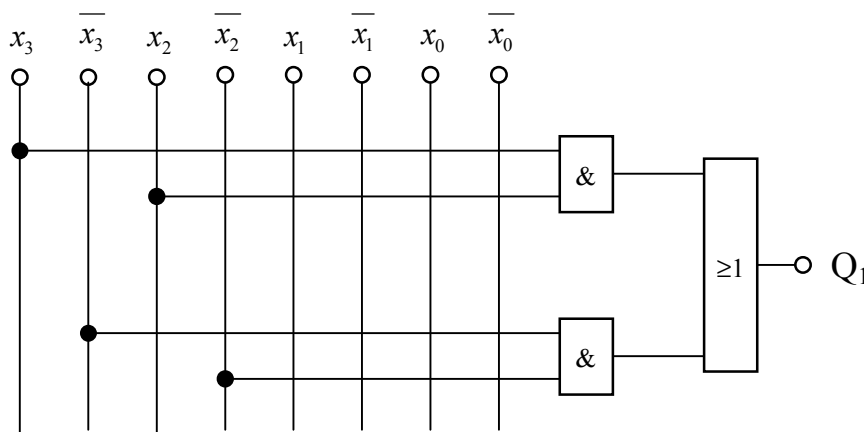
Bündelminimierung logischer Schaltungen

Aufgaben:

Minimieren Sie die Schaltung durch Bündelminimierung **(10 Punkte)**

- Bestimmen Sie die Minterme und die kanonisch disjunktive Normalformen der Funktionen . **(2 Punkte)**

1. Schaltung:



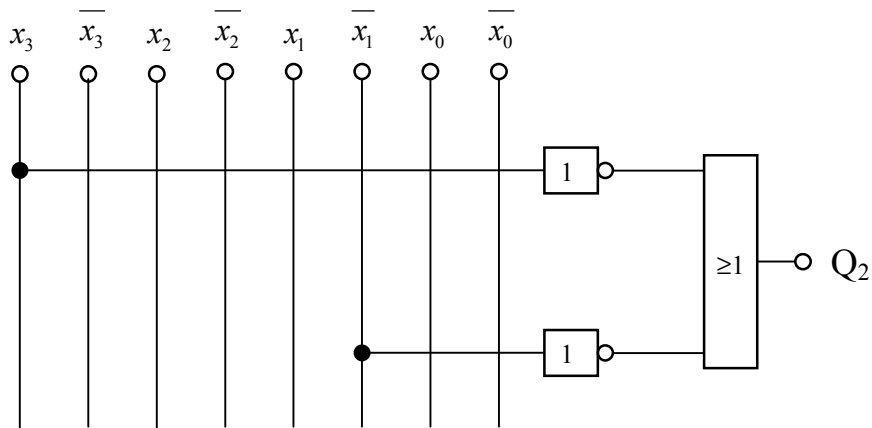
$$Q_1 = x_3 x_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 = x_3 x_2 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 = x_3 x_2 ba \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 ba$$

Kosten $K_1 = 2 + 2 = 4$

Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Minterme	Maxterme
0	0000	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
1	0001	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
2	0010	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
3	0011	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
4	0100		$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0$
5	0101		$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
6	0110		$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
7	0111		$x_3 \vee \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
8	1000		$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
9	1001		$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
10	1010		$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee x_0$
11	1011		$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee \bar{x}_1 \vee \bar{x}_0$
12	1100	$x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
13	1101	$x_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
14	1110	$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
15	1111	$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	

$$Q_{KDNF} = x_3 x_2 x_1 x_0 \vee x_3 x_2 x_1 \bar{x}_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1 x_0 \vee x_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

2. Schaltung:



$$Q_2 = \bar{x}_3 \vee x_1 = \bar{x}_3 c b a \vee d c x_1 a$$

Kosten $K_2 = 1 + 1 = 2$

Normalformen			
Zahl	Eingangsvariablen x_3, x_2, x_1, x_0	Minterme	Maxterme
0	0000	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
1	0001	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
2	0010	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
3	0011	$\bar{x}_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
4	0100	$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_0$	
5	0101	$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge \bar{x}_1 \wedge x_0$	
6	0110	$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
7	0111	$\bar{x}_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
8	1000		$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee x_0$
9	1001		$\bar{x}_3 \vee x_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
10	1010	$x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
11	1011	$x_3 \wedge \bar{x}_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	
12	1100		$\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee x_0$
13	1101		$\bar{x}_3 \vee \bar{x}_2 \vee x_1 \vee \bar{x}_0$
14	1110	$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge \bar{x}_0$	
15	1111	$x_3 \wedge x_2 \wedge x_1 \wedge x_0$	

$$Q_{KDNF} = x_3 x_2 x_1 x_0 \vee x_3 x_2 x_1 \bar{x}_0 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 x_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 x_1 \bar{x}_0 \\ \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_3 x_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 x_1 \bar{x}_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_2 \bar{x}_1 \bar{x}_0$$

2. Bestimmen Sie die Karnaugh-Veitch-Diagramme der Funktionen.

(2 Punkte)

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 <small>0</small>	1 <small>1</small>	1 <small>5</small>	1 <small>4</small>	0	X_1
	0	1 <small>2</small>	1 <small>3</small>	1 <small>7</small>	1 <small>6</small>	1	
	1	1 <small>10</small>	1 <small>11</small>	1 <small>15</small>	1 <small>14</small>	1	
	1	1 <small>8</small>	1 <small>9</small>	1 <small>13</small>	1 <small>12</small>	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1 <small>0</small>	1 <small>1</small>	1 <small>5</small>	1 <small>4</small>	0	X_1
	0	1 <small>2</small>	1 <small>3</small>	1 <small>7</small>	1 <small>6</small>	1	
	1	1 <small>10</small>	1 <small>11</small>	1 <small>15</small>	1 <small>14</small>	1	
	1	1 <small>8</small>	1 <small>9</small>	1 <small>13</small>	1 <small>12</small>	0	
		0	0	1	1		
		X_2					

3. Bestimmen Sie die Funktionen der optimalen Bündelminimierung mit den Karnaugh-Veitch-Diagrammen. (2 Punkte)

		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0	1 <small>0</small>	1 <small>1</small>	5	4	X₁	
	0	1 <small>2</small>	1 <small>3 B1</small>	7	6		
	1	10	11	1 <small>15</small>	1 <small>14 B2</small>		1
	1	8	9	1 <small>13</small>	1 <small>12</small>		0
		0	0	1	1		
		X₂					

$Q_{B1} = \bar{x}_3 \bar{x}_2$
Kosten $K_{B1} = 2$

$Q_{B2} = x_3 x_2 x_1$
Kosten $K_{B2} = 3$

		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0	1 <small>0</small>	1 <small>1</small>	1 <small>5</small>	1 <small>4</small>	X₁	
	0	1 <small>2</small>	1 <small>3 B1</small>	1 <small>7</small>	1 <small>6</small>		
	1	1 <small>10</small>	1 <small>11</small>	1 <small>15</small>	1 <small>14 B2</small>		1
	1	8	9	1 <small>13</small>	1 <small>12</small>		0
		0	0	1	1		
		X₂					

		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0	1 0	1 1			0	X₁
	0	1 2	1 3 B1			1	
	1			1 15	1 14 B2	1	
	1			1 13	1 12 1-1	0	
		0	0	1	1		
		X₂					

$$Q_{1-1} = x_3 x_2 \bar{x}_1$$

Kosten $K_{1-1} = 3$

		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0	1 0	1 1	1 5	1 4	0	X₁
	0	1 2	1 3 B1	1 7	1 6 2-1	1	
	1	1 10	1 11 2-2	1 15	1 14 B2	1	
	1					0	
		0	0	1	1		
		X₂					

$$Q_{2-1} = \bar{x}_3 x_2$$

Kosten $K_{2-1} = 2$

$$Q_{2-2} = x_3 \bar{x}_2 x_1$$

Kosten $K_{2-2} = 3$

$$Q_{1-1min} = Q_{B1} \vee Q_{B2} \quad \vee Q_{1-1} = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_3 x_2 x_1 \quad \vee x_3 x_2 \bar{x}_1$$

$$Kosten \quad K_{1-1min} = K_{B1} + K_{B2} + K_{1-1} = 2 + 3 + 3 = 8$$

$$Q_{1-1} = x_3 x_2 \bar{x}_1$$

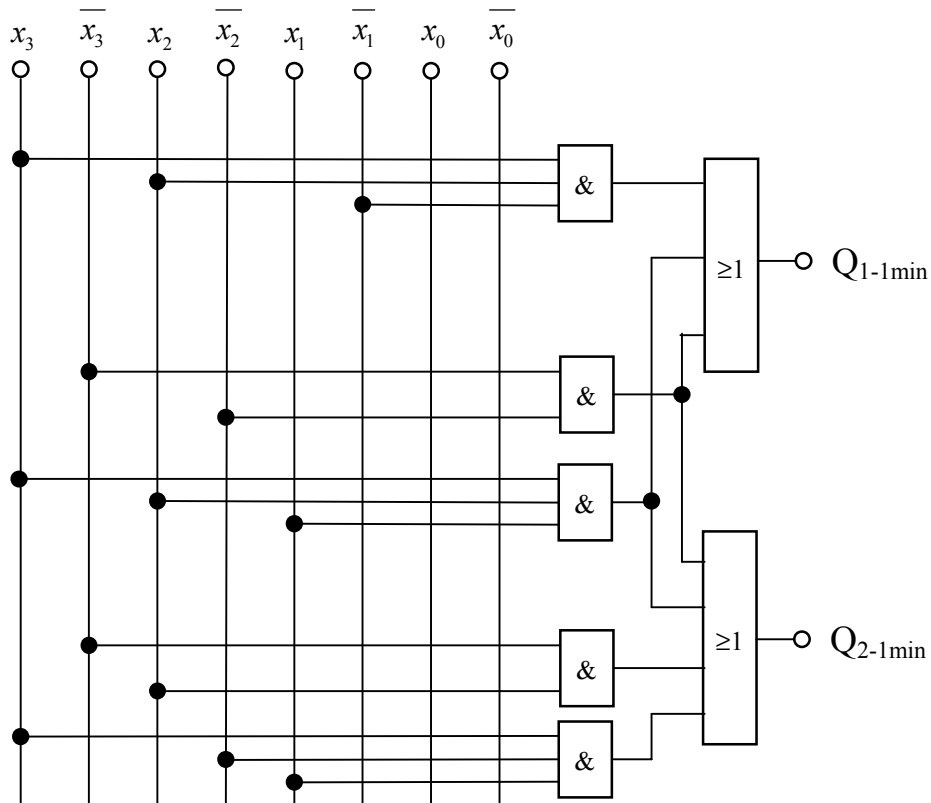
$$Kosten \quad K_{1-1} = 3$$

$$Q_{B1} = \bar{x}_3 \bar{x}_2$$

$$Kosten \quad K_{B1} = 2$$

$$Q_{B2} = x_3 x_2 x_1$$

$$Kosten \quad K_{B2} = 3$$



$$Q_{1-1min} = Q_{B1} \vee Q_{B2} \quad \vee Q_{2-1} \vee Q_{2-2} = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_3 x_2 x_1 \quad \vee \bar{x}_3 x_2 \vee x_3 \bar{x}_2 x_1$$

$$Kosten \quad K_{2-1min} = K_{B1} + K_{B2} + K_{2-1} = 2 + 3 + 2 + 3 = 10$$

$$Q_{2-1} = \bar{x}_3 x_2$$

$$Kosten \quad K_{2-1} = 2$$

$$Q_{2-2} = x_3 \bar{x}_2 x_1$$

$$Kosten \quad K_{2-2} = 3$$

		X₀					
		0	1	1	0		
X₃	0	1 <small>0</small>	1 <small>1</small>	 <small>5</small>	 <small>4</small>	0	X₁
	0	1 <small>2</small>	1 <small>3</small>	 <small>7</small>	 <small>6</small>	1	
	1	 <small>10</small>	 <small>11</small>	1 <small>15</small>	1 <small>14</small>	1	
	1	 <small>8</small>	 <small>9</small>	1 <small>13</small>	1 <small>12 1-1</small>	0	
		0	0	1	1		
		X₂					

$Q_{1-1} = x_3 x_2$ <i>Kosten</i> $K_{1-1} = 2$
--

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1	1	1	1	0	X_1
	0	1	1	1	1	1	
	1	1	1	1	1	1	
	1					0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{2-1} = x_1$$

$$\text{Kosten } K_{2-1} = 1$$

		X_0					
		0	1	1	0		
X_3	0	1	1	1	1	0	X_1
	0	1	1	1	1	1	
	1	1	1	1	1	1	
	1					0	
		0	0	1	1		
		X_2					

$$Q_{2-2} = \bar{x}_3$$

$$\text{Kosten } K_{2-2} = 1$$

$$Q_{1-1\min} = Q_{B1} \vee Q_{B2} \quad \vee Q_{1-1} = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_3 x_2 x_1 \quad \vee x_3 x_2$$

$$\text{Kosten} \quad K_{1-1\min} = K_{B1} + K_{B2} + K_{1-1} = 2 + 3 + 2 = 7$$

$$Q_{1-1} = x_3 x_2$$

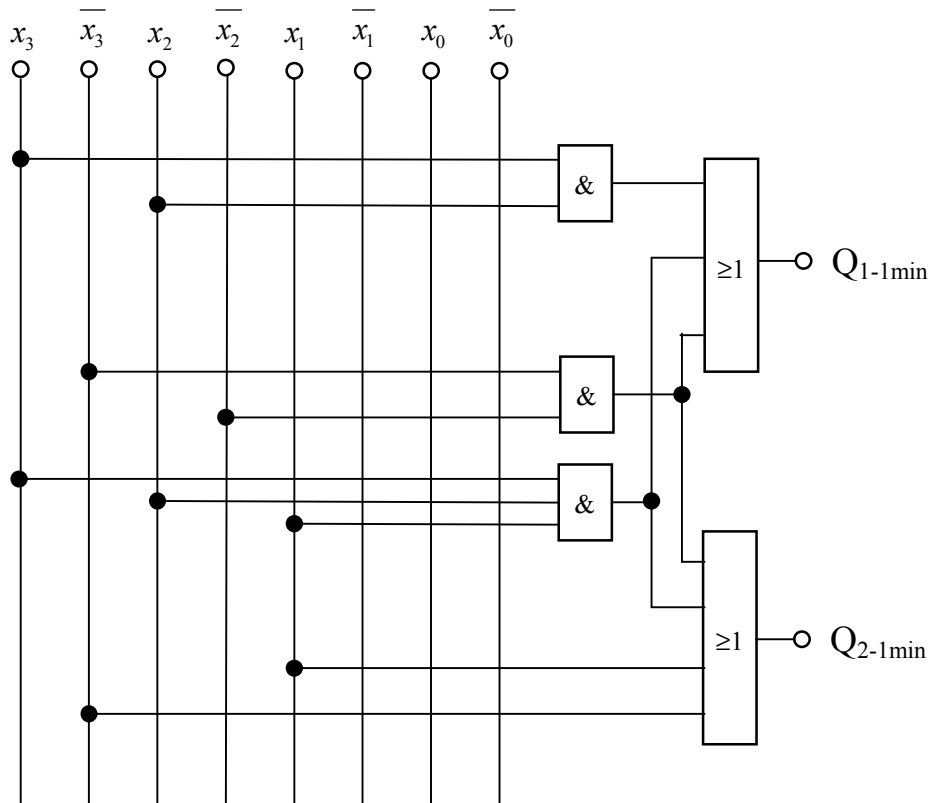
$$\text{Kosten} \quad K_{1-1} = 2$$

$$Q_{B1} = \bar{x}_3 \bar{x}_2$$

$$\text{Kosten} \quad K_{B1} = 2$$

$$Q_{B2} = x_3 x_2 x_1$$

$$\text{Kosten} \quad K_{B2} = 3$$



$$Q_{1-1\min} = Q_{B1} \vee Q_{B2} \quad \vee Q_{2-1} \vee Q_{2-2} = \bar{x}_3 \bar{x}_2 \vee x_3 x_2 x_1 \quad \vee x_1 \vee \bar{x}_3$$

$$\text{Kosten} \quad K_{2-1\min} = K_{B1} + K_{B2} + K_{2-1} + K_{2-2} = 2 + 3 + 1 + 1 = 7$$

$$Q_{2-1} = x_1$$

$$\text{Kosten} \quad K_{2-1} = 1$$

$$Q_{2-2} = \bar{x}_3$$

$$\text{Kosten} \quad K_{2-2} = 1$$

5.

Zeichnen Sie das Zeitverhalten für beide Funktionen.

(2 Punkte)

