

Abt. Technische Informatik
Dr. Hans-Joachim Lieske

Aufgaben zum Seminar Technische Informatik

Aufgabe 2.5.1. - Addition und Subtraktion mittels eines binären 4 Bit Addierwerkes

Gegeben ist folgende Schaltung:

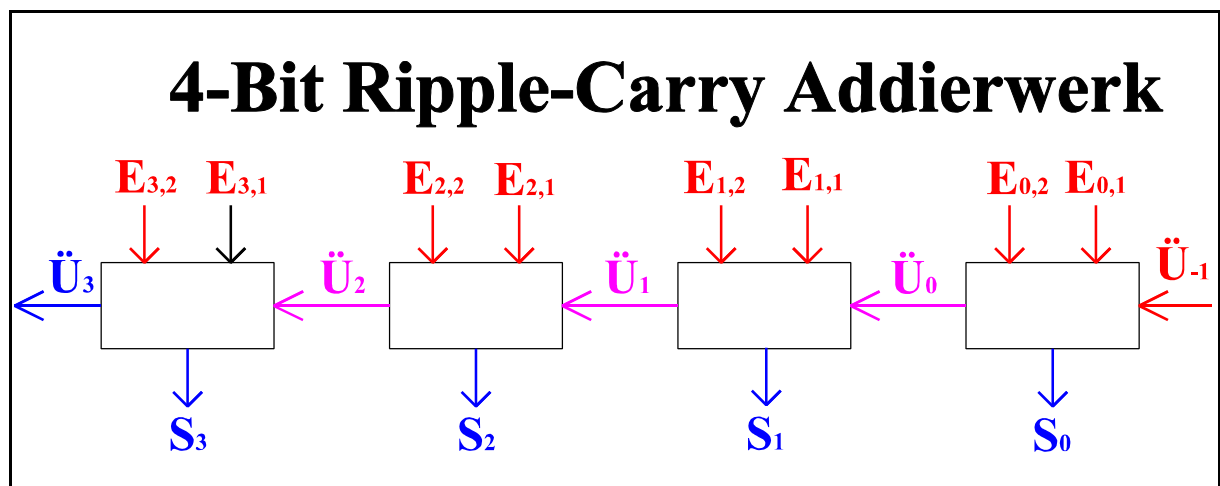


Abb. 1

Zeigen Sie die Addition und Subtraktion von Zahlen entsprechend Tafel 1 und Tafel 2:

1. für $9+10=19$
2. für $8-6=2$
3. für $-8-4=-12$

Betrag und Zweierkomplement sind nur zu bilden, wenn negative Zahlen vorhanden sind. Der Übertrag \ddot{U}_3 ist nur zu berücksichtigen, wenn er einen sinnvollen Beitrag liefert. Tafel 2 zeigt, was tatsächlich an dem Schaltkreis passiert.

Operation: $7+4=11$	dezimal	hexadezimal	binär
1. Summand Zahl	7	07H	0111B
Betrag Zweierkomplement			
2. Summand Zahl	4	04H	0100B
Betrag Zweierkomplement			
1. Summand	7	07H	0111B
2. Summand	4	04H	0100B
Ergebnis	11	0BH	1011B
Ergebnis Betrag Zweierkomplement Zahl	11	0BH	1011B

Tafel 1

$$\begin{aligned}
 (E_{3,1}, E_{2,1}, E_{1,1}, E_{0,1}) &= (0, 1, 1, 1) \\
 (E_{3,2}, E_{2,2}, E_{1,2}, E_{0,2}) &= (0, 1, 0, 0) \\
 (S_3, S_2, S_1, S_0) &= (1, 0, 1, 1) \\
 (\ddot{U}_3, \ddot{U}_2, \ddot{U}_1, \ddot{U}_0) &= (0, 1, 0, 0)
 \end{aligned}$$

Tafel 2

Und noch ein Beispiel für $8-5=3$:

Operation: 8-5=3	dezimal	hexadezimal	binär
1.Summand			
Zahl	8	08H	1000B
Betrag			
Zweierkomplement			
2.Summand			
Zahl	-5	-05H	-0101B
Betrag	5	05H	0101B
Zweierkomplement	11	0BH	1011B
1. Summand	8	08H	1000B
2. Summand	11	0BH	1011B
Ergebnis	19 = 16 + 3	1 3H	1 0011B
Ergebnis			
Betrag			
Zweierkomplement			
Zahl	3	03H	0011B

Tafel 3

$$\begin{aligned}
 (E_{3,1}, E_{2,1}, E_{1,1}, E_{0,1}) &= (1, 0, 0, 0) \\
 (E_{3,2}, E_{2,2}, E_{1,2}, E_{0,2}) &= (1, 0, 1, 1) \\
 (S_3, S_2, S_1, S_0) &= (0, 0, 1, 1) \\
 (\ddot{U}_3, \ddot{U}_2, \ddot{U}_1, \ddot{U}_0) &= (1, 0, 0, 0)
 \end{aligned}$$

Tafel 4

Operation:	dezimal	hexadezimal	binär
1.Summand Zahl Betrag Zweierkomplement			
2.Summand Zahl Betrag Zweierkomplement			
1. Summand			
2. Summand			
Ergebnis			
Ergebnis Betrag Zweierkomplement Zahl			

Tafel 5

$$\begin{aligned}
 (E_{3,1}, E_{2,1}, E_{1,1}, E_{0,1}) &= (\quad , \quad , \quad , \quad) \\
 (E_{3,2}, E_{2,2}, E_{1,2}, E_{0,2}) &= (\quad , \quad , \quad , \quad) \\
 (S_3, S_2, S_1, S_0) &= (\quad , \quad , \quad , \quad) \\
 (\ddot{U}_3, \ddot{U}_2, \ddot{U}_1, \ddot{U}_0) &= (\quad , \quad , \quad , \quad)
 \end{aligned}$$

Tafel 6

Aufgabe 2.5.2. - logische Gleichungen von Venn-Diagrammen

Aufgabe:

Ermitteln Sie die kanonisch disjunktive Normalform folgender Venn-Diagramme.
Versuchen Sie eine optimierte logische Gleichung zu finden.

1. für das Venn-Diagramm 1
2. für das Venn-Diagramm 2
3. für das Venn-Diagramm 3

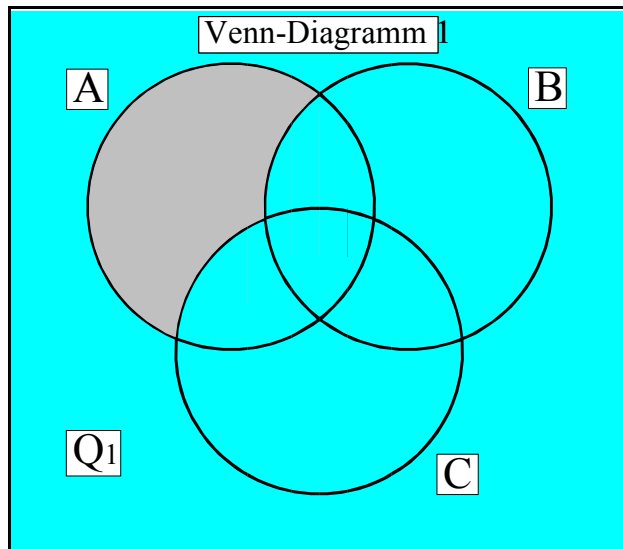


Abb. 2

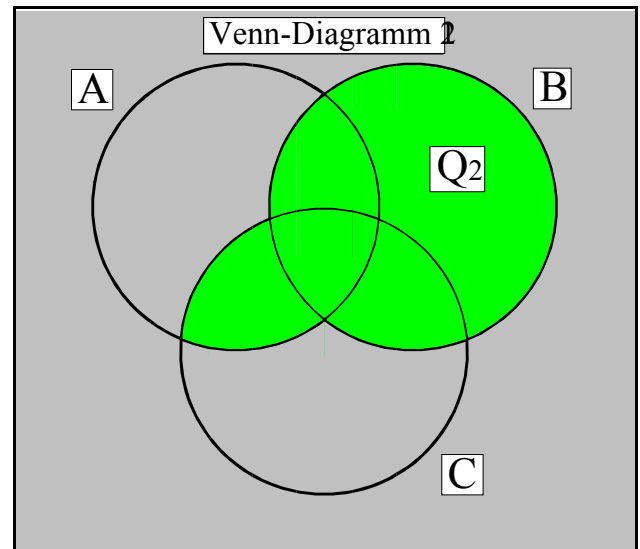


Abb. 3

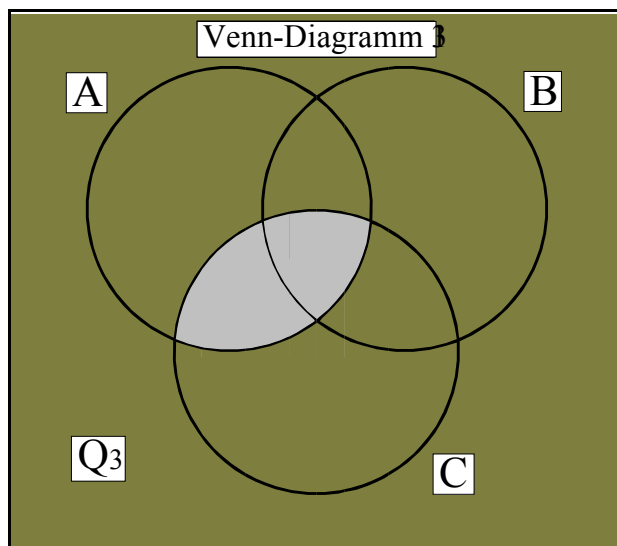


Abb. 4

Aufgabe 2.5.3. - Venn-Diagramme von logischen Gleichungen

Aufgabe:

Ermitteln Sie die kanonisch disjunktive Normalform und die Venn Diagramme folgender logischer Gleichungen

1. $Q_1 = \neg(A \wedge B \wedge C)$

2. $Q_2 = A \wedge B \vee \neg C$

3. $Q_3 = (A \vee B) \wedge \neg C$

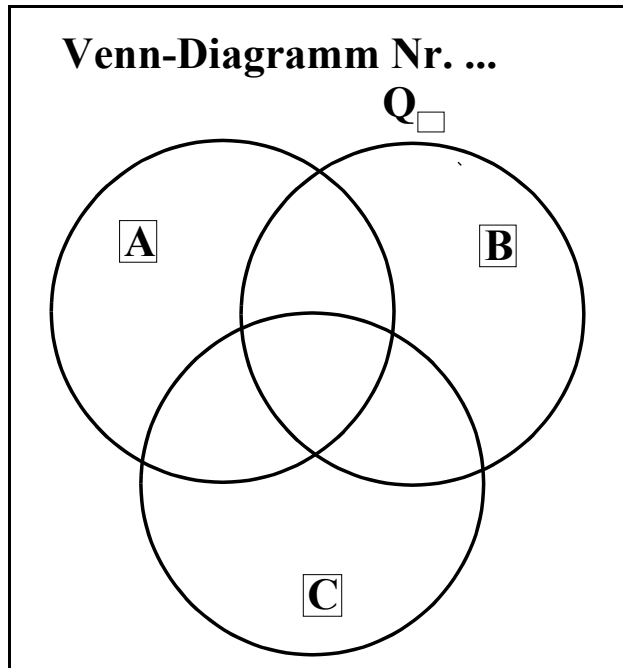


Abb. 5

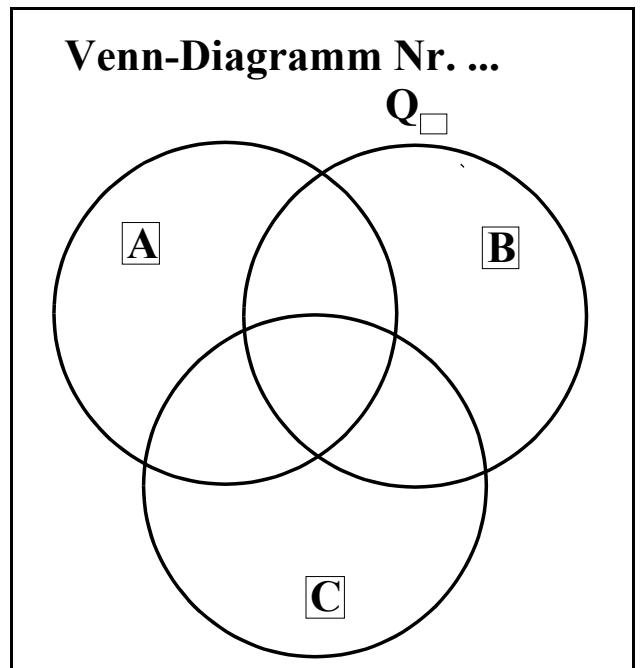


Abb. 6

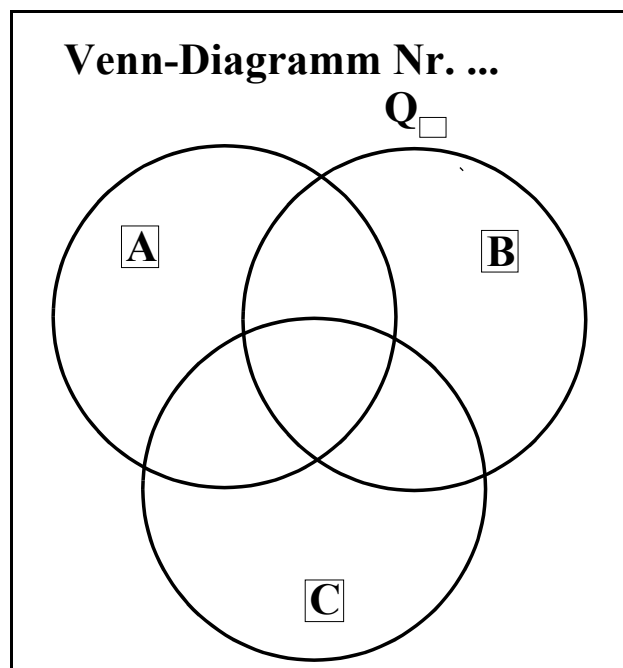


Abb. 7

Lösung: Aufgabe 2.5.1.

Addition und Subtraktion mittels eines binären 4 Bit Addierwerkes

1. Operation: $9+10=19$

Operation: $9+10=19$	dezimal	hexadezimal	binär
1. Summand Zahl	9	9H	1001B
Betrag Zweierkomplement			
2. Summand Zahl	10	0AH	1010B
Betrag Zweierkomplement			
1. Summand	9	9H	1001B
2. Summand	10	0AH	1010B
Ergebnis	16 +3	1 3H	1 0011B
Ergebnis Betrag Zweierkomplement Zahl	19=16 +3	1 3H	1 0011B

Tafel 7

$$\begin{aligned}
 (E_{3,1}, E_{2,1}, E_{1,1}, E_{0,1}) &= (1, 0, 0, 1) \\
 (E_{3,2}, E_{2,2}, E_{1,2}, E_{0,2}) &= (1, 0, 1, 0) \\
 (S_3, S_2, S_1, S_0) &= (0, 0, 1, 1) \\
 (\ddot{U}_3, \ddot{U}_2, \ddot{U}_1, \ddot{U}_0) &= (1, 0, 0, 0)
 \end{aligned}$$

Tafel 8

2. Operation: 8-6=2

Operation: 8-6=2	dezimal	hexadezimal	binär

1. Summand			
Zahl	8	8H	1000B
Betrag			
Zweierkomplement			
2. Summand			
Zahl	-6	-06H	-0110B
Betrag	6	06H	0110B
Zweierkomplement	10	0AH	1010B

1. Summand	8	8H	1000B
2. Summand	10	0AH	1010B

Ergebnis	16 +2	1 2H	1 0010B

Ergebnis	2	2H	0010B
Betrag			
Zweierkomplement			
Zahl			

Tafel 9

$$\begin{aligned}
 (E_{3,1}, E_{2,1}, E_{1,1}, E_{0,1}) &= (1, 0, 0, 0) \\
 (E_{3,2}, E_{2,2}, E_{1,2}, E_{0,2}) &= (1, 0, 1, 0) \\
 (S_3, S_2, S_1, S_0) &= (0, 0, 1, 0) \\
 (\ddot{U}_3, \ddot{U}_2, \ddot{U}_1, \ddot{U}_0) &= (1, 0, 0, 0)
 \end{aligned}$$

Tafel 10

3. Operation: $-8-4=-12$

Operation: $-8-4=-12$	dezimal	hexadezimal	binär
<hr/>			
1. Summand			
Zahl	-8	-8H	-1000B
Betrag	8	8H	1000B
Zweierkomplement	8	8H	1000B
2. Summand			
Zahl	-4	-4H	-0100B
Betrag	4	4H	0100B
Zweierkomplement	12	0CH	1100B
<hr/>			
1. Summand	8	8H	1000B
2. Summand	12	0CH	1100B
<hr/>			
Ergebnis	16 +4	1 4H	1 0100B
<hr/>			
Ergebnis			
Betrag	4	4H	0100B
Zweierkomplement	12	0CH	1100B
Zahl	-12	-0CH	-1100B

Tafel 11

$$\begin{aligned}
 (E_{3,1}, E_{2,1}, E_{1,1}, E_{0,1}) &= (1, 0, 0, 0) \\
 (E_{3,2}, E_{2,2}, E_{1,2}, E_{0,2}) &= (1, 1, 0, 0) \\
 (S_3, S_2, S_1, S_0) &= (0, 1, 0, 0) \\
 (\ddot{U}_3, \ddot{U}_2, \ddot{U}_1, \ddot{U}_0) &= (1, 0, 0, 0)
 \end{aligned}$$

Tafel 12

Lösung: Aufgabe 2.5.2.

logische Gleichungen von Venn-Diagrammen

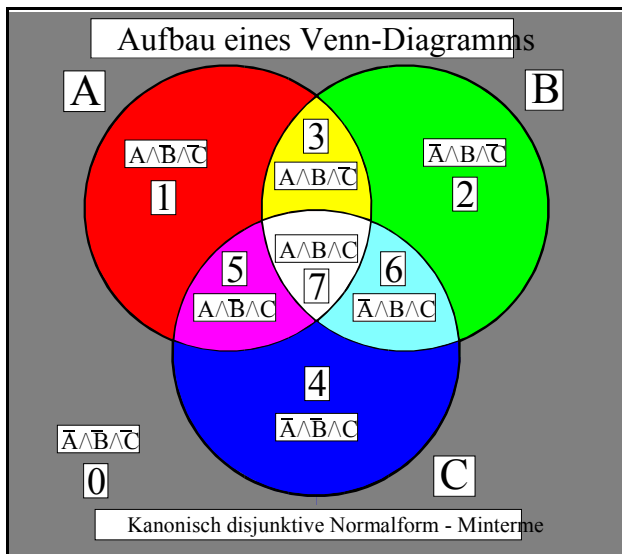


Abb. 8

Bei der Zuordnung von $A=2^0$, $B=2^1$ und $C=2^2$ ergeben sich im Venn-Diagramm folgende Zahlen.

0,1,2,3,4,5,6,7

- Bestimmung der kanonisch disjunktiven Normalform und der optimierten logischen Gleichung für das 1. Venn-Diagramm

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \vee \neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge \neg C \vee \neg A \wedge \neg B \wedge C \vee A \wedge \neg B \wedge C \vee \neg A \wedge B \wedge C \vee A \wedge B \wedge C \\
 &= \neg A \vee B \vee C \\
 &= \neg(A \wedge \neg B \wedge \neg C)
 \end{aligned}$$

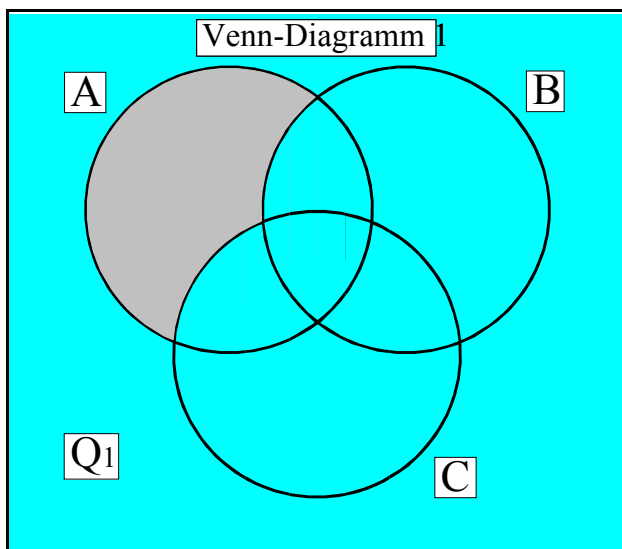


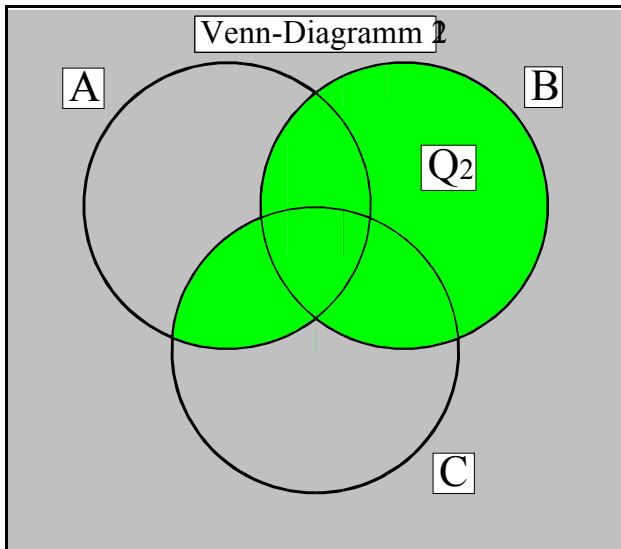
Abb. 9

0,2,3,4,5,6,7

2. Bestimmung der kanonisch disjunktiven Normalform und der optimierten logischen Gleichung für das 2. Venn-Diagramm

$$Q_2 = \neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge \neg B \wedge C \vee \neg A \wedge B \wedge C \vee A \wedge B \wedge C$$

$$= A \wedge C \vee B$$



2,3,5,6,7

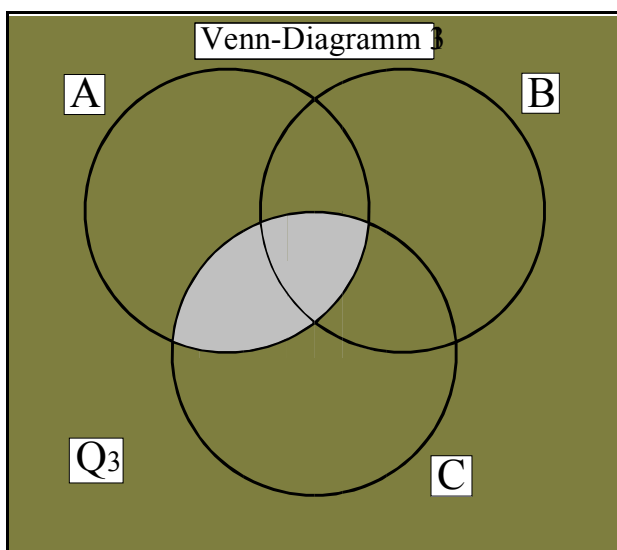
Abb. 10

3. Bestimmung der kanonisch disjunktiven Normalform und der optimierten logischen Gleichung für das 3. Venn-Diagramm

$$Q_3 = \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \vee A \wedge \neg B \wedge \neg C \vee \neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge \neg C \vee \neg A \wedge \neg B \wedge C \vee \neg A \wedge B \wedge C$$

$$= \neg(A \wedge C)$$

$$= \neg A \vee \neg C$$



0,1,2,3,4,6

Abb. 11

Lösung: Aufgabe 2.5.3.

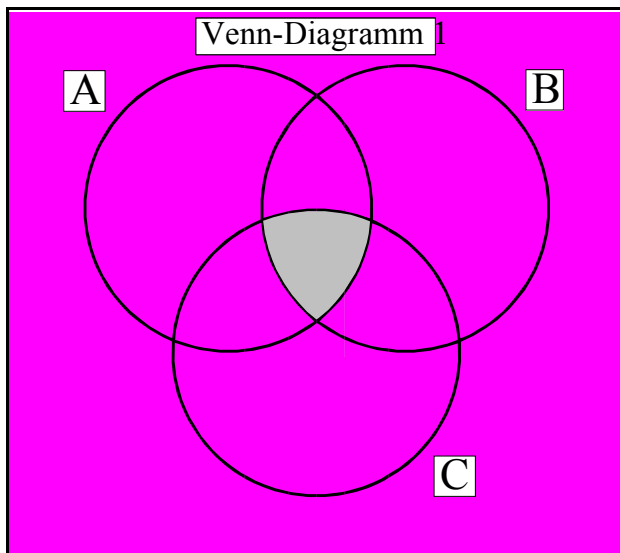
Venn-Diagramme von logischen Gleichungen

1. Bestimmung der kanonisch disjunktiven Normalform und des Venn-Diagramms der 1. logischen Gleichung

$$Q_1 = \neg(A \wedge B \wedge C)$$

$$= \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \vee A \wedge \neg B \wedge \neg C \vee \neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge \neg C \vee \neg A \wedge \neg B \wedge C \vee A \wedge \neg B \wedge C \vee \neg A \wedge B \wedge C$$

$$= \neg A \vee \neg B \vee \neg C$$



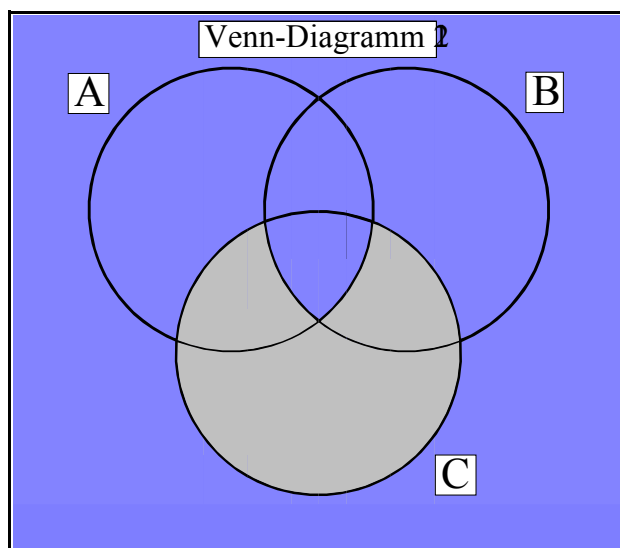
0,1,2,3,4,5,6

Abb. 12

2. Bestimmung der kanonisch disjunktiven Normalform und des Venn-Diagramms der 2. logischen Gleichung

$$Q_2 = A \wedge B \vee \neg C$$

$$= \neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \vee A \wedge \neg B \wedge \neg C \vee \neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge C$$



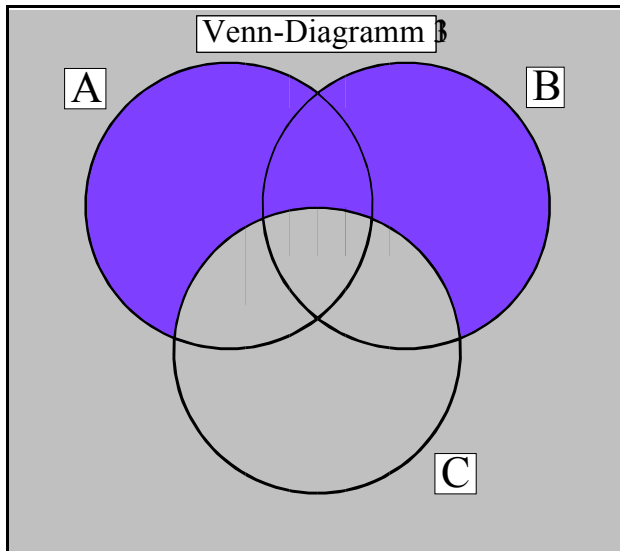
0,1,2,3,7

Abb. 13

3. Bestimmung der kanonisch disjunktiven Normalform und des Venn-Diagramms der 3. logischen Gleichung

$$Q_3 = (A \vee B) \wedge \neg C$$

$$= A \wedge \neg B \wedge \neg C \vee \neg A \wedge B \wedge \neg C \vee A \wedge B \wedge \neg C$$



1,2,3

Abb. 14