Dr. Karin Quaas
http://www.informatik.uni-leipzig.de/~quaas

WS 2012/13
Institut für Informatik

Übungsblatt zur Vorlesung „Echtzeitautomaten“
Serie 5

Die Übungen dieser Serie werden in der Übung am 14.01.2013 behandelt.

1. **Varianten von MTL**. Bei der in der Vorlesung vorgestellten Semantik des Until-Operators handelt es sich um die sogenannte *schwache* Semantik des Until-Operators:

$$(w,i) \models \varphi_1 \mathsf{U}_I \varphi_2 \text{ if } \exists i \leq j \leq n.(w,j) \models \varphi_2, t_j - t_i \in I, \forall i \leq k < j.(w,k) \models \varphi_k.$$

Die *starke* Semantik des Until-Operators lautet:

$$(w,i) \models \varphi_1 \mathsf{U}_I \varphi_2 \text{ if } \exists i < j \leq n.(w,j) \models \varphi_2, t_j - t_i \in I, \forall i < k < j.(w,k) \models \varphi_k.$$

Im folgenden bezeichnen wir mit MTL die in der Vorlesung vorgestellte Logik, und mit MTL$^-$ die Menge der MTL-Formeln, die keinen Next-Operator enthalten.

   (a) Unter welcher der beiden Semantiken kann die LTL-Formel $\neg a \wedge (a \mathsf{U} b)$ ausgedrückt werden?
   (b) Geben Sie eine MTL$^-$-Formel an, die unter der starken Semantik des Until-Operators die Semantik des Next-Operators ausdrückt.
   (c) Geben Sie eine MTL$^-$-Formel an, die unter der starken Semantik des Until-Operators die schwache Sematik des Until-Operators ausdrückt.
   (d) Geben Sie eine MTL-Formel an, die unter der schwachen Semantik des Until-Operators die starke Semantik des Until-Operators ausdrückt.

2. Definieren Sie sowohl den existentiellen als auch den universellen Release-Operator für die Logik TCTL. Zeichnen Sie einen Baum, anhand derer die Semantik dieser beiden Operatoren deutlich wird.

3. Entwerfen Sie drei interessante Spezifikationen/Eigenschaften, die ein Echtzeitprogramm erfüllen soll. Geben Sie anschliessend eine MTL- oder CTL-Formel an, die Ihre Eigenschaft ausdrückt.

4. Gegeben sei der Zeitautomat $\mathcal{A} = (\mathcal{L}, l_0, \mathcal{L}_f, X, E)$ mit

   - $\mathcal{L} = \{l_0, l_1, l_2\}$,
   - $\mathcal{L}_f = \{l_1, l_2\}$,
   - $X = \{x, y\}$,
   - $E = \{(l_0, \texttt{TRUE}, \emptyset, l_0), (l_0, x < 2, \{x\}, l_1), (l_1, y < 4, \emptyset, l_0), (l_1, x = 1, \emptyset, l_2)\}$,

   sowie die Beschriftungsfunktion Label über $\mathsf{AP} = \{p, q, r\}$ mit $\mathsf{Label}(l_0) = p$, $\mathsf{Label}(l_1) = r$, $\mathsf{Label}(l_2) = q$. Weiterhin sei $\varphi = \forall G(p \to AF_{[0,5)} q)$. Gilt $(\mathcal{A}, \mathsf{Label}) \models \varphi$?

5. Sei $\varphi = \forall G(p \to \exists \neg p U_{[6,6]} (\forall F_{[0,8]} p)$. Geben Sie ein Modell für φ an.

6. Vervollständigen Sie den Induktionsbeweis von Lemma 15 für den Fall $\varphi = \exists \mathsf{X}_I \psi$.