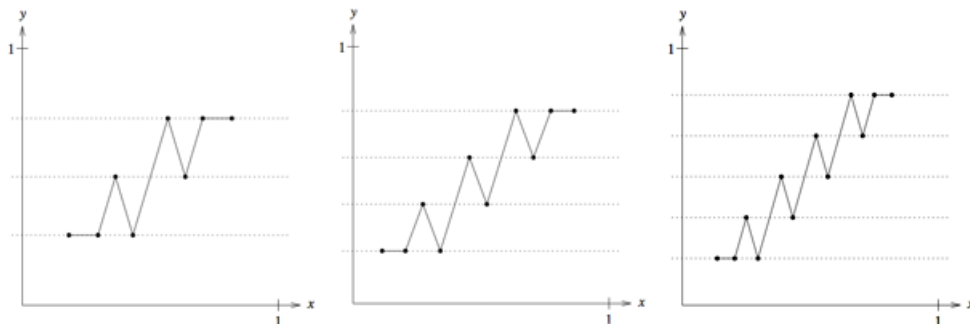


## Übungsblatt zur Vorlesung „Echtzeitautomaten“ Serie 4

Die Übungen dieser Serie werden in der Übung am 17.12.2012 behandelt.

1. In dieser Aufgabe beschäftigen Sie sich mit dem Universalitätsproblem für Zeitautomaten mit zwei Uhrenvariablen. Sei  $\mathcal{A} = (\Sigma, \mathcal{L}, l_0, \mathcal{L}_f, X, E)$  ein Zeitautomat mit zwei Uhrenvariablen  $x$  und  $y$ . Eine 2- $\mathcal{A}$ -Konfiguration ist eine Menge  $C \subseteq (\mathcal{L} \times \mathbb{R}_{\geq 0}^X)$ .
  - (a) Definieren Sie die Regionenäquivalenzrelation über der Menge der 2- $\mathcal{A}$ -Konfigurationen.
  - (b) Zeigen Sie, dass Ihre Regionenäquivalenzrelation eine zeitabstrakte Bisimulationsrelation ist.
  - (c) Geben Sie eine diskrete Struktur (z.B. endliche Wörter über einem Alphabet, gerichtete Graphen) an, mit denen Sie die durch Ihre Regionenäquivalenz induzierte Äquivalenzklassen auf endliche Weise repräsentieren können.
  - (d) Wir definieren die Relation  $\preceq$  über der Menge der 2- $\mathcal{A}$ -Konfigurationen wie folgt:  $\gamma \preceq \gamma'$  genau dann wenn es eine 2- $\mathcal{A}$ -Konfiguration  $\gamma'' \subseteq \gamma'$  gibt sodass  $\gamma$  und  $\gamma''$  regionenäquivalent sind. Sei  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \dots$  eine Folge von 2- $\mathcal{A}$ -Konfigurationen, wobei für alle  $i \geq 1$  gilt:
    - Alle Zustände in  $\gamma_i$  enthalten die gleiche Lokation.
    - Alle Uhrenwerte in  $\gamma_i$  liegen im Intervall  $(0, 1)$ .
    - $\gamma_i$  enthält  $2i + 2$  Zustände.
    - Die Werte für  $x$  und  $y$  sind auf  $i$  horizontalen Linien angeordnet wie in den unten abgebildeten Graphen für  $i = 3$ ,  $i = 4$  und  $i = 5$  abgebildet: jede horizontale Linie enthält zwei Zustände, und ein weiterer Zustand befindet sich jeweils auf der untersten und obersten Linie.
 Begründen Sie: für alle  $i < j$  gilt  $\gamma_i \not\preceq \gamma_j$ .
  - (e) Geben Sie einen Zeitautomaten mit zwei Uhrenvariablen an, mit dem Sie die in Teilaufgabe (d) definierte Folge von 2- $\mathcal{A}$ -Konfigurationen erzeugen können.



Bitte wenden!

2. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:
- (a) Das Universalitätsproblem für Zeitautomaten mit einer Uhrenvariable ist entscheidbar.
  - (b) Deterministisch erkennbare Zeitsprachen sind unter Komplement abgeschlossen.
  - (c) Für jede MTL-Formel  $\varphi$  gibt es einen Zeitautomaten  $\mathcal{A}$  mit  $L(\varphi) = L(\mathcal{A})$ .
3. Wir betrachten zwei Prozesse 1 und 2, die einen gemeinsamen Datensatz *anfordern*, *bearbeiten* und *freigeben* können. Drücken Sie die folgenden Eigenschaften durch eine MTL-Formel über dem Alphabet  $\Sigma = \{\text{anf}_i, \text{bea}_i, \text{frei}_i \mid i = 1, 2\}$  aus.
- (a) Wenn Prozess 1 den Datensatz bearbeitet, so kann Prozess 2 den Datensatz nicht in weniger als 3 Minuten bearbeiten.
  - (b) Prozess 2 kann den Datensatz nicht in weniger als 3 Minuten nachdem Prozess 1 den Datensatz bearbeitet hat, bearbeiten, es sei denn, Prozess 1 gibt ihn vorher frei.
  - (c) Wenn Prozess 1 den Datensatz anfordert, bearbeitet er ihn innerhalb von 2 Minuten und gibt ihn nach exakt einer weiteren Minute wieder frei.