

## Übungsblatt zur Vorlesung „Automaten und Sprachen“ Serie 6

Aufgaben 1 bis 4 sind handschriftlich am **17.1. vor der Vorlesung** abzugeben. Aufgabe 5 erledigen Sie im Autotool unter <https://autotool.imn.htwk-leipzig.de/cgi-bin/Super.cgi>. Beachten Sie, dass auch die Autotool-Aufgaben bewertet werden. Weitere Hinweise finden Sie auf meiner Seite <http://www.informatik.uni-leipzig.de/~quaas/ws2010aus.html>. Diese Serie wird in den Übungen vom 17.1. bis zum 30.1. behandelt.

1. Die Sprache  $L = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j, j \neq k, i \neq k\}$  ist nicht kontextfrei. Zeigen Sie, dass  $L$  dennoch die Pumping-Eigenschaft für kontextfreie Sprachen erfüllt.
2. Seien  $L, L' \subseteq A^*$  formale Sprachen über  $A$ . Sind folgende Aussagen wahr oder falsch? Begründen Sie!

- (a) Ist  $L$  kontextfrei und nicht erkennbar, so ist auch  $L^*$  kontextfrei und nicht erkennbar.
- (b) Ist  $L$  kontextfrei und  $L'$  nicht erkennbar, so ist auch  $L \cup L'$  nicht erkennbar.

3. (a) Sei  $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$  eine kontextfreie Grammatik mit

$$P = \{S \rightarrow AbS, S \rightarrow CAB, A \rightarrow cA, A \rightarrow a, B \rightarrow CBb, B \rightarrow b, C \rightarrow dd\}.$$

Konstruieren Sie einen Kellerautomaten  $M$  mit  $L(M) = L(G)$ .

- (b) Sei  $w = ccabddcadddbbb$ . Geben Sie einen Ableitungsbaum  $B$  für  $w$  an. Geben Sie weiterhin einen dem Ableitungsbaum  $B$  entsprechenden Lauf von  $M$  auf dem Wort  $w$  an.
4. Eine Sprache  $L \subseteq A^*$  heisst *deterministisch kontextfrei* genau dann wenn es einen deterministischen Kellerautomaten  $M$  mit Finalzuständen mit  $L_F(M) = L$  gibt. Dabei ist

$$L_F(M) = \{w \in A^* \mid \exists q \in F. \exists \alpha \in \Gamma^*. (q_0, w, Z_0) \vdash^* (q, \varepsilon, \alpha)\},$$

wobei  $F$  die Finalzustände,  $\Gamma$  das Kellularphabet,  $Z_0$  das unterste Kellersymbol und  $q_0$  den Initialzustand von  $M$  bezeichnen. Zeigen Sie, dass die Sprache  $L = \{a^m b^m c^n \mid m, n \geq 1\}$  deterministisch kontextfrei ist.

### 5. Autotool

- (a) **Keller\_NoPali:** Geben Sie einen Kellerautomaten an, der die Sprache der Wörter über  $A = \{a, b\}$  akzeptiert, die keine Palindrome sind.
- (b) **Keller\_NoDyck:** Geben Sie einen Kellerautomaten an, der die Sprache der Wörter über  $A = \{a, b\}$  akzeptiert, die keine korrekt geklammerten Ausdrücke sind.
- (c) **Keller\_a=b:** Geben Sie einen Kellerautomaten an, der die Sprache  $\{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$  akzeptiert. Dabei bezeichnet  $|w|_a$  bzw.  $|w|_b$  die Anzahl der Vorkommen von  $a$  bzw.  $b$  in  $w$ .
- (d) **Keller\_ausG:** Geben Sie zu der gegebenen Grammatik  $G$  einen Kellerautomaten  $M$  mit  $L(M) = L(G)$  an.