

Übungsblatt zur Vorlesung „Automaten und Sprachen“ Serie 5

Aufgaben 1 bis 6 sind handschriftlich am **3.1. vor der Vorlesung** abzugeben. Aufgabe 7 erledigen Sie im Autotool unter <https://autotool.imn.htwk-leipzig.de/cgi-bin/Super.cgi>. Beachten Sie, dass auch die Autotool-Aufgaben bewertet werden. Weitere Hinweise finden Sie auf meiner Seite <http://www.informatik.uni-leipzig.de/~quaas/ws2010aus.html>. Diese Serie wird in den Übungen vom 3.1. bis zum 16.1. behandelt.

1. Sei $L_1 = \{w\$w^r\$u \mid u, w \in \{a, b\}^*\}$ und sei $L_2 = \{u\$w\$w^r \mid u, w \in \{a, b\}^*\}$. Dabei bezeichnet w^r das Spiegelwort von w .
 - (a) Geben Sie jeweils eine kontextfreie Grammatik an, die L_1 bzw. L_2 erzeugt.
 - (b) Beweisen Sie unter Verwendung des Pumping-Lemmas (Satz 3.6), dass $L_1 \cap L_2 \notin \text{CF}$, d.h. dass es keine kontextfreie Grammatik gibt, die $L_1 \cap L_2$ erzeugt.
2. Sei $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$.
 - (a) Beweisen Sie unter Verwendung des Pumping-Lemmas, dass $L \notin \text{CF}$.
 - (b) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die das Komplement L^c von L erzeugt. *Hinweis: Für jedes Wort $w \in L^c$ gerader Länge gibt es $u_1, u_2, v_1, v_2 \in \{a, b\}^*$ mit $|u_1| = |u_2|$ und $|v_1| = |v_2|$ sodass $w = u_1av_1u_2bv_2$ (oder $w = u_1bv_1u_2av_2$). Dabei bezeichnet $|u|$ die Länge des Wortes u .*
3. Beweisen Sie, dass kontextfreie Sprachen nicht abgeschlossen unter Durchschnitt sind.
4. Beweisen Sie, dass kontextfreie Sprachen nicht abgeschlossen unter Komplement sind.
5. Sei $G = (N, T, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Wir bezeichnen ein Nichtterminal $A \in N$ als *sinnvoll*, falls es ein Wort $w \in T^*$ mit $A \rightarrow^* w$ gibt. Geben Sie einen Algorithmus an, der als Eingabe eine kontextfreie Grammatik G erhält und als Ausgabe die Menge der sinnvollen Nichtterminale von G zurückgibt.
6. Gibt es einen Algorithmus, der als Eingabe eine kontextfreie Grammatik G erhält und “Ja” ausgibt, falls $L(G) = \emptyset$, und “Nein” ausgibt, falls $L(G) \neq \emptyset$?
7. **Autotool**
 - (a) **Greibach:** Geben Sie eine kontextfreie Grammatik in Greibach-Normalform an, die die durch die angegebene Grammatik erzeugte Sprache erzeugt.
 - (b) **CNFPalin:** Geben Sie eine erzeugende kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform für die Sprache $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \neq w^r\}$ an. Dabei bezeichnet w^r das Spiegelwort von w .