Dr. Karin Quaas
http://www.informatik.uni-leipzig.de/~quaas

WS 2010/11
Institut für Informatik

Übungsblatt zur Vorlesung „Automaten und Sprachen“
Serie 3

Aufgaben 1 bis 5 sind handschriftlich am **29.11. vor der Vorlesung** abzugeben. Aufgabe 6 erledigen Sie im Autotool unter `https://autotool.imn.htwk-leipzig.de/cgi-bin/Super.cgi`. Beachten Sie, dass auch die Autotool-Aufgaben bewertet werden. Weitere Hinweise finden Sie auf meiner Seite `http://www.informatik.uni-leipzig.de/~quaas/ws2010aus.html`. Diese Serie wird in den Übungen vom 29.11. bis zum 12.12. behandelt.

1. Gegeben seien zwei endliche Automaten $\mathcal{A}_1 = (Q_1, T_1, I_1, F_1)$ und $\mathcal{A}_2 = (Q_2, T_2, I_2, F_2)$. Wir definieren den Automaten $\mathcal{A} = (Q, T, I, F)$ wie folgt: $Q = Q_1 \times Q_2$, $I = I_1 \times I_2$, $F = F_1 \times F_2$ und
$$\big((p_1, p_2), a, (q_1, q_2)\big) \in T \text{ gdw. } (p_1, a, q_1) \in T_1 \text{ und } (p_2, a, q_2) \in T_2.$$
Zeigen Sie $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$. Argumentieren Sie dabei wie üblich mittels erfolgreicher Berechnungsfolgen.

2. Für ein Wort $w = a_1 a_2 ... a_n$ mit $a_i \in \{a, b\}$ bezeichnen wir $w^r = a_n a_{n-1} ... a_1$ als das Spiegelwort von w. Weiterhin sei $P = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = w^r\}$ die Menge aller Palindrome. Zeigen Sie, dass P nicht erkennbar ist, indem Sie zeigen, dass die Relation R_P keinen endlichen Index hat.

3. Geben Sie für die Sprache $L = \{a\}\{a\}^*\{b\}^*$ den Minimalautomaten (bis auf Isomorphie) an. Beweisen Sie, dass der von Ihnen angebene Automat tatsächlich minimal ist, indem Sie zeigen, dass der Index der Relation R_L der Anzahl der Zustände ihres Automaten entspricht.

4. Gegeben seien zwei endliche Automaten $\mathcal{A}_1 = (Q_1, T_1, I_1, F_1)$ und $\mathcal{A}_2 = (Q_2, T_2, I_2, F_2)$ über $A = \{a, b\}$ mit $Q_1 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $I_1 = \{0\}$, $F_1 = \{4, 5, 6\}$, $Q_2 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $I_2 = \{0\}$, $F_2 = \{2, 4\}$ und den Transitionsrelationen T_1 und T_2

T_1	a	b
0	2	1
1	2	3
2	4	7
3	2	3
4	0	5
5	1	6
6	0	5
7	5	2

T_2	a	b
0	1	0
1	2	3
2	1	2
3	4	1
4	1	2

   (a) Konstruieren Sie die zu $\mathcal{A}_1$ bzw. $\mathcal{A}_2$ äquivalenten Minimalautomaten. Verwenden Sie dabei den in der Vorlesung vorgestellten Algorithmus 1.18 und geben Sie auch die Zwischenschritte, d.h. nicht erreichbare Zustände und äquivalente Zustände, an.

   (b) Erkennen $\mathcal{A}_1$ und $\mathcal{A}_2$ die gleiche Sprache?

Bitte wenden!

5. Sei $L \subseteq \{a, b\}^*$ die durch den rationalen Ausdruck $\{a\}\{b\}\{b\}^*$ beschriebene Sprache.

   (a) Begründen Sie, warum ein *nichtdeterministischer* endlicher Automat, der L erkennt, mindestens drei Zustände besitzen muss.

   (b) Geben Sie zwei *nichtderministische* endliche Automaten mit drei Zuständen an, die L erkennen, sich aber nicht nur durch ihre Zustandsnamen unterscheiden.

6. **Autotool**

   (a) **NERODE: ab** Sei $L \subseteq \{a, b\}^*$ die durch den rationalen Ausdruck $(\{a\} \cup \{b\}\{b\})^*$ beschriebene Sprache. Geben Sie zwei verschiedene Wörter $w \in \{a, b\}^*$ mit $|w| \geq 6$ an, für die $abR_L w$ gilt.

   (b) **KF RL:** Geben Sie eine erzeugende kontextfreie, rechtslineare Grammatik für die durch den rationalen Ausdruck $\{b\}(\{a\}^* \cup \{b\})$ beschriebene Sprache an.

   (c) **KF palim:** Geben Sie eine erzeugende kontextfreie Grammatik für die Sprache $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \neq w^r\}$ an. Dabei bezeichnet w^r das Spiegelwort von w (siehe Aufgabe 2).