

Übungsblatt zur Vorlesung „Automaten und Sprachen“ Wiederholung

Die Übungen dieser Serie werden in den Übungen vom 11.10. bis zum 24.10. behandelt. Wiederholen Sie dazu bitte v.a. folgende Begriffe und die sie betreffenden Aussagen:

- Mengen und ihre Operationen,
- Relationen, insbesondere Äquivalenzrelationen,
- endliche Graphen.

Hausaufgaben und autotool-Aufgaben gibt es erst ab der nächsten Serie. Verfolgen Sie dazu bitte die Hinweise auf <http://www.informatik.uni-leipzig.de/~quaas/ws2010aus.html>.

1. Beweisen Sie für beliebige Mengen A , B und C :
 - (a) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$,
 - (b) $(A \cup C) \cap (B \cup C^c) \subseteq A \cup B$,
 - (c) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.
2. Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$ und $R = \{(a, b), (b, c), (a, c)\}$ eine Relation über Σ . Geben Sie den reflexiven Abschluss, den symmetrischen Abschluss sowie den transitiven Abschluss von R an.
3.
 - (a) Wieviel Äquivalenzrelationen über einer dreielementigen Menge gibt es?
 - (b) Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie eine Relation R über Σ an, die eine Ordnungsrelation, aber keine Äquivalenzrelation ist.
4. Gibt es einen Algorithmus, der bei Eingabe eines endlichen gerichteten Graphen $G = (V, E)$ mit Knotenmenge V und Kantenmenge E , zwei Knoten $v, v' \in V$ und $n \in \mathbb{N}$ entscheidet, ob es in G einen Pfad der Länge n von v zu v' gibt? Gibt es einen Algorithmus, der entscheidet, ob es überhaupt einen Pfad von v nach v' gibt?
5. Wir bezeichnen einen Graphen $G = (V, E)$ als Fibonacci-Graph der Grösse n , falls $|V| = n$, $n \geq 2$ und es zwei Knoten $v, v' \in V$ gibt, sodass die Anzahl der verschiedenen Pfade von v nach v' genau $\text{Fib}(n)$ ist. Dabei ist $\text{Fib}(n)$ die n -te Fibonacci-Zahl. Finden Sie eine allgemeine Konstruktionsidee, sodass Sie für jedes $n \in \mathbb{N}$ einen Fibonacci-Graphen der Grösse n angeben können.