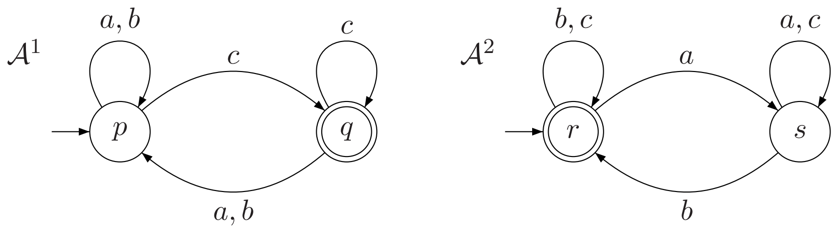
Dr. Karin Quaas
http://www.informatik.uni-leipzig.de/~quaas

SS 2015
Institut für Informatik

„Verifikation“
Übungsserie 1

1. Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Der Automat $\mathcal{A}^1$ erkennt die Sprache $L_1 = \{w \in \Sigma^\omega \mid w$ enthält unendliche viele $c\}$.
   (a) Welche Sprache erkennt $\mathcal{A}^2$?
   (b) Geben Sie einen Büchi-Automaten $\mathcal{A}$ an, der den Schnitt der durch $\mathcal{A}^1$ und $\mathcal{A}^2$ erkannten Sprachen erkennt.



2. Beweisen Sie die Korrektheit der in der Vorlesung besprochenen Konstruktion eines Büchi-Automaten $\mathcal{A}$, der den Schnitt der durch zwei gegebene Büchi-Automaten $\mathcal{A}^1$ und $\mathcal{A}^2$ erkannten Sprachen L_1 und L_2 erkennen soll.

3. Sei $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, I, T, F)$ ein Büchi-Automat. Beweisen Sie die folgende Äquivalenz:

$$L(\mathcal{A}) \neq \emptyset \quad \Leftrightarrow \quad \exists q_0 \in I\ \exists q \in F\ \exists u \in \Sigma^*\ \exists v \in \Sigma^*. q_0 \overset{u}{\rightsquigarrow} q \overset{v}{\rightsquigarrow} q$$

4. Sei $K = (W, R, \lambda)$ eine Kripke-Struktur mit $W = \{s_0, s_1, \ldots, s_n\}$, und sei φ eine LTL-Formel. Definiere $\mathsf{AP}' := \mathsf{AP} \cup W$, d.h. führe für jeden Zustand in W eine neue gleichnamige propositionale Variable ein. Definiere nun die LTL-Formel φ_K durch

$$s_0 \wedge \mathsf{G}\big(\bigvee_{0\le i\le n} s_i \wedge \bigwedge_{0\le i<j\le n} (\neg s_i \vee \neg s_j)\big) \wedge \bigwedge_{0\le i\le n} \mathsf{G}\big(s_i \to \langle(\mathsf{X} \bigvee_{(s_i,s_j)\in R} s_j) \wedge \bigwedge_{p\in\lambda(s_i)} p \wedge \bigwedge_{p\notin\lambda(s_i)} \neg p\rangle\big)$$

   Beweisen Sie die folgende Äquivalenz:

$$K, s_0 \models_\forall \varphi \quad \Leftrightarrow \quad w \models (\varphi_K \to \varphi) \text{ für alle } w \in (2^{\mathsf{AP}'})^\omega$$

5. Zeigen Sie, dass das Universelle Model Checking-Problem für LTL auf das Erfüllbarkeitsproblem für LTL reduziert werden kann.

6. Sei $K = (W, R, \lambda)$ eine Kripke-Struktur, $s_0 \in K$ und sei φ eine LTL-Formel. Beweisen Sie:

$$K, s_0 \models_\forall \varphi \quad \Leftrightarrow \quad \mathsf{Lab}(K, s_0) \cap L(\neg\varphi) = \emptyset$$