

Prüfungsklausur Logik

Allgemeine Hinweise

- Bearbeitungszeit 60 Minuten, Gesamtpunktzahl 30
- Jedes Blatt ist mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer zu versehen.
- Bitte schreiben Sie Ihre Lösungen dokumentenecht auf, d.h. mit Füller oder Kugelschreiber.
- Als Hilfsmittel ist nur ein von Ihnen erstelltes DIN A4 Blatt ("Cheat Sheet") zugelassen.

Aussagenlogik

1. Sind die folgenden Aussagen über aussagenlogische Formeln wahr oder falsch? Begründen Sie Ihre jeweilige Antwort kurz und prägnant.

- (a) Jede Formel besitzt genau ein Modell.
- (b) Für jede Hornformel existiert eine semantisch äquivalente Formel in konjunktiver Normalform.
- (c) Die Negation einer Tautologie ist erfüllbar.

(3 Punkte)

2. Sind die beiden folgenden aussagenlogischen Formeln semantisch äquivalent? Beweisen Sie Ihre Antwort.

- $(A_2 \wedge ((A_1 \wedge A_3) \vee (A_1 \wedge \neg A_3))) \vee (A_3 \wedge A_1)$
- $(A_2 \vee A_3) \wedge A_1$

(4 Punkte)

3. Ist die folgende aussagenlogische Formel erfüllbar? Beweisen Sie Ihre Antwort.

$$(A_1 \vee \neg A_2 \vee \neg A_3) \wedge A_2 \wedge (\neg A_2 \vee A_3) \wedge (\neg A_2 \vee A_4) \wedge (\neg A_1 \vee \neg A_3)$$

(3 Punkte)

4. Verwenden Sie das Resolutionsverfahren, um zu zeigen, dass folgende Formel unerfüllbar ist:
 $\{\{A, \neg B, C\}, \{\neg D, A\}, \{\neg A, \neg B\}, \{\neg C, D\}, \{B\}\} \wedge$

(3 Punkte)

Prädikatenlogik

5. Sind die folgenden Aussagen über prädikatenlogische Formeln wahr oder falsch? Begründen Sie Ihre jeweilige Antwort kurz und prägnant.
- (a) Für jede Formel gibt es eine semantisch äquivalente Formel, die keinen Allquantor enthält.
 - (b) Für jede Formel gibt es eine semantisch äquivalente Aussage.
 - (c) Es existiert eine Aussage F in Skolemform, sodass das Herbranduniversum $H(F)$ endlich ist.
- (3 Punkte)
6. Geben Sie eine unerfüllbare prädikatenlogische Formel an. (1 Punkt)
7. Geben Sie für die folgenden Formeln jeweils ein Modell an:
- (a) $\forall x \exists y P(x, y)$
 - (b) $\forall x \neg \exists y (P(x, y) \wedge R(f(x)))$
- (4 Punkte)
8. Übersetzen Sie die folgende Aussage in eine prädikatenlogische Formel: *Nur für Formeln, die ein Implikationszeichen enthalten, existiert eine semantisch äquivalente Formel in konjunktiver Normalform.* Verwenden Sie dabei die folgenden Relationssymbole:
- F , einstellig, mit der Bedeutung: $F(x)$ gilt gdw. x eine Formel ist,
 - I , einstellig, mit der Bedeutung: $I(x)$ gilt gdw. x ein Implikationszeichen enthält,
 - A , zweistellig, mit der Bedeutung: $A(x, y)$ gilt gdw. x und y semantisch äquivalent sind,
 - K , einstellig, mit der Bedeutung: $K(x)$ gilt gdw. x in konjunktiver Normalform ist.
- (4 Punkte)
9. Welche der folgenden Literale sind unifizierbar? Geben Sie gegebenenfalls einen allgemeinsten Unifikator an.
- (a) $P(x, g(y))$ und $P(f(y), g(a))$,
 - (b) $P(x, g(y))$ und $P(y, x)$,
 - (c) $R(f(a), g(x), z)$, $R(x, y, g(x))$ und $R(f(a), g(f(a)), u)$.
- (3 Punkte)
10. Überführen Sie die folgende Formel in Skolemform: $\exists u \exists x \forall y \exists z (P(f(u, z), y) \rightarrow R(x, y))$. (2 Punkte)

Viel Erfolg!