Dr. Ingmar Meinecke
meinecke@informatik.uni-leipzig.de
http://www.informatik.uni-leipzig.de/~meinecke/

WS 2010/11
Institut für Informatik
Tel. 97-32172

Übungen zur Vorlesung „Logik“
7. Übungsblatt

- Die mit “S” gekennzeichneten Aufgaben sind bis zu Ihrer jeweiligen Übung (Termine der Besprechung: siehe unten) vorzubereiten und dort vorzustellen.
- Die mit “Z” gekennzeichneten Aufgaben sind Zusatzaufgaben. Diese können Sie zuhause schriftlich lösen und direkt vor der Vorlesung am Freitag zum unten stehenden Termin abgeben. Die erreichten Punkte werden zusätzlich auf Ihre Hausaufgabenpunkte angerechnet.

S 7-1. Sei F eine Formel der Prädikatenlogik und sei $\mathcal{A}_n$ ein Modell für F der Größe $n \in \mathbb{N}$ (das Universum von $\mathcal{A}_n$ hat also n Elemente). Zeigen Sie, dass es dann für jedes $m \in \mathbb{N}$ mit $m \geq n$ ein Modell $\mathcal{A}_m$ für F der Größe m gibt.
Können Sie eine erfüllbare Formel der Prädikatenlogik finden, so dass jedes Modell dieser Formel genau drei Elemente hat?

S 7-2. Welche der folgenden Mengen von Literalen sind unifizierbar?

Ermitteln Sie dazu mittels des Unifikationsalgorithmus einen allgemeinsten Unifikator oder aber zeigen Sie an welcher Stelle der Algorithmus mit der Ausgabe „nicht unifizierbar“ abbricht (x, y, z sind Variablen, a, b Konstantensymbole).

(a) $\{P(y, f(a, z)), P(b, f(a, b))\}$

(b) $\{P(y, f(x, x)), P(b, f(a, y))\}$

(c) $\{P(y, f(x, y)), P(g(z), f(a, z))\}$

S 7-3. Zeigen Sie mittels prädikatenlogischer Resolution, dass die Formel

$$F = \exists y \forall x R(x, y) \to \forall x \exists y R(x, y)$$

gültig ist.

Z 7-4. Zur Wiederholung betrachten Sie folgende Aufgabe aus der Aussagenlogik:

Untersuchen Sie mittels des Resolutionsalgorithmus, ob die Formel

$$((A \wedge B) \to C) \wedge (A \vee D) \wedge (B \vee D) \wedge (B \to E) \wedge (C \to F) \wedge \neg D \wedge \neg(E \wedge F)$$

erfüllbar ist. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

(a) Stellen Sie die Formel in KNF um.

(b) Wenden Sie dann den Resolutionsalgorithmus der Aussagenlogik zur Beantwortung der Frage an. Notieren Sie die Schritte des Algorithmus.

Z 7-5. Welche der folgenden Mengen von Literalen sind unifizierbar?

Ermitteln Sie dazu mittels des Unifikationsalgorithmus einen allgemeinsten Unifikator oder aber zeigen Sie an welcher Stelle der Algorithmus mit der Ausgabe „nicht unifizierbar“ abbricht (x, y, z, v sind Variablen, a ist ein Konstantensymbol).

(a) $\{P(a, x), P(y, y)\}$

(b) $\{P(g(x), z), P(g(y), g(z))\}$

(c) $\{P(x, f(y)), P(g(y), f(a)), P(z, f(z))\}$

(d) $\{R(x, z, g(x, y, f(z))), R(y, f(x), v)\}$

Z 7-6. Zeigen Sie unter Verwendung der prädikatenlogischen Resolution, dass die Formel

$$F = \forall x(P(x) \to Q(x)) \to \big(\forall x P(x) \to \forall x Q(x)\big)$$

gültig ist, d.h. ihre Negation nicht erfüllbar ist.

Bringen Sie die Formel $\neg F$ dafür erst in Klauselform und verwenden Sie dann die prädikatenlogische Resolution.

Termine:

- Besprechung der Seminaraufgaben in den Übungsgruppen am 24.1, 25.1, 31.1. und 1.2.
- Abgabe der Zusatzaufgaben direkt vor der Vorlesung am Freitag, 4.2.