

Übungsblatt zur Vorlesung „Automatentheorie“ 12. Serie

- Die mit “H” gekennzeichneten Aufgaben sind schriftliche Hausaufgaben und direkt vor der Vorlesung am Dienstag in einer Woche abzugeben.
- Die mit “S” gekennzeichneten Aufgaben sind bis zur Übung vorzubereiten und dort vorzustellen.

H 12-1. Seien $T, V \in \mathbb{K}\langle\langle A^* \rangle\rangle$ für einen beliebigen Semiring \mathbb{K} und ein Alphabet A . Weiterhin sei $(T, \varepsilon) = 0_{\mathbb{K}}$. Zeigen Sie, dass $S = VT^*$ die eindeutige Lösung der Gleichung $S = V + ST$ ist.

Hinweis: Zeigen Sie, dass S eine Lösung ist und dann die Eindeutigkeit.

H 12-2. Seien $A = \{a, b\}$ und $(\mathbb{Q}, +, \cdot, 0, 1)$ der Körper der rationalen Zahlen.

- (a) Zeigen Sie: Ist $S \in \mathbb{Q}\langle\langle A^* \rangle\rangle$ erkennbar, so existiert ein $c \in \mathbb{Q}$ mit $|(S, w)| \leq c^{|w|+2}$ für alle $w \in A^*$.
- (b) Geben Sie eine formale Potenzreihe $S \in \mathbb{Q}\langle\langle A^* \rangle\rangle$ an, welche nicht erkennbar ist. Beweisen Sie Ihre Aussage.

S 12-3. Wir betrachten $A = \{a, b\}$ und den Semiring $(\mathfrak{P}(A^*), \cup, \cdot, \emptyset, \{\varepsilon\})$.

- Ist die Potenzreihe $S = \sum_{w \in A^*} \{w\}w$ erkennbar (Begründung)?
- Wir bezeichnen für alle Worte $w \in A^*$ das gespiegelte Wort mit \tilde{w} , d.h. $a_1 \widetilde{\cdots a_n} = a_n \cdots a_1$. Zeigen Sie, dass die formale Potenzreihe $S \in \mathcal{P}(A^*)\langle\langle A^* \rangle\rangle$ mit $(S, w) = \{\tilde{w}\}$ nicht erkennbar ist.

Hinweis: Nehmen Sie an, es gibt einen gewichteten Automaten $\mathcal{A} = (Q, \lambda, \mu, \gamma)$, welcher S berechnet. Betrachten Sie Pfade in \mathcal{A} über Wörtern $w = a^m b^n$ und zugehörige Zustände nach Abarbeiten von a^m in \mathcal{A} .

S 12-4. Sei A ein Alphabet, \mathbb{K} ein Semiring und $S \in \mathbb{K}\langle\langle A^* \rangle\rangle$ erkennbar. Sei $S' \in \mathbb{K}\langle\langle A^* \rangle\rangle$ definiert durch

$$(S', w) = \begin{cases} (S, w) & \text{falls } w \neq \varepsilon, \\ 0 & \text{falls } w = \varepsilon. \end{cases}$$

Zeigen Sie: Es gibt für S' eine normalisierte Darstellung $S' = (\lambda, \mu, \gamma)$.

Termine:

- Abgabe der Hausaufgaben direkt vor der Vorlesung am Dienstag, 06.07.10
- Besprechung der Seminaufgaben in der Woche vom 05.07. – 09.07.10