

Übungsaufgabenserie 13
Grundlagen der Informatik und Numerik
Abgabe: 29. 01. 2014, 23:55 Uhr, elektronisch

Gegeben seien folgende bestimmte Integrale:

$$\text{i. } F_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} (2x^3 - 3x^2 + x) dx$$

$$\text{ii. } F_2 = \int_0^1 (2x^3 - 3x^2 + x) dx$$

$$\text{iii. } F_3 = \int_0^3 x^2 dx$$

1. Numerische Integration

Berechnen Sie per Hand und geben Sie die Ergebnisse als *.pdf*-Datei ab:

- (a) Bestimmen Sie mathematisch die bestimmten Integrale F_1 , F_2 und F_3 .
- (b) Stellen Sie für das Integral F_1 in einer Wertetabelle alle Funktionswerte zusammen, die zur Berechnung eines Näherungswertes mittels numerischer Integration für 3 äquidistante Stützstellen notwendig sind. Verwenden Sie für nicht triviale Argumente das Horner-Schema.
- (c) Berechnen Sie mit dem Trapez- und dem Simpsonverfahren unter Verwendung von 3 Stützstellen Näherungswerte für das Integral F_1 .

2. PolynomIntegrator.java

- (a) Schreiben Sie ein Programm *PolynomIntegrator.java*, welches bestimmte Integrale für Polynome mit dem Trapez- und dem Simpsonverfahren berechnet. Verwenden Sie die in der Vorlesung eingeführte Klasse *Integral*.
- (b) Berechnen Sie mit *Ihrem* Programm die bestimmten Integrale F_1 , F_2 und F_3 unter Verwendung von 3, 5 und 7 Stützstellen.
- (c) Stellen Sie die Ergebnisse von 1.(a) und 2.(b) gegenüber und fügen Sie diese als Kommentar im Quelltext des Programms an.
- (d) Das Simpsonverfahren liefert bei der Integration eines Polynoms 2. Grades immer eine korrekte Lösung. Warum trifft das zu (*.pdf*-Datei)?

3. Gelaende.java

Zur Vermessung von unzugänglichem Gelände (Wälder, Seen, ...) werden die Koordinaten äquidistanter Punkte des nördlichen und des südlichen Geländerandes bestimmt und daraus mittels numerischer Integration die Fläche des Gebietes berechnet (Raster s. Skizze).

- (a) Entwickeln Sie aus einer Grobstruktur ein Programm *Gelaende.java* zur Berechnung solcher Flächen. Die Punkte des Nord- und des Südrandes werden eingelesen und die Flächenberechnungen mittels linearer und mittels quadratischer Interpolation ausführt.
- (b) Testen Sie *Ihr* Programm mit folgenden Daten:
 - i. Nordrand 5 Punkte: (0, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 2)
Südrand 5 Punkte: (0, 2), (1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 2)
 - ii. Nordrand 5 Punkte: (0, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 2)
Südrand 3 Punkte: (0, 2), (2, 0), (4, 2)

Ermitteln Sie grafisch die Ergebnisse für die lineare Interpolation und vergleichen Sie diese mit denen des Programms. Tragen Sie die Ergebnisse beider Verfahren als Kommentar in das Programm ein.

- (c) Übernehmen Sie die Daten (gerundet auf 25 m) aus der Grafik eines mit einem Raster (50 m x 50 m) versehenen Waldgebietes und berechnen Sie dessen Hektarfläche. Überschlagen Sie die Korrektheit Ihrer Ergebnisse durch Auszählen der Rasterquadrate. Hängen Sie die verwendeten Punktdaten und die Ergebnisse Ihrer Berechnung als Kommentar an das Programm an.
Hinweis: Richten Sie sich eine Eingabedatei *Gelaende.in* ein und lesen sie die Daten durch Dateiumlenkung ein.

Waldgebiet (Skizze, $1E \hat{=} 100\text{ m}$):

