

## Lösung der Übungsaufgabenserie 9

### Grundlagen der Informatik und Numerik

**1. Belegungsänderung**zu (a) **Protokoll**

$$s_0 = 0,$$

$$s_1 = 2 \cdot 0 + 1 = 1,$$

$$s_2 = 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 2 = 4,$$

$$s_3 = 8 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 = 11,$$

...

$i$	0	1	2	3	4	5
$s$	0	1	4	11	26	57

zu (b) **Summenformel**

$$s = s_n = \sum_{i=0}^n (2^{n-i} * i), \quad s_0 = \dots = 0, \quad s_1 = \dots = 1, \dots$$

zu (c) **Beweis**Beweis trivial durch vollständige Induktion unter Verwendung von  $s_0 = 0$  und  $s_{k+1} = 2 * s_k + (k+1)$ .

$$k=0: \quad s_0 = \sum_{i=0}^0 (2^{0-i} * i) = 0$$

$$k+1: \quad s_{k+1} = 2 * s_k + (k+1) = 2 * \sum_{i=0}^k 2^{k-i} * i + (k+1) = \sum_{i=0}^k 2^{(k+1)-i} * i + 2^0 (k+1) = \sum_{i=0}^{k+1} 2^{(k+1)-i} * i$$

**2. Berechnung von  $\pi$** zu (a) **Iterationsanfang**zu (b) **Iterationsschritt**zu (c) **count**zu (d)  $\Rightarrow n = 2^{\text{count}} * 6$ zu (e)  $\Rightarrow$  Datentyp double: maximale Genauigkeit 15 Stellen, 15 Stellen vom  $\pi$  wurden exakt berechnet.**Pi.java**

```
// Pi.java
/**
 * Bestimmen von PI (Rechnergenau)
 * mittels Algorithmus von Archimedes.
 */
public class Pi
{
    /**
     * Bestimmen der ersten 15 Stellen von PI (Rechnergenau).
     */
    public static void main( String[] args)
    {
        double a = 2 * Math.sqrt( 3);    // Iterationsanfang
        double b = 3;
        int count = 0;

        do
        {
            // Iterationsschritt
            a = 2 * a * b / ( a + b );
            b = Math.sqrt( a * b );
            count++;
        } while( b != a );

        // Ausgabe
        System.out.println( "\n" + count + " Schritte:");
        System.out.println( "\n Archimedes PI = " + a );
    }
}
```

MM 2008

```
        System.out.println( "\n Math.PI          = " + Math.PI);  
    }  
}  
/* -----*/  
// Ergebnis  
// 27 Schritte:  
// Archimedes Pi = 3.141592653589792  
// Math.Pi       = 3.141592653589793
```

### 3. *Projekt Elternabend, Serienbrief*

s. Netz