

Lösung der Übungsaufgabenserie 13 Grundlagen der Informatik und Numerik

Gegeben seien folgende bestimmte Integrale:

$$\text{i. } F_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} (2x^3 - 3x^2 + x) dx$$

$$\text{ii. } F_2 = \int_0^1 (2x^3 - 3x^2 + x) dx$$

$$\text{iii. } F_3 = \int_0^3 x^2 dx$$

1. Numerische Integration

zu (a)

$$F_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} (2x^3 - 3x^2 + x) dx = \frac{2}{4} x^4 - \frac{3}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 \Big|_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^4 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} = 0.03125$$

$$F_2 = \int_0^1 (2x^3 - 3x^2 + x) dx = \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{2} = 0, \text{ Nullstellen: } x_1 = 0; x_2 = \frac{1}{2}; x_3 = 1;$$

$$F_2 = \int_0^1 (2x^3 - 3x^2 + x) dx = 2 * \int_0^{\frac{1}{2}} (2x^3 - 3x^2 + x) dx = 0.0625$$

$$F_3 = \int_0^3 x^2 dx = \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^3 = 9$$

zu (b) F_1 : $s = 3$

x	0	0.25	0.5
y	0	0.09375	0

zu (c) Trapez: $2 * 0.09375 / 8 = 0.0234375$
Simpson: $4 * 0.09375 / 12 = 0.03125$

2. PolynomIntegrator.java

zu (a)

zu (b)

zu (c)

PolynomIntegrator.java

```
// PolynomIntegrator.java
import Tools.IO.*;

/**
 * Programm zur Integrieren von Polynomen.
 */
public class PolynomIntegrator
{
    /**
     * Hauptprogramm,
     * startet Dialog zwischen Nutzer und Programm.
     */
    public static void main( String[] args)
    {
        // Ueberschrift
        System.out.println( "Polynomintegrator");

        // Dialog
        char weiter = 'j';
        do
```

MM 2013

// Eingaben

```

    {
// Neues Polynom
    System.out.println();
    Polynom polynom = new Polynom();
    if( p.konsolenEingabe()          // Eingabe korrekt
    {

// Polynomausgabe
    System.out.println();
    System.out.println( "p( x) = " + polynom);

        do
        {
// Eingabe der Integralparameter
        double a, b;
        do
        {
            System.out.println();
            a = IOTools.readDouble(" Untere Grenze a = ");
            System.out.println( " " + a);
            b = IOTools.readDouble(" Obere Grenze b = ");
            System.out.println( " " + b);
        } while( a >= b);

// Eingaben der Stuetzstellen
        int s;
        do
        {
            System.out.print
            ( " Anzahl der Stuetzstellen s > 1, ");
            s = IOTools.readInteger( "s = ");
        } while( s < 2);
        System.out.println( " " + s);

// Integral
        Integral integral = new Integral();

// Trapez Integralberechnung
        double ergTrapez
        = integral.trapez( polynom, a, b, s);
        System.out.println
        ( " Trapez: F = " + ergTrapez);

// Simpson Integralberechnung
        if( s % 2 != 0)
        {
            double ergSimpson
            = integral.simpson( polynom, a, b, s);
            System.out.println
            ( " Simpson: F = " + ergSimpson);
        }

// Weiter
        weiter = IOTools.readChar( "Neues Integral (j/n)? ");
        } while( weiter == 'j');

        }
        weiter = IOTools.readChar( "Neues Polynom (j/n)? ");
        } while( weiter == 'j');

// Programm beendet
    System.out.println();
    System.out.println( "Programm beendet");

```

```

    }
}

/* ----- */
/*                                     // Testwerte
/*
Polynomintegrator

Polynom 0.0 + 1.0 x^1 + -3.0 x^2 + 2.0 x^3

Untere Grenze a = 0.0
Obere Grenze b = 0.5
Anzahl der Stuetzstellen s > 1, s = 5
Trapez: F = 0.029296875
Simpson: F = 0.03125

Untere Grenze a = 0.0
Obere Grenze b = 0.5
Anzahl der Stuetzstellen s > 1, s = 7
Trapez: F = 0.030381944444444444
Simpson: F = 0.03125

Untere Grenze a = 0.0
Obere Grenze b = 1.0
Anzahl der Stuetzstellen s > 1, s = 5
Trapez: F = 0.0
Simpson: F = 0.0

Untere Grenze a = 0.0
Obere Grenze b = 1.0
Anzahl der Stuetzstellen s > 1, s = 7
Trapez: F = -1.1564823173178713E-17
Simpson: F = -1.2335811384723961E-17

Polynom 0.0 + 0.0 x^1 + 1.0 x^2

Untere Grenze a = 0.0
Obere Grenze b = 3.0
Anzahl der Stuetzstellen s > 1, s = 5
Trapez: F = 9.28125
Simpson: F = 9.0

Untere Grenze a = 0.0
Obere Grenze b = 3.0
Anzahl der Stuetzstellen s > 1, s = 7
Trapez: F = 9.125
Simpson: F = 9.0
*/

```

- zu (d) Das Simpsonverfahren liefert bei der Integration eines Polynoms 2. Grades immer eine korrekte Lösung. Warum ist das so? Das Ersatzpolynom entspricht dem eigentlichen Polynom, d.h. es wird korrekt integriert.

3. *Gelaende.java*

zu (a)

zu (b)

zu (c)

```

// Gelaende.java
import Tools.IO.*;
MM 2013
// Eingaben

/**
 * Anwendung der Integration zur Berechnung von

```

```

    * Gelaendeflaechen, deren Randpunkte bekannt sind.
    */
public class Gelaende
{
    /**
    * Eingabe der Randpunkte.
    */
    private double[] konsolenEingabe()
    {
        int s
        = IOTools.readInteger( "Anzahl der Punkte: ");
        System.out.println( s);

        double[] y = new double[ s];
        for( int i = 0; i < s; i++)
        {
            y[ i] = IOTools.readDouble( "y[ " + i + "]= ");
            System.out.println( y[ i]);
        }
        return y;
    }

    /** ----- */
    /**
    * Dialog,
    * Eingabe der Randpunkte (Nordrand, Suedrand),
    * Ausgabe des Gelaendeflaeche.
    */
    public void dialog()
    {
        // Ueberschrift
        System.out.println( "Gelaendeberechnung");

        // Dialog
        char weiter = 'j';
        do
        {
            //Eingabe der Messwerte Gesamtausdehnung
            double xn = IOTools.readDouble( "Gesamtausdehnung: ");
            System.out.println( xn);
            double x0 = 0;

            /** ----- */
            //Eingabe der Messwerte Nordrand
            System.out.println( "Nordrand");
            double[] y = konsolenEingabe();
            double h = ( xn - x0) / ( y.length - 1);
            boolean sim = false;

            // Berechnung der Flaechen
            Integral integral = new Integral();

            double trapezN = integral.trapez( y, h);
            // System.out.println( "Trapez N: " + trapezN);

            double simpsonN = 0;
            if( y.length % 2 != 0)
            {
                sim = true;
                simpsonN = integral.simpson( y, h);
            }
            // System.out.println( "Simpson N: " + simpsonN);
        }
    }
}

```

```

/* ----- */
//Eingabe der Messwerte Suedrand
    System.out.println( "Suedrand");
    y = konsolenEingabe();
    h = ( xn - x0) / ( y.length - 1);

// Berechnung der Flaechen
    double trapezS = integral.trapez( y, h);
//    System.out.println( "Trapez S: " + trapezS);

    double simpsonS = 0;
    if( y.length % 2 != 0 && sim)
    {
        simpsonS = integral.simpson( y, h);
//    System.out.println( "Simpson S: " + simpsonS);
    }
    else sim = false;

// Berechnung der Gesamtflaeche
    double trapez = Math.abs( trapezN - trapezS);
    System.out.println
    ( "Trapez-Flaeche [m^2]: " + trapez);

    if( sim)
    {
        double simpson = Math.abs( simpsonN - simpsonS);
        System.out.println
        ( "Simpson-Flaeche [m^2]: " + simpson);
    }

// Weiter
    System.out.println();
    weiter
    = IOTools.readChar( "Noch eine Flaeche (j/n)? ");
} while( weiter == 'j');

    System.out.println();
    System.out.println( "Flaechenberechnung beendet");
}

/**
 * Starten der Gelaendeberechnung.
 */
public static void main( String[] args)
{
// Objekt erzeugen
    Gelaende wald = new Gelaende();
// Berechnung starten
    wald.dialog();
}
}
/* ----- */
// Testbeispiele

/*
Gesamtausdehnung: 4.0
Nordrand
Anzahl der Punkte: 5
y[ 0]= 2.0
y[ 1]= 3.0
y[ 2]= 3.0
y[ 3]= 3.0
y[ 4]= 2.0
Suedrand

```

```
Anzahl der Punkte: 5
y[ 0]= 2.0
y[ 1]= 1.0
y[ 2]= 1.0
y[ 3]= 1.0
y[ 4]= 2.0
Trapez-Flaeche [m^2]: 6.0
Simpson-Flaeche [m^2]: 6.6666666666666666

Noch eine Flaeche (j/n)? Gesamtausdehnung: 4.0
Nordrand
Anzahl der Punkte: 5
y[ 0]= 2.0
y[ 1]= 3.0
y[ 2]= 3.0
y[ 3]= 3.0
y[ 4]= 2.0
Suedrand
Anzahl der Punkte: 3
y[ 0]= 2.0
y[ 1]= 0.0
y[ 2]= 2.0
Trapez-Flaeche [m^2]: 7.0
Simpson-Flaeche [m^2]: 8.6666666666666666

Noch eine Flaeche (j/n)?

Gesamtausdehnung: 16.0
Nordrand
Anzahl der Punkte: 9
y[ 0]= 4.0
y[ 1]= 5.25
y[ 2]= 5.25
y[ 3]= 5.0
y[ 4]= 5.5
y[ 5]= 5.75
y[ 6]= 5.0
y[ 7]= 4.75
y[ 8]= 3.25
Suedrand
Anzahl der Punkte: 9
y[ 0]= 4.0
y[ 1]= 3.0
y[ 2]= 3.0
y[ 3]= 1.5
y[ 4]= 1.25
y[ 5]= 1.75
y[ 6]= 1.25
y[ 7]= 1.0
y[ 8]= 3.25
Trapez-Flaeche [m^2]: 47.5
Simpson-Flaeche [m^2]: 49.6666666666666666

Noch eine Flaeche (j/n)?
Flaechenberechnung beendet
*/
```

Der ausgeählte Wert liegt bei ca. 51.