

Lösung der Aufgabenserie 1 Grundlagen der Informatik und Numerik

1. Natürliche Zahlen (Konvertierung)

(a) $3b^2 + 3b + 3 = 171 \Rightarrow b^2 + b + 1 = 57 \Rightarrow b^2 + b - 56 = 0 \Rightarrow b = 7$

$b^3 + 3b^2 + 9b = 2268 \Rightarrow b = 12$ (durch Abschätzen: $\sqrt[3]{2268} = 13.13\dots$)

(b) $(10)_8 < (1001)_2 < (A)_{16} = (A)_{12} = (1010)_2 < (B)_{11} < (10)_{16} < (101)_8$

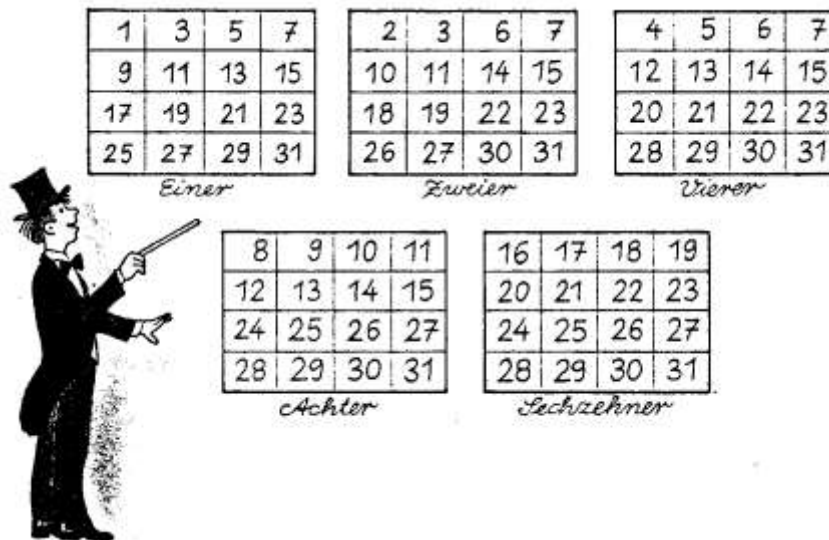
(c) Im Achtersystem haben alle durch 8 teilbaren Zahlen mindestens eine Endnull, alle durch 64 teilbaren Zahlen mindestens zwei Endnullen. Behauptung: Endet $(z)_b$ auf k Nullen, so ist b^k Teiler von z und umgekehrt. Beweis s. (d).

(d) Sei $(z)_b = (z_n z_{n-1} \dots z_1 z_0)_b$, wobei $z_n \neq 0$.

Dann ergibt sich für z als Zahlenwert $\omega(z) = \sum_{i=0}^n \omega(z_i) \cdot b^i$.

$(z)_b$ endet auf k Nullen, somit gilt $\omega(z) = \sum_{i=0}^n \omega(z_i) \cdot b^i = b^k \cdot \sum_{i=k}^n \omega(z_i) \cdot b^{i-k}$, d.h. b^k ist Teiler von z .

2. Uwe führt einen Zaubertrick vor. Er fordert einen Mitschüler auf, sich eine natürliche Zahl von 1 bis 31 zu merken. Dann zeigt er ihm fünf Karten mit Zahlen und fragt, auf welche Karten die gemerkte Zahl steht. Daraus ermittelt er diese Zahl. Wie berechnet Uwe die Zahl?



(a) Berechne die Zahl: Summiere die Zweierpotenzen der Karten, auf denen sich die Zahl befindet. Ausgangspunkt ist die Darstellung einer Zahl als Dualzahl. Die Karten enthalten alle Zahlen, in denen die Zweierpotenzen als Summand vorkommen.

(b) Da in Positionssystemen mit einer Basis $b > 2$ als Faktoren vor den Potenzen mehr als zwei Ziffern auftreten können, muss man für jede Potenz $b - 1$ Karten verwenden.

(c) Karte $1 \cdot 3^0 = 1$: 1 4 7 10 13 16 19 22 25.
Karte $2 \cdot 3^0 = 2$: 2 5 8 11 14 17 20 23 26.

Karte $1 \cdot 3^1 = 3$: 3 4 5 12 13 14 21 22 23.
Karte $2 \cdot 3^1 = 6$: 6 7 8 15 16 17 24 25 26.

Karte $1 \cdot 3^2 = 9$: 9 10 11 12 13 14 15 16 17.
Karte $2 \cdot 3^2 = 18$: 18 19 20 21 22 23 24 25 26.

3. Projekt Märchenbuch

Die Bienen und der Bär

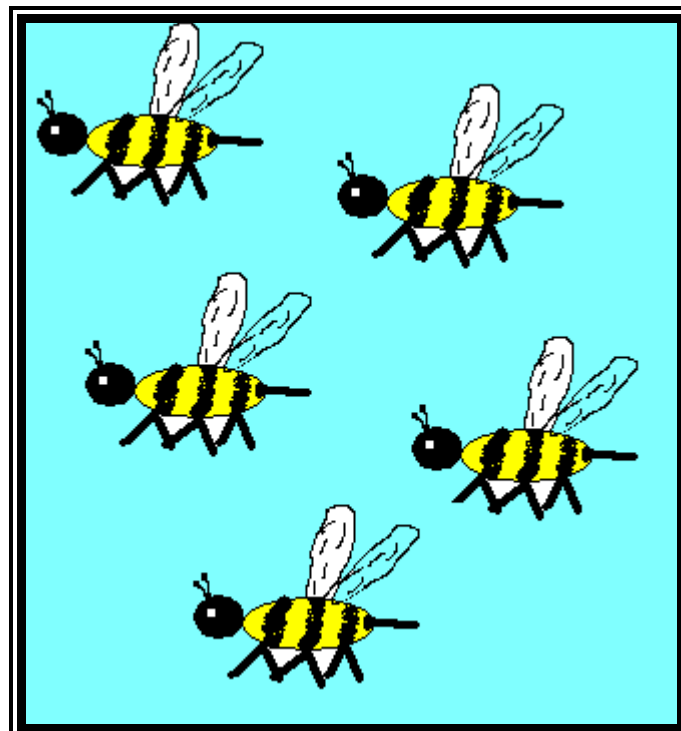
Eine russische Fabel

gestaltet von Monika Meiler

Die wilden Bienen hatten ihr Nest in einem ausgehöhlten Baumstamm. Der alte Bär erfuhr davon, und auf seine Kraft bauend, kam er zu den Bienen und sprach: "Gebt mir euren Honig, ihr winzigen und schwächlichen Geschöpfchen, ansonsten reiße ich den Baum aus, fresse euren Honig auf und zerdrücke euch alle."

"Einverstanden", sagten die Bienen, "versuch' s! Überwältigst du uns, ergeben wir uns." Die Frechheit der Bienen erzürnte den alten Bären, er steckte sogleich den Kopf in die Baumhöhle und streckte die Zunge nach dem Honig aus. Augenblicklich verspürte er jedoch einen solch rasenden Schmerz, dass er die Bärenkraft vergaß.

Die Bienen aber bearbeiteten mit ihren Stacheln seine Zunge, Nase und Ohren, so dass er floh, ohne darauf zu achten, was die Bienen hinter ihm herriefen: "Denke daran, dass auch winzige Geschöpfchen sich zu verteidigen wissen".



Die Bienen und der Bär