Christian Mathissen
Johannisgasse 26, Zi. 3-33, Tel. 97-32285
mathissen@informatik.uni-leipzig.de

WS 07/08
Institut für Informatik
Universität Leipzig

5. Übungsblatt zur Vorlesung „Modelle nebenläufiger Prozesse: Spurtheorie"

Das Übungsblatt ist zu finden unter www.informatik.uni-leipzig.de/∼mathissen. Die Aufgaben sind bis zur Übung am 20. Dezember 2007 vorzubereiten und werden von Ihnen dort an der Tafel vorgestellt.

Aufgabe 5-1. siehe Aufgabe 4-2.

Aufgabe 5-2. Sei (A, I) ein Spur-Alphabet und $a, b \in A$. Wir definieren für alle $x \in A$

$$\pi_{a,b}(x) = \begin{cases} a & \text{falls } x = a \\ b & \text{falls } x = b \\ \varepsilon & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie:

a) Es gibt eine eindeutigen Homomorphismus $M(A, I) \to M(\{a, b\}, I \cap (\{a, b\} \times \{a, b\}))$, der $\pi_{a,b}$ fortsetzt. (Wir nennen diesen Homomorphismus wieder $\pi_{a,b}$.)

b) Sei $u, v \in M(A, I)$. Es ist $u = v$ genau dann, wenn $\pi_{a,b}(u) = \pi_{a,b}(v)$ für alle $(a, b) \notin I$.

c) Jedes Spurmonoid lässt sich in ein endliches direktes Produkt freier Monoide einbetten, d.h. für jedes Spurmonoid gibt es einen Monomorphismus in solch ein direktes Produkt.

Aufgabe 5-3 (vgl. Aufgabe 4-5). Sei K eine Menge von (unbeschrifteten) endlichen azyklischen Graphen. Dann sind die folgenden Aussagen äquivalent:

i) Es gibt ein Unabhängigkeitsalphabet (A, I), so dass es für jeden Graphen (V, E) eine Beschriftung l gibt mit (V, E, l) ist ein Abhängigkeitsgraph.

ii) Es gibt ein $n \in \mathbb{N}$, so dass für alle $G \in K$ die Anzahl der Knoten von $\bar{G}/\sim$ (siehe Aufgabe 4-5) durch n beschränkt ist.

Aufgabe 5-4. Wir betrachten die rationalen und erkennbaren Teilmengen der Monoide $(\mathbb{N}^*, \cdot)$ und $(\mathbb{N}, \max)$. Sind die Familien vergleichbar, d.h. die eine in der anderen enthalten? Sind sie abgeschlossen unter Komplement und Schnitt?

Aufgabe 5-5. Geben Sie ein Spuralphabet $M(A, I)$ und zu jedem $n \in \mathbb{N}$ eine Menge $X_n \subseteq A^*$ mit $n \leq \mathrm{rg}(X_n) < \infty$ an.